MATHS

1re

Tronc commun

Enseignement scientifique

+ 100 exercices numériques autocorrigés

Sésamath

MAGNARD

MATHS

1re Tronc commun

Enseignement scientifique

Hélène GRINGOZ
Coordinatrice
Académie de Grenoble

Frédéric WEYERMANN
Coordinateur
Lycée Polyvalent Léon Blum
Créteil (94)

Sandrine BAGLIERI
Académie d'Aix-Marseille

Didier KRIEGER
Lycée André Marie Ampère
Lyon (69)

Delphine BAU
Lycée Polyvalent Évariste Galois
Noisy le Grand (93)

Paul MILAN
Lycée d'Adultes
Paris (75)

François GUIADER
Lycée Teilhard de Chardin
St Maur-des-Fossés (94)

Mathieu PRADEL
Lycée Diderot
Paris (75)

Les auteurs et les éditions MAGNARD remercient vivement l'association Sésamath pour la réalisation de ressources pédagogiques et le travail collaboratif dans le cadre de notre partenariat.

MAGNARD

Sommaire

Programme d'après le BO n° 27 du 7 juillet 2022
www.lienmini.fr/7822-BO

Résolution de problèmes

Travaillez tout au long de l'année les bons réflexes à acquérir pour résoudre les exercices mathématiques.

Automatismes

Représentations graphiques

Traitement de données

Calcul numérique et algébrique

Situations interdisciplinaires

Tous les pictos du manuel

Vu en 2^{de} | Vu au chap 5 | Je consolide mes acquis
Pour réviser les notions essentielles de 2^{de} ou du manuel.

Résolution de problèmes Pour acquérir les bons réflexes.

Oral Pour préparer l'épreuve du Grand oral.

Défi Pour jouer avec les mathématiques.

Logique Pour apprendre un raisonnement logique.

Tableur | Géométrie dynamique
Pour utiliser les outils informatiques.

Pour avancer à son rythme.

Esprit critique Pour indiquer un exercice où l'intuition et le raisonnement divergent.

Histoire des maths Pour se rappeler que les mathématiques sont une science en évolution.

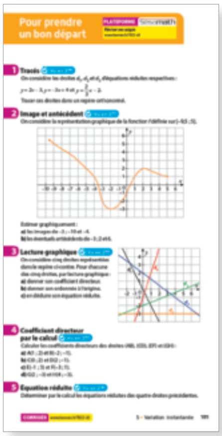
Pour aller plus loin Approfondir les notions des activités.

Pour apprendre à utiliser la calculatrice.

Pour travailler sans calculatrice.

Le parcours de l'élève

▶ La consolidation des prérequis

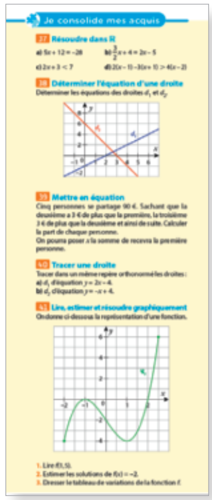


Faire un point sur les notions à maîtriser avant de démarrer le chapitre pour se préparer.

CORRIGÉS www.lienmini.fr/7822-20

Consolider les acquis de la Seconde.

EXERCICES Sésamath
Réviser ses acquis
www.lienmini.fr/7822-s8



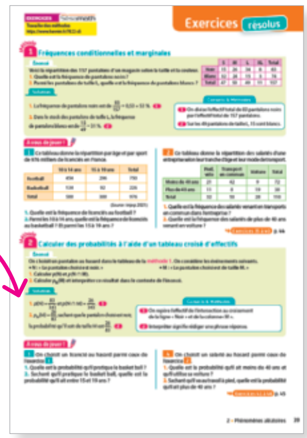
▶ L'apprentissage des savoirs et des savoir-faire

Comprendre les **notions** et les **méthodes** du chapitre.

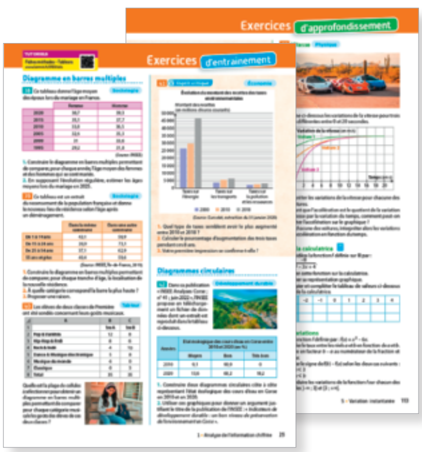
Travailler en **autonomie** grâce :
- aux **exercices corrigés,**
- à la plateforme d'exercices **Sésamath,**
- à des **vidéos** d'exercices résolus.

EXERCICES Sésamath
Travailler des méthodes
www.lienmini.fr/7822-s5

VIDÉO ALL MATHS PARNAK
Comprendre une méthode
www.lienmini.fr/7822-9

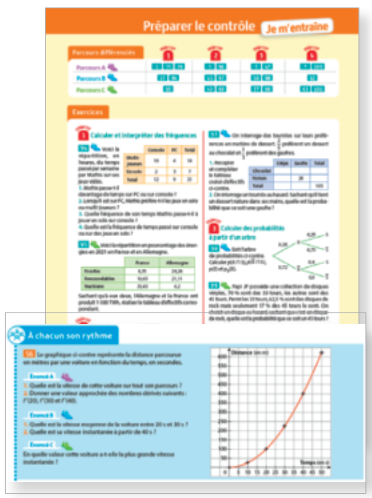


▶ L'entraînement progressif



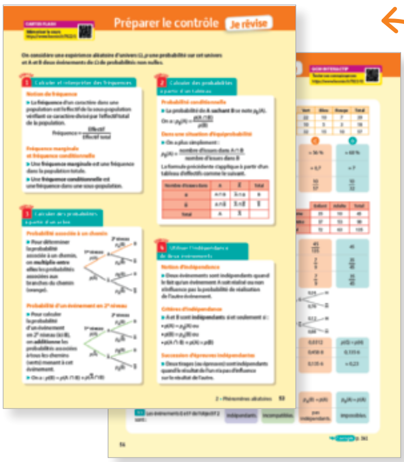
S'entraîner grâce à des séries d'exercices **variés** puis **approfondir** selon son choix d'orientation.

Avancer à son rythme et **progresser en confiance** avec 3 parcours différents pour atteindre les objectifs du chapitre.



Le parcours de l'élève

▶ La préparation au contrôle



Mémoriser le cours avec des **fiches de révision** et des **cartes flash.**

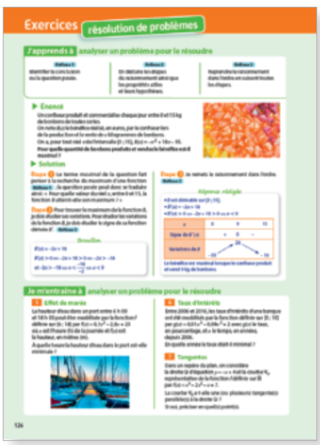
CARTES FLASH
Mémoriser le cours
www.lienmini.fr/7822-5

Se tester avec des **QCM.**

QCM INTERACTIF
Tester ses connaissances
www.lienmini.fr/7822-10

S'entraîner avant le contrôle avec des exercices **de synthèse.**

▶ La résolution de problèmes



Apprendre les **bons réflexes** pour **résoudre des problèmes.**

Réinvestir ces méthodes de résolution de problèmes dans **tous les chapitres.**

29 Extraire les données utiles
On donne ci-dessous les statistiques sur les accidents cyclistes en France métropolitaine en 2008.

Âge \ Accidents	Blessés hospitalisés	Blessés non hospitalisés
0 à 14 ans	275	383
15 à 24 ans	245	611
25 à 44 ans	337	965
45 à 64 ans	458	669
65 ans et +	224	219
Total	1 539	2 847

(Source : fub.fr)

Les accidents sont considérés comme graves lorsque les blessés sont hospitalisés. Un article affirme : « À partir de 25 ans, la gravité des accidents cyclistes augmente avec l'âge. » Cette affirmation semble-t-elle vraie ?

↪ Résolution de problèmes p. 20

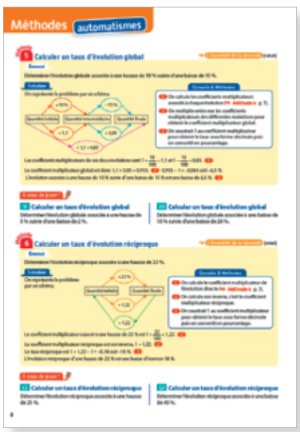
54 Vérifier un résultat
On considère deux urnes :
- l'urne A contient 4 boules rouges et 6 boules jaunes,
- l'urne B contient 8 boules rouges et n boules jaunes ($n \in \mathbb{N}^*$).

On choisit une urne au hasard puis on tire une boule au hasard dans cette urne.
On note les événements suivants.
- A : « L'urne choisie est l'urne A. »
- R : « La boule choisie est rouge. »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Exprimer $p(R)$ en fonction de n.
3. À partir de combien de boules jaunes la probabilité de tirer une boule rouge est-elle inférieure à 0,3 ?

↪ Résolution de problèmes p. 106

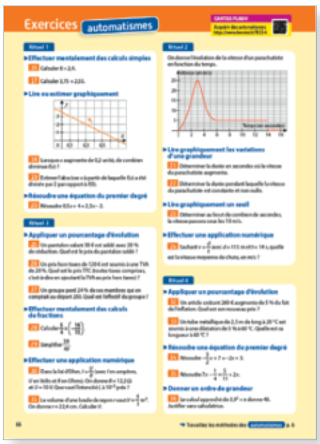
▶ L'acquisition des automatismes



Apprendre et **s'entraîner** aux **automatismes** avec les **méthodes** en début de manuel.

EXERCICES Sésamath
Travailler des méthodes
www.lienmini.fr/7822-s1

Réinvestir ces automatismes dans les **rituels** tout au long de l'année, dans le manuel et en **cartes flash.**



CARTES FLASH
Acquérir des automatismes
ww.lienmini.fr/7822-4

Méthodes automatismes

Méthode 1 Calculer mentalement avec des décimaux

↪ L'essentiel de la Seconde [rabat]

Énoncé

Calculer mentalement : **a)** $A = 5 + (2{,}8 + 6 \times 1{,}2)$ **b)** $B = (6{,}2 - 0{,}5) \times 0{,}01$ **c)** $C = 0{,}08 \times 100 \times 0{,}7$

Solution

a) $A = 5 + (2{,}8 + 6 \times 1{,}2)$ 1

$A = 5 + (2{,}8 + 7{,}2)$ 1

$A = 5 + 10$

$A = 15$

b) $B = (6{,}2 - 0{,}5) \times 0{,}01$ 1

$B = 5{,}7 \times 0{,}01$ 2

$B = 0{,}057$

c) $C = 0{,}08 \times 100 \times 0{,}7$ 1 4

$C = 8 \times 0{,}7 = 8 \times 0{,}1 \times 7$ 3

$C = 56 \times 0{,}1 = 5{,}6$ 2

Conseils & Méthodes

1 • On commence par les calculs entre parenthèses.
• Dans un calcul sans parenthèse, on effectue d'abord les puissances puis les produits et les quotients puis les sommes et différences.
• Quand il n'y a que des sommes/différences ou que des produits/quotients, on effectue les opérations de gauche à droite.

2 Diviser par 10, 100, 1 000… ou multiplier par 0,1 ; 0,01 ; 0,001… consiste à décaler la virgule à gauche.

3 Un nombre décimal se décompose sous forme d'un produit d'un entier par une puissance de 10.

4 Multiplier par 10, 100, 1 000 … ou diviser par 0,1 ; 0,01 ; 0,001… consiste à décaler la virgule à droite.

À vous de jouer !

1 Calculer mentalement :

a) $A = 0{,}8 \times 0{,}7 \times 10$ **b)** $B = 0{,}01 \times 80 \times (1\,200 - 300)$

c) $C = (31{,}7 - 13{,}2) \div 5$ **d)** $D = 7{,}5 \times (3{,}2 + 2{,}5)$

2 Calculer mentalement :

a) $E = 12{,}8 \times 8 - 4 \times 20$ **b)** $F = 8{,}4 \times (56 - 18 \times 2)$

d) $G = 1{,}5 \times 1\,000 + 0{,}001 \times 3$ **d)** $H = 3 - 3 \times 100$

Méthode 2 Calculer mentalement avec des fractions

↪ L'essentiel de la Seconde [rabat]

Énoncé

Calculer mentalement : **a)** $A = \frac{3}{7} + \frac{4}{21} - \frac{5}{3}$ **b)** $B = \frac{7}{3} - \frac{10}{3} \times \frac{1}{5}$ **c)** $C = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}$

Solution

a) $A = \frac{3}{7} + \frac{4}{21} - \frac{5}{3}$ 1

Le dénominateur commun est 21. 2

$A = \frac{3 \times 3}{7 \times 3} + \frac{4}{21} - \frac{5 \times 7}{3 \times 7} = \frac{9 + 4 - 35}{21} = -\frac{22}{21}$

b) $B = \frac{7}{3} - \frac{10}{3} \times \frac{1}{5}$ 1 $= \frac{7}{3} - \frac{\cancel{5} \times 2}{3} \times \frac{1}{\cancel{5} \times 1}$ 3

B devient $B = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

c) $C = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}$ 1 et $\frac{2}{3} - 3 = \frac{2}{3} - \frac{3 \times 3}{1 \times 3} = -\frac{7}{3}$. 2 Donc $C = -\frac{7}{3} \div \frac{1}{9} = -\frac{7}{3} \times 9 = -\frac{7}{\cancel{3}} \times \cancel{3} \times 3 = -21$.

Conseils & Méthodes

1 On identifie les opérations à faire en premier (↪ Méthode 1 p. 6).

2 Pour additionner ou soustraire des fractions, on les réduit au même dénominateur.

3 On simplifie les fractions avant de les multiplier.

À vous de jouer !

3 Calculer mentalement :

a) $A = \frac{3}{2} + \frac{11}{5} \times \frac{15}{2}$ **b)** $B = \left(\frac{3}{10} - \frac{2}{5}\right) \times \frac{1}{2}$

c) $C = \frac{7}{4} \div \frac{5}{2} - \frac{3}{10}$ **d)** $D = \frac{1}{-8} + \frac{5}{4} - \frac{7}{6}$

4 Calculer mentalement :

a) $E = \frac{12}{5} \times \frac{7}{6} \times \frac{5}{14}$ **b)** $F = \frac{1 - 5^2}{(1 - 5)^2}$

c) $G = \frac{2}{3} - \frac{-7}{4} + \frac{1}{12}$ **d)** $H = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{16}{9}$

Méthode 3 Effectuer des calculs simples avec des pourcentages et passer d'une écriture à une autre

Énoncé

1. **Calculer mentalement : a) 25 % de 280. b) 75 % de 28. c) 30 % de 1 000 000.**
2. **Exprimer le pourcentage de sirop dans un verre qui contient 3 volumes de sirop pour 12 volumes d'eau.**
3. **Sur toutes les coupes du monde de football organisées jusqu'en 2022, l'équipe de France a participé à 16 des 22 phases finales et a participé à 4 finales. Quel est le pourcentage de participation de la France à une finale quand elle participe à la phase finale de la coupe du monde ?**

Solution

1. a) 25 % de 280 c'est $\frac{25}{100} \times 280$ (1) $= \frac{1}{4} \times 280$ (2) $= 70$.
b) 75 % de 28 c'est $\frac{3}{4} \times 28 = 21$.
c) 30% de 1 000 000 c'est $3 \times \frac{10}{100} \times 1\,000\,000 = 300\,000$

2. Le total est 15 (3) et la sous-quantité étudiée est le sirop. (4)
$\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ soit 20 %. (2)

3. Le total ici est 16 (3), il s'agit du nombre de participations de la France à une phase finale. Sur ces 16 participations, elle a disputé 4 fois la finale. (4)
Le pourcentage est $\frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 25$ %. (2)

Conseils & Méthodes

(1) Un pourcentage est une fraction dont le dénominateur est 100.
(2) $50\ \% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0{,}5$
$25\ \% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25$
$20\ \% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0{,}2$
$\frac{1}{3} \approx 0{,}33 \approx 33\ \%$
(3) On repère la quantité totale.
(4) On repère la sous-quantité.

À vous de jouer !

5 Calculer avec des pourcentages

Calculer mentalement :
a) 12 % de 150 €. **b)** 75 % de 480 €.

6 Passer d'une écriture à une autre

3 élèves d'un collège sur 5 possèdent un vélo.
Quel est le pourcentage d'élèves qui possèdent un vélo ?

Méthode 4 Appliquer un pourcentage d'évolution

↪ L'essentiel de la Seconde [rabat]

Énoncé

1. **Déterminer le prix d'un article coutant au départ 125 € et dont le prix a baissé de 10 %.**
2. **Adam place 12 500 € à la banque et son capital augmente de 2,5 %. Quel est son nouveau capital ?**

Solution

1. Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 10 % est $1 - \frac{10}{100} = 0{,}90$. (1)
$125 \times 0{,}90 = 112{,}50$ (2) donc le nouveau prix est 112,50 €.

2. Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 2,5 % est $1 + \frac{2{,}5}{100} = 1{,}025$. (1)
$12\,500 \times 1{,}025 = 12\,812{,}50$ € (2) donc le nouveau capital est 12 812,50 €.

Conseils & Méthodes

(1) On calcule le coefficient multiplicateur
$1 + \frac{t}{100}$ pour une hausse de t %
ou $1 - \frac{t}{100}$ pour une baisse de t %.
(2) On multiplie la valeur de départ par ce coefficient multiplicateur pour obtenir la valeur finale.

À vous de jouer !

7 Appliquer une hausse

Une subvention était de 3 000 € en 2022 et a augmenté de 15 % en 2023. De combien est-elle en 2023 ?

8 Appliquer une baisse

Dans un lycée de 1 145 élèves, le nombre d'élèves diminuera d'environ 4 %. Combien d'élèves y aura-t-il alors ?

Méthode 5 Calculer un taux d'évolution global

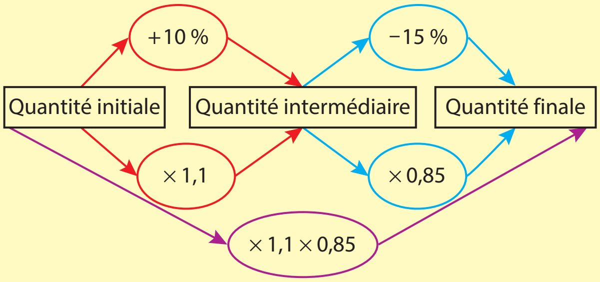
L'essentiel de la Seconde [rabat]

Énoncé

Déterminer l'évolution globale associée à une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 15 %.

Solution

On représente le problème par un schéma.



Conseils & Méthodes

1. On calcule les coefficients multiplicateurs associés à chaque évolution (**Méthode 4** p. 7).
2. On multiplie entre eux les coefficients multiplicateurs des différentes évolutions pour obtenir le coefficient multiplicateur global.
3. On soustrait 1 au coefficient multiplicateur pour obtenir le taux sous forme décimale puis on convertit en pourcentage.

Les coefficients multiplicateurs de ces deux évolutions sont $1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$ et $1 - \frac{15}{100} = 0{,}85$. **1**

Le coefficient multiplicateur global est donc $1{,}1 \times 0{,}85 = 0{,}935$. **2** $0{,}935 - 1 = -0{,}065$ soit $-6{,}5$ %.

L'évolution associée à une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 15 % est une baisse de 6,5 %. **3**

À vous de jouer !

9 Calculer un taux d'évolution global

Déterminer l'évolution globale associée à une hausse de 5 % suivie d'une baisse de 2 %.

10 Calculer un taux d'évolution global

Déterminer l'évolution globale associée à une baisse de 10 % suivie d'une baisse de 20 %.

Méthode 6 Calculer un taux d'évolution réciproque

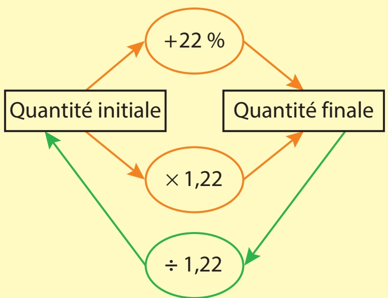
L'essentiel de la Seconde [rabat]

Énoncé

Déterminer l'évolution réciproque associée à une hausse de 22 %.

Solution

On représente le problème par un schéma.



Conseils & Méthodes

1. On calcule le coefficient multiplicateur de l'évolution directe (**Méthode 4** p. 7).
2. On calcule son inverse, c'est le coefficient multiplicateur réciproque.
3. On soustrait 1 au coefficient multiplicateur pour obtenir le taux sous forme décimale puis on convertit en pourcentage.

Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 22 % est $1 + \frac{22}{100} = 1{,}22$. **1**

Le coefficient multiplicateur réciproque est son inverse, $1 \div 1{,}22$. **2**

Le taux réciproque est $1 \div 1{,}22 - 1 \approx -0{,}18$ soit -18 %. **3**

L'évolution réciproque d'une hausse de 22 % est une baisse d'environ 18 %.

À vous de jouer !

11 Calculer un taux d'évolution réciproque

Déterminer l'évolution réciproque associée à une hausse de 25 %.

12 Calculer un taux d'évolution réciproque

Déterminer l'évolution réciproque associée à une baisse de 40 %.

Méthode 7 Effectuer une application numérique d'une formule mathématique

Énoncé

Déterminer le volume $\mathscr{V}$ en cm^3 d'un cône de rayon $r = 9{,}1$ cm et de hauteur $h = 6{,}21$ cm sachant que $\mathscr{V} = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$.

Solution

$\mathscr{V} = \dfrac{\pi r^2 h}{3} = \dfrac{\pi \times 9{,}1^2 \times 6{,}21}{3}$ car $r = 9{,}1$ et $h = 6{,}21$. 1 2

$\mathscr{V} = \dfrac{9{,}1^2 \times 6{,}21}{3} \times \pi$ 3 $= 171{,}4167 \times \pi \approx 538{,}5214$ cm^3. 4

Conseils & Méthodes

1. On associe les valeurs aux lettres de la formule mathématique.
2. On fait apparaître les signes multiplier qui sont sous-entendus.
3. On détermine la fraction à la calculatrice en laissant π à part.
4. On détermine une valeur approchée à la calculatrice.

À vous de jouer !

13 Appliquer la formule du volume d'une boule

Calculer le volume d'une boule de rayon 3,21 cm sachant que $\mathscr{V} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$.

14 Appliquer la formule du volume d'un prisme

Calculer le volume $\mathscr{V}$ d'un prisme de hauteur $h = 12{,}5$ cm et d'aire de base $\mathscr{A} = 5{,}4$ cm^2 sachant que $\mathscr{V} = \mathscr{A} \times h$.

Méthode 8 Résoudre une équation du 1er degré ou $x^2 = a$

↪ L'essentiel de la Seconde (rabat)

Énoncé

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x - 7 = -12$ **b)** $-7x = -12$ **c)** $3x - 2 = 7x + 15$ **d)** $3x^2 = 15$.

Solution

a) On reconnaît le type de l'équation : $ax + b = cx + d$. 1

$x - 7 = -12 \Leftrightarrow x - 7 + 7 = -12 + 7$ 2 soit $x = -5$.

b) On reconnaît le type de l'équation : $ax + b = cx + d$. 1

$-7x = -12 \Leftrightarrow \dfrac{-7x}{-7} = \dfrac{-12}{-7}$ 3 soit $x = \dfrac{12}{7}$.

c) On reconnaît le type de l'équation : $ax + b = cx + d$. 1

$3x - 2 = 7x + 15 \Leftrightarrow 3x - 7x = 15 + 2$ 2

$\Leftrightarrow -4x = 17$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{17}{4}$ 3

d) On reconnaît le type de l'équation $x^2 = a$. 1

$3x^2 = 15 \Leftrightarrow x^2 = 5$ 3 $\Leftrightarrow x = \sqrt{5}$ ou $x = -\sqrt{5}$. 4

Conseils & Méthodes

1. On reconnaît le type d'équation : $ax + b = cx + d$ ou $x^2 = a$.
2. On transforme l'égalité de l'énoncé en une égalité équivalente en additionnant ou soustrayant le même nombre à gauche et droite du signe égal.
3. On transforme l'égalité de l'énoncé en une égalité équivalente en multipliant ou divisant par le même nombre à gauche et droite du signe égal.
4. On applique les formules pour les équations du type $x^2 = a$.

À vous de jouer !

15 Résoudre une équation du 1er degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $5{,}5x + 15 = 9x + 6$
b) $8x = 12x + 4$
c) $3(2x - 1) = 5 - 2x$

16 Résoudre une équation de type $x^2 = a$

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x^2 = 121$
b) $-5x^2 = -250$
c) $9x^2 - 7 = 9 - 7x^2$

Méthodes automatismes

Méthode 9 Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat

Énoncé

Julien calcule 19 325 – 6 412 et trouve –1 248.
1. Est-ce possible ?
2. Donner un ordre de grandeur du résultat.

Conseils & Méthodes

1 On vérifie si le résultat est aberrant ou incohérent.
2 On effectue un calcul mental en choisissant des valeurs proches des nombres en jeu.

Solution

1. Le résultat est positif car 19 325 > 6 412. La réponse de Julien est aberrante. 1

2. On effectue 19 325 – 6 412. 19 325 – 6 412 ≈ 19 400 – 6 400 ≈ 13 000 2

À vous de jouer !

17 Déterminer un ordre de grandeur

Donner un ordre de grandeur de :
a) 10 076 + 389 + 45 **b)** 71,2 × 2,09 **c)** –45 214 + 28 960

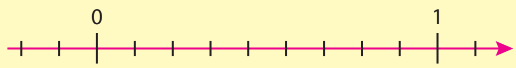
18 Choisir un ordre de grandeur

Choisir l'ordre de grandeur de 122 826 – 6 725 :
a) 11 600 **b)** 1 200 000 **c)** 116 000

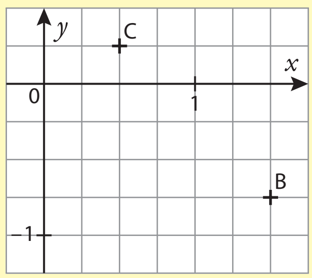
Méthode 10 Repérer sur une droite graduée ou un plan repéré

Énoncé

1. Recopier la droite graduée ci-contre et placer le point A$\left(-\frac{4}{3}\right)$.



2. On considère le repère ci-contre.
a) Lire les coordonnées du point B.
b) Recopier le repère et y placer le point D(–1,25 ; 1,5).

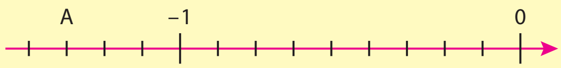


Solution

1. L'unité correspond à 9 subdivisions, c'est-à-dire qu'une subdivision correspond à $\frac{1}{9}$. 1

$\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$ et $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ correspond à 3 subdivisions.

L'abscisse est négative donc le point A est à gauche du point O. 2



2. Sur les deux axes, l'unité correspond à 4 subdivisions, c'est-à-dire qu'une subdivision correspond à $\frac{1}{4} = 0{,}25$. 1

a) L'abscisse de B 3 correspond à 6 subdivisions et $6 \times 0{,}25 = 1{,}5$.
Elle est positive. 2

L'ordonnée de B 3 correspond à 3 subdivisions et $3 \times 0{,}25 = 0{,}75$.
Elle est négative. 2

B(1,5 ; –0,75) ou B$\left(\frac{3}{2} ; -\frac{1}{4}\right)$.

b) –1,25 correspond à 5 subdivisions à gauche de l'origine.
1,5 correspond à 6 subdivisions vers le haut. 2 3

Conseils & Méthodes

1 On vérifie l'échelle des axes. La distance entre l'origine et l'unité correspond à 1.

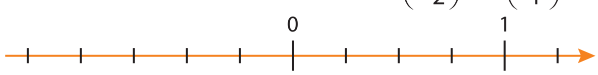
2 Le signe de l'abscisse et de l'ordonnée dépend de sa situation par rapport à l'origine : positif à droite ou au-dessus de O, négatif sinon.

3 Dans un plan, la première coordonnée est l'abscisse et se lit sur l'axe horizontal. La 2[e] coordonnée est l'ordonnée et se lit sur l'axe vertical.

À vous de jouer !

19 Repérer un nombre sur une droite graduée

Recopier la droite graduée et y placer A$\left(-\frac{3}{2}\right)$ et B$\left(\frac{10}{4}\right)$.



20 Repérer ou lire un point dans le plan

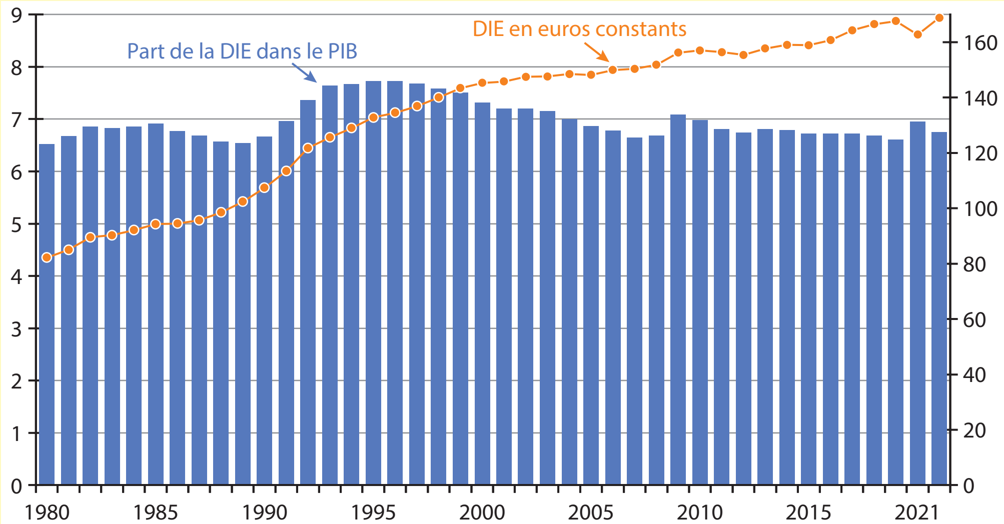
On considère le repère de la **méthode 10**.
1. Lire les coordonnées du point C.
2. Recopier le repère et placer le point E$\left(-\frac{7}{4} ; -2\right)$.

 CORRIGÉS www.lienmini.fr/7822-0

Méthode 11 Préciser les éléments caractéristiques d'un graphique

Énoncé

En 2021, la dépense intérieure d'éducation (DIE) est estimée à 168,8 milliards d'euros.
Le graphique ci-dessous donne son évolution au fil du temps.
Préciser les grandeurs et unités en jeu sur chaque axe.



(*Source* : DEPP, Compte de l'éducation)

Solution

• Un des axes représente le temps d'après l'énoncé. C'est l'axe horizontal qui est gradué en années. 1

• On observe sur le graphique un diagramme en barres bleu donnant la part du DIE dans le PIB et une courbe orange donnant le DIE en euros. Il faut les associer à chacun des deux axes verticaux.

Conseils & Méthodes

1 On repère dans l'énoncé ou sur le graphique les grandeurs en jeu et on les associe à l'axe correspondant du graphique.

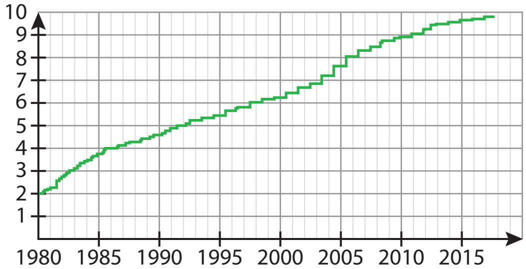
2 On associe les unités à chaque grandeur à partir des informations fournies.

On sait qu'en 2021, la DIE est de 168,8 milliards et la courbe orange atteint une valeur proche de 170 sur l'axe de droite donc l'axe de droite donne la DIE 1 en milliards d'euros 2 et l'axe de gauche donne sa part dans le PIB 1 en % puisqu'une part est une proportion. 2

À vous de jouer !

21 Préciser les grandeurs et les unités

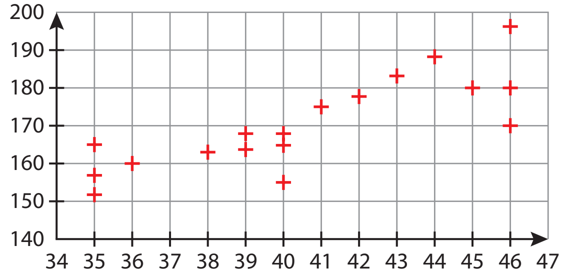
On donne le graphique ci-dessous représentant l'évolution du salaire minimum horaire en France.



Préciser les grandeurs et unités de chacun des axes.

22 Préciser les grandeurs et les unités

On a relevé la taille et la pointure de 18 élèves de lycée. Chaque point du graphique correspond à un élève.



Préciser les grandeurs et unités de chacun des axes.

Méthode 12 Réaliser une estimation graphique

↳ L'essentiel de la Seconde [rabat]

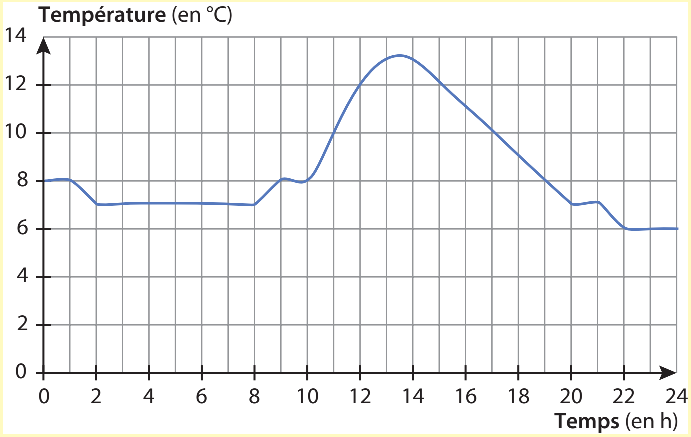
Énoncé

On donne ci-contre l'évolution de la température en °C prévue à Montpellier le 15 janvier 2023 en fonction de l'heure de la journée d'après le site de Météo France consulté la veille.

1. Quelle est la température prévue à 3 h ?

2. Déterminer à quelles heures la température prévue doit être de 10 °C.

3. Déterminer à partir de quelle heure il est prévu que la température passe définitivement en dessous des 8 °C ce jour-là.



Solution

1. On lit l'heure sur l'axe des abscisses, où une graduation représente 1 heure, et la température sur l'axe des ordonnées où une graduation représente 2 °C. 1
On cherche la température à 3 h. Le temps se lisant en abscisse, on cherche le point d'abscisse 3 dont on lit l'ordonnée : cette ordonnée est 7. 2
La température prévue à 3 h est 7 °C. 3

2. On cherche les heures où la température est de 10 °C.
La température se lisant en ordonnée, on cherche les points d'ordonnée 10 dont on lit les abscisses : ces abscisses sont 11 et 17. 2
La température prévue doit être de 10 °C à 11 h et 17 h. 3

3. La température est définitivement en dessous de 8 °C à partir de l'abscisse 19 4 donc il fera en dessous de 8 °C à partir de 19 h. 3

Conseils & Méthodes

1 On fait attention aux unités et grandeurs sur les axes.

2 On repère si la grandeur connue correspond à l'abscisse ou l'ordonnée et on détermine l'autre coordonnée.

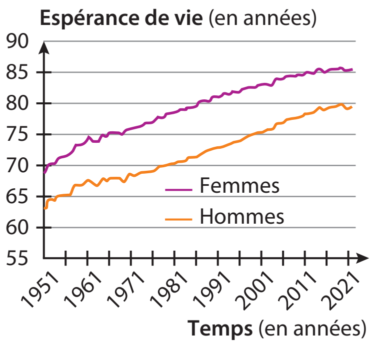
3 On conclut dans les termes de l'énoncé.

4 On demande d'estimer un seuil quand il y a une formulation du type « à partir ».
On cherche alors à partir de quelle abscisse la condition est vérifiée.

À vous de jouer !

23 Estimer un seuil et une valeur atteinte

Le graphique ci-dessous donne l'évolution de l'espérance de vie des hommes et des femmes en France.

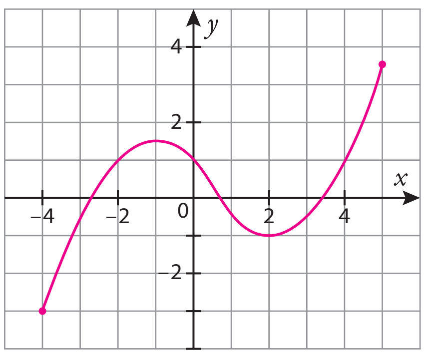


(*Source :* Centre d'observation de la société, INSEE)

1. Déterminer approximativement depuis quelle année l'espérance de vie des femmes a dépassé 80 ans.
2. Déterminer approximativement l'espérance de vie des hommes en 1986.

24 Estimer des antécédents et une valeur

Soit la fonction f dont la courbe est donnée ci-dessous.



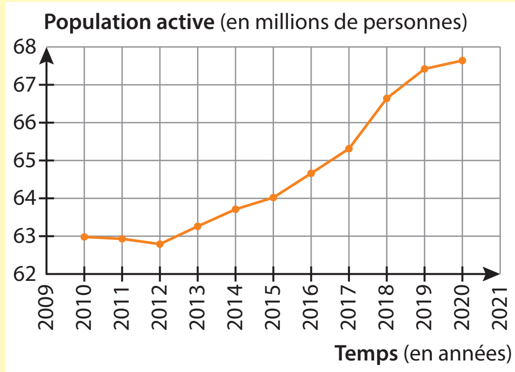
1. Déterminer les antécédents de 0 par f.
2. Quelle est la plus grande valeur atteinte par $f(x)$ sur l'intervalle $[-2\,;3]$?
3. Quelle est la plus petite valeur atteinte par $f(x)$ sur l'intervalle $[-2\,;3]$?

Méthode 13 Lire sur un graphique les variations d'une grandeur

↪ L'essentiel de la Seconde [rabat]

Énoncé

On donne ci-contre l'évolution de la population active au Japon entre 2010 et 2020. (*Source* : Statista, 2023)
L'axe des abscisses est gradué en années et l'axe des ordonnées en millions de personnes.
1. Entre 2015 et 2018, de combien a évolué cette population ?
2. On considère la fonction *f* dont la courbe est celle tracée dans le repère ci-contre.
Dresser le tableau de variations de *f*.



Solution

1. Le graphique est une courbe.
On lit le temps sur l'axe des abscisses, où une graduation représente 1 année, et la population active sur l'axe des ordonnées, où une graduation représente 1 million de personnes. **1**
On identifie les deux points d'abscisses 2015 et 2018, leurs ordonnées sont 64 pour 2015 et environ 66,6 pour 2018. **2**
La population active au Japon est donc passée de 64 **millions** à 66,6 **millions**.
On calcule : 66,6 – 64 = 2,6 **3** donc il y a eu une hausse de 2,6 millions d'actifs au Japon entre 2015 et 2018. **4**

Conseils & Méthodes

1 On fait attention aux unités et grandeurs sur les axes.
2 On repère les points du graphique associés à la question posée.
3 Il s'agit d'évaluer une évolution de population donc d'un calcul de différence entre deux valeurs.
4 On interprète concrètement les valeurs trouvées.
5 On regarde sur quels intervalles la fonction est croissante ou décroissante et les images des bornes de ces intervalles.

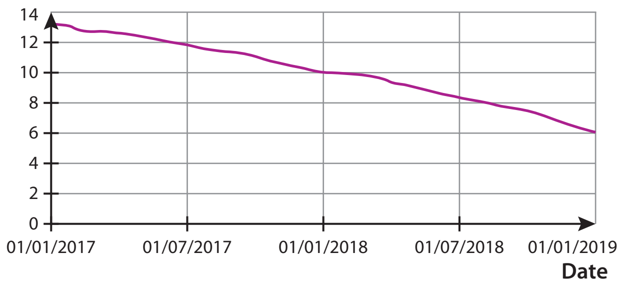
2. La courbe « descend » sur l'intervalle [2010 ; 2012] puis « monte » sur l'intervalle [2012 ; 2020].
De plus, $f(2010) = 63$, $f(2012) \approx 62,8$ et $f(2020) \approx 67,6$. **5** On obtient donc le tableau de variations ci-dessous.

x	2010		2012		2020
f	63	↘	62,8	↗	67,6

À vous de jouer !

25 Décrire des variations

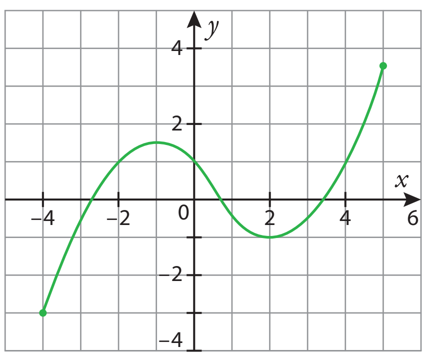
On considère le graphique ci-dessous.



En combien de temps le nombre d'adresses IPV4 disponibles a-t-il diminué d'environ un quart à partir du 1er janvier 2017 ?

26 Dresser un tableau de variations

Dresser le tableau de variation de la fonction f dont la courbe est donnée ci-dessous.



1

Analyse de l'information chiffrée

Les maths au quotidien

Collecter des informations chiffrées sur la population française et les **analyser** est le rôle essentiel joué par l'Institut National de la Statistiques et des Études Économiques (INSEE). En charge notamment du recensement de la population française, cet organisme permet d'aider à la prise de décision concernant l'organisation des services publics en France.

Qu'est-ce que l'analyse des informations chiffrées nous apprend sur l'urbanisation de la population ?

→ Exercice 21 p. 22

Demain, tous urbains ?
www.lienmini.fr/7822-1

Pour prendre un bon départ

EXERCICES Sésamath
Réviser ses acquis
www.lienmini.fr/7822-s2

1 Calculer des fréquences Vu au collège

Voici les résultats d'un sondage auprès d'élèves de Première sur leur utilisation quotidienne de l'ENT.

Recopier ce tableau et ajouter une ligne où vous calculerez les fréquences correspondantes.

Nombre de connexions	0	1	2	3	4	5 +
Nombre d'élèves	4	13	26	41	36	20

2 Construire un diagramme en barres Vu au collège

Le tableau ci-dessous donne la répartition, en pourcentage, de la population du Vaucluse en 2019.

Âge	Répartition de la population (en %)
0 à 14 ans	17,9
15 à 29 ans	15,6
30 à 44 ans	17,5
45 à 59 ans	20,4
60 à 74 ans	18,2
75 ans et +	10,4

(*Source* : INSEE)

Représenter ces données par un diagramme en barres.

3 Tracer un diagramme circulaire Vu au collège

Le tableau ci-dessous donne le récapitulatif des vœux sur Parcoursup en 2022.

Type de formation	Nombre de vœux
Licence	1 848 851
Licence LAS	318 132
PASS	663 079
BUT	812 935
BTS	1 422 372
CPGE	757 655
École d'ingénieurs	553 356
École de commerce	251 935
D.E. sanitaire et social	757 499
Autres	407 243

(*Source* : Parcoursup, traitement SIES)

Représenter ces données par un diagramme circulaire.

4 Calculer des pourcentages de sous-groupe Vu en 2de

Une agence de voyages sonde ses clients sur leurs intentions de voyage.

1. Quel est le pourcentage de clients souhaitant voyager à l'étranger ?
2. Parmi les clients souhaitant voyager en France, quel pourcentage souhaite une location ?

	En France	À l'étranger
En hôtel	420	361
En location	759	623

Activités

20 min

1 Récolter des données dans un tableau

1. Les données ci-dessous sont extraites d'un sondage auprès d'élèves de Première concernant leur temps de trajet en minute et leur moyen de transport : véhicule personnel (VP) ; transport en commun (TC) ; à pied (Pi).

Élève 1	TC	40	Élève 11	Pi	14	Élève 21	Pi	20
Élève 2	VP	27	Élève 12	TC	35	Élève 22	Pi	16
Élève 3	Pi	16	Élève 13	VP	25	Élève 23	TC	11
Élève 4	TC	25	Élève 14	TC	38	Élève 24	VP	6
Élève 5	VP	27	Élève 15	TC	40	Élève 25	TC	13
Élève 6	VP	27	Élève 16	VP	33	Élève 26	VP	11
Élève 7	VP	18	Élève 17	VP	31	Élève 27	VP	7
Élève 8	VP	40	Élève 18	Pi	25	Élève 28	TC	15
Élève 9	TC	22	Élève 19	TC	22	Élève 29	TC	39
Élève 10	VP	26	Élève 20	VP	7	Élève 30	TC	25

Trier ces données dans le tableau à double entrée ci-dessous.

	Pi	TC	VP	Total
[0 ; 15[				
[15 ; 30[				
[30 ; 45[				
Total				

2. Pour aller plus loin Comparer le temps moyen de trajet réel et l'approximation du temps moyen obtenue à partir du tableau à double entrée.

Cours 1A p. 17

20 min

2 Construire un nuage de points

1. Le tableau ci-dessous donne la population en 2019 et la projection de population en 2050, en millions d'habitants, de quelques pays.

a) Construire un graphique où chaque pays est représenté par un point dont l'abscisse est sa population en 2019 et son ordonnée est sa projection de population en 2050.

Coup de pouce Le choix de l'échelle doit permettre de faire un graphique occupant la totalité de la fenêtre délimitée par les axes. L'intersection des deux axes n'est pas forcément le point (0 ; 0).

b) Décrire le graphique obtenu.

Pays	2019	2050
Nigeria	201	401
États-Unis	329	379
Pakistan	217	338
Égypte	100	160
Mexique	128	155
Russie	146	136
Japon	127	106
Allemagne	84	80
Royaume-Uni	68	74
France	65	68

(*Source* : ONU, World population prospect, 2019)

2. Pour aller plus loin Proposer un moyen simple de visualiser les pays dont la population serait potentiellement moindre en 2050 par rapport à 2019.

Cours 1B p. 17

1 Comparer deux caractères d'une même série statistique

A. Tableau croisé d'effectifs

Définition Tableau croisé d'effectifs

Un **tableau croisé d'effectifs** est un tableau à double entrée qui permet de **dénombrer** les liens entre les deux caractères.

	Brocoli	Carotte	Courgette	Total
Cerise	0	1	1	2
Banane	0	1	0	1
Ananas	2	2	0	4
Total	2	4	1	7

Exemple

Des élèves sont sondés sur leurs fruits et légumes préférés. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessus. Il y a 2 élèves qui préfèrent à la fois les carottes et l'ananas.

B. Nuage de points

Définition Nuage de points

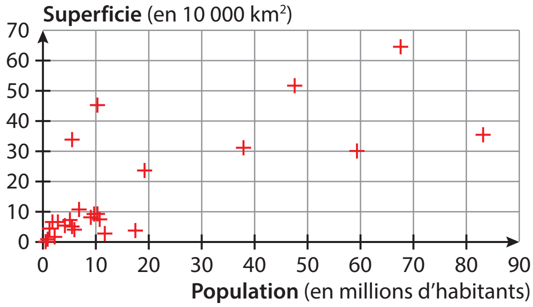
Dans un **nuage de points**, chaque individu de la population est représenté par un point et deux **caractères** sont utilisés pour l'abscisse et l'ordonnée de chaque point.

Remarque Un nuage de points permet de visualiser graphiquement le lien entre les deux caractères.

Exemple

Le nuage de points ci-contre représente la superficie et la population des pays de l'Union Européenne.

Population et superficie des pays de l'Union Européenne



(*Source* : Eurostat)

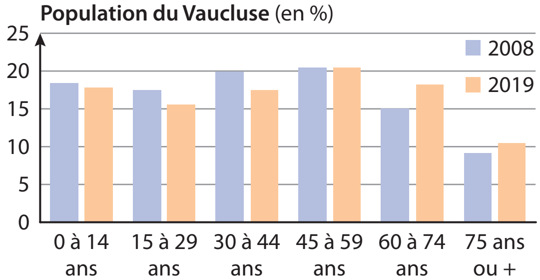
2 Comparer le même caractère sur plusieurs populations

La comparaison des populations se fait en plaçant des barres côte à côte dans un même **diagramme en barres**, ou en plaçant deux **diagrammes circulaires** côte à côte avec la même légende.

Exemples

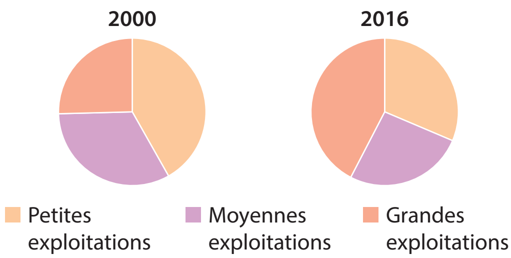
- Le diagramme en barres multiples ci-dessous représente la population du Vaucluse par tranche d'âge en 2008 et 2019.

Population du Vaucluse (en %)



(*Source* : INSEE)

- Les diagrammes circulaires ci-dessous représentent l'évolution de la répartition des exploitations agricoles en France suivant leur taille.



(*Source* : SSP, Agreste, recensements agricoles 2000 et 2016, enquête structure 2016)

Exercices résolus

VIDÉO ALL MATHS PARNAK
Comprendre une méthode
www.lienmini.fr/7822-3

Méthode 1 Dresser un tableau croisé d'effectifs

Énoncé

On a demandé à des élèves majeurs du Lycée Pythagore inscrits sur les listes électorales en 2022 quelle a été leur participation aux élections de 2022.

1. **Trier ces données dans un tableau croisé d'effectifs.**

2. **Quel pourcentage d'élèves a participé à tous les tours des deux élections ?**
Comparer au taux national de 36,4 % donné par l'INSEE.

Élève	Présidentielle	Législatives	Élève	Présidentielle	Législatives
Élève 1	À tous les tours	À tous les tours	Élève 10	À tous les tours	À tous les tours
Élève 2	À tous les tours	Au 1er tour	Élève 11	À tous les tours	À tous les tours
Élève 3	À tous les tours	Au 2e tour	Élève 12	Au 1er tour	Aucun
Élève 4	À tous les tours	Au 1er tour	Élève 13	À tous les tours	À tous les tours
Élève 5	Au 1er tour	Aucun	Élève 14	Au 1er tour	À tous les tours
Élève 6	À tous les tours	À tous les tours	Élève 15	Au 1er tour	Aucun
Élève 7	Au 1er tour	À tous les tours	Élève 16	À tous les tours	À tous les tours
Élève 8	À tous les tours	À tous les tours	Élève 17	À tous les tours	À tous les tours
Élève 9	Au 2e tour	Aucun	Élève 18	Au 2e tour	À tous les tours

Solution

1.

Participation aux législatives / Participation à la présidentielle 1	À tous les tours	Au 1er tour	Au 2e tour	Aucun	Total 3
À tous les tours	8 2	2	1	0	11
Au 1er tour	2	0	0	3	5
Au 2e tour	1	0	0	1	2
Total 3	11	2	1	4	18

2. 8 élèves parmi 18 ont participé à tous les tours des deux élections soit environ 44,4 %. Ce taux est supérieur au taux national, ce qui peut s'expliquer par l'attrait de la première participation à des élections.

Conseils & Méthodes

1 Au brouillon, faire la liste des réponses afin de déterminer le nombre de colonnes et de lignes du tableau et leurs titres.

2 Passer en revue toutes les réponses et marquer d'un bâtonnet la case où elles doivent être comptabilisées.

3 Recopier le tableau au propre et ajouter une colonne et une ligne « Total ».

À vous de jouer !

1 Trier ces données d'un village de l'Ain dans un tableau croisé d'effectifs.

Famille	Nombre d'enfants scolarisés	Nombre de véhicules
n° 1	2	3
n° 2	2	3
n° 3	0	3
n° 4	0	2
n° 5	0	2
n° 6	0	2
n° 7	0	2
n° 8	2	2
n° 9	1	3
n° 10	2	2
n° 11	0	2
n° 12	2	3

(*Source* : INSEE, 2019)

2 Trier ces données d'un village des Côtes-d'Armor dans un tableau croisé d'effectifs.

Famille	CSP du chef de famille	Diplôme du chef de famille
n° 1	Ouvriers	Bac GT
n° 2	Employés	Bac GT
n° 3	Ouvriers	Bac pro
n° 4	Agriculteurs	Encore scolarisé
n° 5	Ouvriers	Encore scolarisé
n° 6	Agriculteurs	Encore scolarisé
n° 7	Ouvriers	DNB
n° 8	Agriculteurs	DNB
n° 9	Agriculteurs	DNB
n° 10	Ouvriers	Bac pro
n° 11	Agriculteurs	Encore scolarisé
n° 12	Agriculteurs	DNB

(*Source* : INSEE, 2019)

↪ Exercices 25 à 30 p. 22

Exercices résolus

Méthode 2 Comparer deux caractères avec un nuage de points

Énoncé

Le tableau ci-contre donne le pourcentage des personnes qui n'ont pas les moyens de s'acheter une voiture ou un ordinateur dans divers pays européens en 2017.

1. Construire le nuage de points représentant ces données.

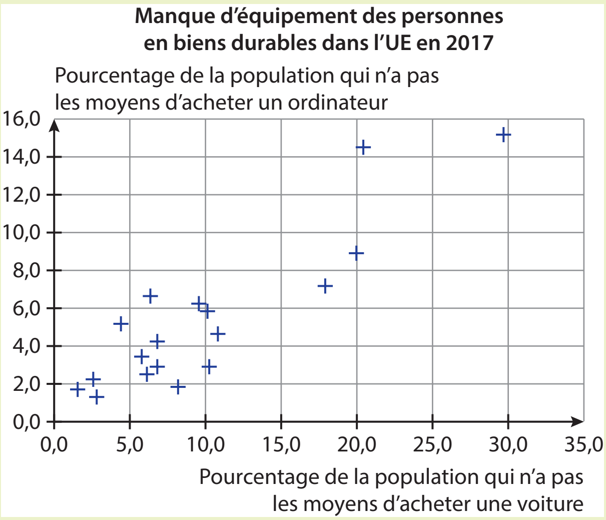
2. Décrire la forme du nuage. Interpréter.

Pays	Pourcentage de la population qui n'a pas les moyens d'acheter…		Pays	Pourcentage de la population qui n'a pas les moyens d'acheter…	
	une voiture	un ordinateur		une voiture	un ordinateur
Allemagne	6,3	2,3	Hongrie	20,1	8,8
Belgique	5,9	3,3	Lettonie	18,1	7,0
Bulgarie	20,6	14,4	Lituanie	10,3	5,7
Croatie	6,9	4,1	Malte	1,7	1,5
Danemark	8,3	1,7	Pologne	7,0	2,8
Espagne	4,6	5,1	Portugal	6,5	6,5
Estonie	10,4	2,8	Roumanie	29,8	15,0
France	2,7	2,1	Slovaquie	11,0	4,5
Grèce	9,7	6,1	Suède	2,9	1,2

(*Source* : Eurostat (extraction du 4 octobre 2019), EU-Silc)

Solution

1. 1



Conseils & Méthodes

1 Choisir un caractère pour l'abscisse et un pour l'ordonnée. Observer les valeurs pour déterminer une échelle pertinente sur chaque axe.

2 Si le nuage n'est pas dispersé, sa forme va permettre de visualiser une tendance et de singulariser les points qui sont éloignés du nuage.

2. La plus grande partie des points sont regroupés. Quatre points sont très éloignés du nuage. 2
Le manque de biens d'équipements semble homogène dans les différents pays de l'UE.
Quatre pays semblent souffrir d'une plus grande précarité.

À vous de jouer !

3 Le tableau ci-dessous donne la production et la consommation d'énergie en millions de tonnes équivalent pétrole (tep) pour sept pays de l'UE.
Construire le nuage de points associé.

	Production	Consommation
Allemagne	115,8	322,2
Espagne	34,2	131,1
France	132,2	256
Italie	36,7	159,5
Pays-Bas	41,7	78,3
Pologne	64	105,1
Royaume-Uni	118,1	185,5

(*Source* : INSEE, 2017)

4 Le tableau ci-dessous donne la cotation des prix, en euros, des carottes et des courgettes le 23/11/22.

Villes	Carotte	Courgette
Perpignan	1	2,5
Avignon – Cavaillon	1,1	2,2
Marseille	0,85	1,7
Nantes	0,78	2,05
Nice	1,15	2,4
Strasbourg	0,98	1,63
Toulouse	0,8	1,6

(*Source* : France AgriMer)

1. Construire le nuage de points associé.
2. Le nuage présente-t-il une tendance ? Interpréter.

Exercices 31 à 37 p. 23

Exercices résolution de problèmes

J'apprends à extraire les données utiles

Réflexe 1
Je repère la conclusion du problème pour identifier la leçon concernée.

Réflexe 2
Je repère les informations nécessaires pour y répondre.

Énoncé

Voici les résultats d'un sondage auprès d'élèves de Première sur leur utilisation quotidienne de l'ENT.

Quelle est la proportion, exprimée en pourcentage, d'élèves qui utilisent l'ENT en ligne au moins 3 fois par jour ?

Nombre de connexions	0	1	2	3	4	5 et +
Nombre d'élèves	4	13	26	41	36	20

Solution

Étape 1 Je dois calculer une « proportion » et l'exprimer en pourcentage. D'après ma leçon, cela signifie que je dois identifier un effectif total, un sous-ensemble et son effectif. **Réflexe 1**

Étape 2 L'effectif total est représenté par le nombre total d'élèves interrogés. Le sous-ensemble cherché est le nombre d'élèves qui se connectent au moins 3 fois par jour. Au moins 3 fois signifie que les élèves se connectent 3, 4 ou 5 fois et +. **Réflexe 2**

Brouillon

Nombre d'élèves qui utilisent l'ENT au moins 3 fois

Pourcentage $= \dfrac{\text{effectif partiel}}{\text{effectif total}} \times 100$

Nombre total d'élèves

Réponse rédigée

Le pourcentage d'élèves qui utilisent l'ENT au moins trois fois par jour est donné par la formule :

$$\frac{\text{nombre d'élèves qui utilisent l'ENT au moins 3 fois}}{\text{nombre total d'élèves}} \times 100$$

soit $\dfrac{41+36+20}{4+13+26+41+36+20} \times 100.$

$\dfrac{97}{140} \times 100 \approx 69{,}3$

Environ 69,3 % des élèves utilisent l'ENT au moins trois fois par jour.

Je m'entraîne à extraire les données utiles

5 Enquête — Sociologie

Voici les résultats d'une enquête sur des jeunes de 18 à 24 ans selon la catégorie socioprofessionnelle (CSP) du père.

(*Source* : MEN-MESR DEPP)

CSP du père	Jeunes sortis avec diplôme	Jeunes sortis sans diplôme
Sans activité	135	94
Agriculteurs, artisans, commerçants, chefs d'entreprise	1 449	215
Cadres, professions supérieures	1 985	122
Professions intermédiaires	2 268	209
Employés	1 818	444
Ouvriers	3 646	1 078
Total	11 301	2 162

Pedro affirme que parmi les jeunes sortis sans diplôme, près du dixième ont un père avec une profession intermédiaire. A-t-il raison ?

6 Bac

Quel est le taux de réussite au Bac dans ce lycée ?

Admis au 1er groupe	476
Refusé au 1er groupe	3
Admis après le 2^{e} groupe	21
Refusé au 2^{e} groupe	12

7 Recensement de population — Sociologie

Voici un extrait du recensement dans la Creuse.

(*Source* : INSEE, 2019)

	Nombre de foyers	Population des foyers
Ensemble	57 161	112 891
Foyers d'une personne	23 479	23 479
Hommes seuls	*10 574*	*10 574*
Femmes seules	*12 906*	*12 906*
Foyers sans famille	995	2 357
Foyers avec famille(s)	32 687	87 055
Couple avec enfant(s)	*10 806*	*40 506*

Quel est le pourcentage de femmes vivant seules dans la Creuse ?

CARTES FLASH
Acquérir des automatismes
www.lienmini.fr/7822-4

Exercices automatismes

Rituel 1

Effectuer des calculs avec des décimaux et des fractions

8 Recopier et compléter le tableau suivant.

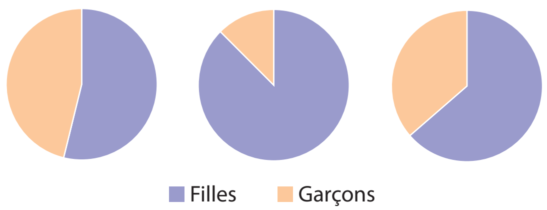
Effectif en classe de 2de	2de A	2de B	2de C	Total
Filles	13	11	...	44
Garçons	12	14	5	...

9 Recopier et compléter le tableau suivant en simplifiant les proportions de filles pour chaque classe.

	2de D	2de E	2de F
Proportion de filles	$\frac{28}{32} = \ldots$	$\frac{14}{26} = \ldots$	$\frac{21}{33} = \ldots$

Estimer graphiquement une valeur atteinte

10 Associer les classes de 2de D, 2de E et 2de F du **9** aux diagrammes circulaires qui les représentent.



Rituel 2

Cours du Pétrole brut Brent – Prix en dollars US par baril

(*Source* : INSEE)

Préciser sur un graphique les grandeurs et les unités

11 Quelles grandeurs sont représentées sur les axes ? Quelles sont leurs unités ?

Estimer graphiquement une valeur atteinte, un seuil

12 Quel était le cours du pétrole en janvier 2020 ?

13 En quelle(s) année(s) le prix du baril a-t-il dépassé le seuil de 120 dollars ?

Rituel 3

Effectuer des calculs simples avec des fractions

14 Calculer : $\frac{2}{5} \times 15$.

15 Calculer : $\frac{2}{7} + \frac{3}{4}$.

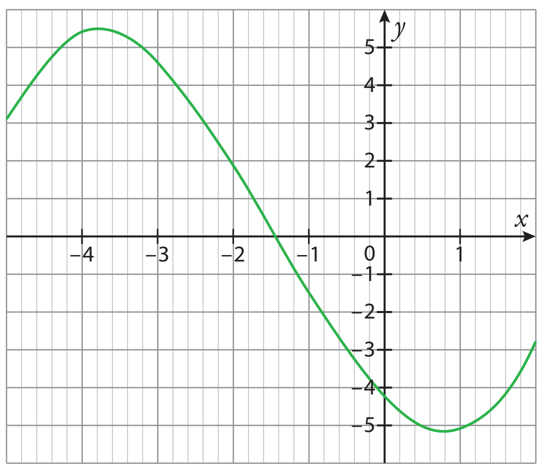
Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat

16 100 élèves de Première suivent la spécialité Mathématiques, soit environ 73 % des élèves.
Combien y a-t-il d'élèves en Première ?
a) 200 **b)** 137 **c)** 99

17 On considère le tableau avec l'extrait du recensement de la population de la Creuse de l'exercice **7**.
Combien d'enfants ont, en moyenne, les couples avec enfants ?
a) 1 **b)** 2 **c)** 3

Lire sur un graphique les variations d'une grandeur

18 Lire les variations de la grandeur y représentée par le graphique ci-dessous.



Je consolide mes acquis

19 Construire un digramme en barres

Les élèves de Première du Lycée Pythagore ont été sondés sur leur burger préféré. Représenter ces données par un diagramme en barres.

Type de burger	Nombre d'élèves
Au bœuf	52
Au poisson	23
Au poulet	47
Végétarien	35

20 Construire un diagramme circulaire

Le tableau ci-dessous donne l'origine de l'électricité qui a été consommée en France le dimanche 11 décembre 2022 de 13 h à 14 h selon RTE.

Origine	Consommation (en Mégawatt)
Import	5 646
Fossile	9 122
Renouvelable	11 150
Nucléaire	40 368

Représenter ces données par un diagramme circulaire.

21 Calculer des pourcentages

Sociologie

	Population urbaine (en milliards)	Population mondiale (en milliards)
1950	0,7	2,36
2018	4,2	7,63
2050 (prévisions)	6,3	9,26

(*Source* : ONU, World Urbanization Prospects, The 2018 Revision)

1. En 1950, quelle proportion de la population mondiale habitait en zone urbaine ?
2. Quel est le pourcentage d'augmentation de la population mondiale prévu entre 2018 et 2050 ?
3. La population urbaine augmentera-t-elle dans les mêmes proportions ?

Questions de cours

22 Comment s'appelle le tableau à double entrée qui représente deux caractères d'une même population ?

23 Que permet de représenter un nuage de points ?

24 Quels sont les éléments d'un graphique qu'il ne faut pas oublier ?

Tableau croisé d'effectifs

Méthode 1 p. 18

25 La mairie de Mathcity prépare une étude sur le nombre de places de stationnement nécessaires dans le quartier de Bellevue.
Le tableau ci-dessous est un extrait du sondage effectué auprès des habitants.

Foyer	Nombre de personnes majeures	Nombre de véhicules
n° 1	2	1
n° 2	3	1
n° 3	3	1
n° 4	2	2
n° 5	2	2
n° 6	3	2
n° 7	4	3
n° 8	3	1
n° 9	2	0
n° 10	3	2
n° 11	4	2
n° 12	2	1

1. Dresser un tableau croisé d'effectifs représentant ces données.
2. Quelle est la proportion de foyers disposant de deux véhicules ?
3. Parmi les foyers de 3 habitants majeurs et plus, quel est le pourcentage de foyers ayant au moins 3 véhicules ?

26 Jin, Roger, Jane, Paul et Alexandra mangent au restaurant. Les commandes de leurs plats ont été triées dans le tableau croisé ci-dessous.

	Poulet	Tofu
Purée de carottes	2	1
Gratin de courgettes	1	1

Paul est végétarien, Roger n'aime pas les carottes, Jin n'aime ni les carottes ni le poulet.
Donner la composition du plat de chaque ami.

TUTORIELS
Fiches méthodes – Tableurs
www.lienmini.fr/8188-tuto

Exercices d'entraînement

27 À l'entrée d'une zone commerciale, on sonde les clients sur les deux questions suivantes : quel est le premier magasin qu'ils ont l'intention de visiter et quel est leur budget prévisionnel en euros.

Les résultats sont donnés ci-dessous.

Jouets	70
Chaussures	50
High-Tech	50
Jouets	80
Sports et Loisirs	20
Sports et Loisirs	70
High-Tech	20
Sports et Loisirs	65
Sports et Loisirs	95
Jouets	60
Bijoux	75
High-Tech	95
Sports et Loisirs	30
High-Tech	0
Bijoux	75
Mode	55
Sports et Loisirs	0
Maison	45
Sports et Loisirs	20
Sports et Loisirs	85

Sports et Loisirs	70
Jouets	75
Bijoux	45
High-Tech	55
High-Tech	95
High-Tech	90
Maison	40
Chaussures	80
High-Tech	20
Sports et Loisirs	50
Chaussures	75
High-Tech	0
High-Tech	30
Jouets	70
Jouets	15
Bijoux	65
Sports et Loisirs	25
Sports et Loisirs	35
Jouets	20
Sports et Loisirs	35

1. Représenter ces données dans un tableau croisé d'effectif où les budgets seront regroupés en trois classes : [0 ; 30[; [30 ; 65[; [65 ; 95].
2. Quel est le pourcentage de clients qui ont l'intention de dépenser au moins 65 € ?
3. Parmi les clients qui pensent dépenser moins de 30 €, quel est le pourcentage de clients qui visiteront le magasin de jouets en premier ?

28 Le tableau **Sociologie** **Tableur**
à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab1) est un extrait des données de recensement de la population française de 2018 donnant le type de combustible utilisé pour le chauffage d'un habitat et la catégorie socioprofessionnelle de son occupant principal. (*Source* : INSEE)

1. Établir un tableau croisé dynamique correspondant à ces données.
2. Combien d'ouvriers se chauffent au gaz de ville ?
3. Quel est le pourcentage de sondés qui utilisent le chauffage par gaz de ville ?
4. Quel est le pourcentage d'ouvriers qui utilisent le chauffage électrique ?

29 Extraire les données utiles

On donne ci-dessous les statistiques sur les accidents cyclistes en France métropolitaine en 2008.

Accidents / Âge	Blessés hospitalisés	Blessés non hospitalisés
0 à 14 ans	275	383
15 à 24 ans	245	611
25 à 44 ans	337	965
45 à 64 ans	458	669
65 ans et +	224	219
Total	1 539	2 847

(*Source* : fub.fr)

Les accidents sont considérés comme graves lorsque les blessés sont hospitalisés. Un article affirme : « À partir de 25 ans, la gravité des accidents cyclistes augmente avec l'âge. » Cette affirmation semble-t-elle vraie ?

↪ **Résolution de problèmes** p. 20

30 Le tableau à télécharger **Tableur** (www.lienmini.fr/7822-tab2) donne le sexe et le salaire annuel de chacun des 617 salariés de l'entreprise Marmcig.

1. Dresser un tableau croisé dynamique représentant ces données.
2. Effectuer les calculs nécessaires pour proposer un tableau où les salaires sont regroupés en quatre classes de même amplitude à déterminer.
3. À la lumière de ce tableau, que peut-on dire de la politique salariale de cette entreprise concernant l'équité homme/femme des salaires ?

Nuage de points

Méthode 2 p. 19

31 Le tableau ci-dessous donne la superficie en milliers de km^2 et la population en millions d'habitants de six pays de l'Union européenne.

	Population	Superficie
Allemagne	83,1	357
Danemark	5,8	43
France	67,4	644
Grèce	10,7	132
Pologne	37,8	313
Suède	10,4	450

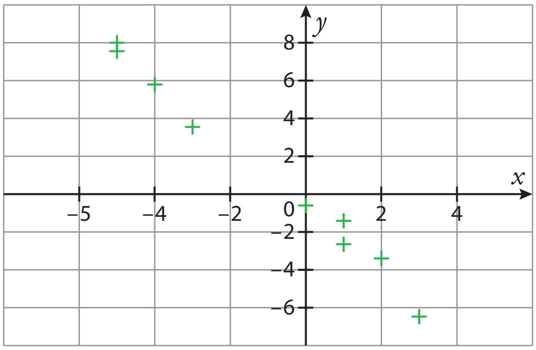
(*Source* : Eurostat)

Construire le nuage de points associé à ces données.

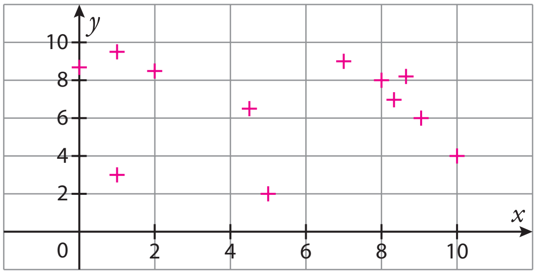
Exercices d'entraînement

32 Oral Décrire les tendances des nuages ci-dessous.

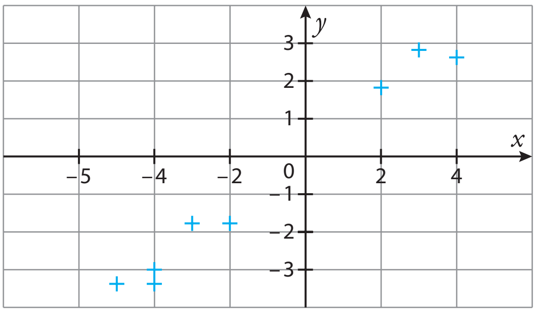
a)



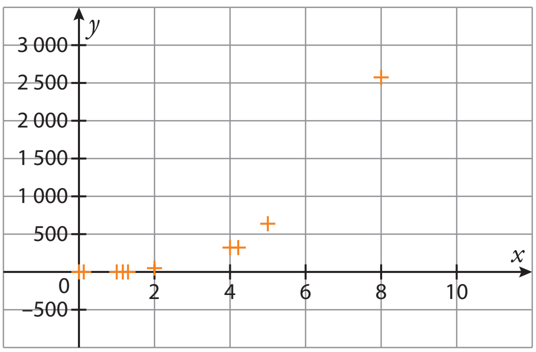
b)



c)



d)



33 Santé Le tableau ci-dessous donne le prix moyen du paquet de 20 cigarettes en France, en euros, et le nombre total de paquets de 20 cigarettes vendus en France en milliards.

Année	2004	2007	2010	2013	2016
Prix du paquet	5	5,13	5,65	6,7	7
Nombre total de paquets vendus	2,75	2,75	2,74	2,38	2,25

(*Source* : Baromètre de la Santé, INVS)

1. Construire le nuage de points associé à ce tableau.
2. La hausse du prix a-t-elle fait diminuer le tabagisme ?

34 Oral Le fichier à télécharger Tableur (www.lienmini.fr/7822-tab3) donne la part des salariés en situation de handicap dans la fonction publique.
(*Source* : INSEE)

1. Représenter ce tableau graphiquement par un nuage de points avec le tableur.
2. Décrire la forme du nuage.
3. Quel phénomène est mis en évidence ?

35 Santé Pendant les opérations à cœur ouvert, l'action du cœur est remplacée par une machine qu'il faut régler. Pour cela, on soumet un litre de sang à différentes valeurs de pression partielle en dioxygène (O_2) et on mesure la saturation de l'hémoglobine (Hb) en O_2.
Les résultats de ces mesures sont reproduits dans le tableau ci-dessous.

Pression partielle en O_2 (en kPa)	2	5	6	7	8
Saturation de Hb en O_2 (en %)	10	40	60	80	90

1. Construire le nuage de points associé à ce tableau.
2. La saturation est considérée comme normale à partir de 94 %. En supposant que la tendance se poursuive, estimer la pression correspondante.

36 Tableur Le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab4) donne les quantités de marchandises transportées dans le monde par voie maritime entre 2000 et 2017, exprimées en millions de tonnes.

(*Source* : Nations Unies (UNCTAD))

1. À l'aide du tableur, tracer le nuage de points représentant cette série.
2. Décrire la forme du nuage de points obtenu.
3. Interpréter.

37 SVT Tableur Le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab5) donne, pour 56 stations météo, la température maximale enregistrée, en degrés Celsius, et le cumul des précipitations, en millimètres, le 1[er] avril 2021. (*Source* : Météo France)

1. Représenter ce tableau graphiquement par un nuage de points avec le tableur.
2. Décrire la forme du nuage.
3. Interpréter le nuage en s'aidant des localisations des stations météo.

Exercices d'entraînement

Diagramme en barres multiples

38 Ce tableau donne l'âge moyen des époux lors du mariage en France. **Sociologie**

	Femme	Homme
2020	36,7	39,3
2015	35,1	37,7
2010	33,8	36,5
2005	32,6	35,3
2000	31	33,6
1995	29,2	31,8

(*Source* : INSEE)

1. Construire le diagramme en barres multiples permettant de comparer, pour chaque année, l'âge moyen des femmes et des hommes qui se sont mariés.
2. En supposant l'évolution régulière, estimer les âges moyens lors du mariage en 2025.

39 Ce tableau donne le nouveau lieu de résidence selon l'âge après un déménagement. **Sociologie**

	Dans la même commune	Dans une autre commune
De 1 à 14 ans	43,1	56,9
De 15 à 24 ans	26,9	73,1
De 25 à 54 ans	37,1	62,9
55 ans et plus	40,4	59,6

(*Source* : INSEE, Île-de-France, 2019)

1. Construire le diagramme en barres multiples permettant de comparer, pour chaque tranche d'âge, la localisation de la nouvelle résidence.
2. À quelle catégorie correspond la barre la plus haute ?
3. Proposer une raison.

40 **Extraire les données utiles** **Tableur**

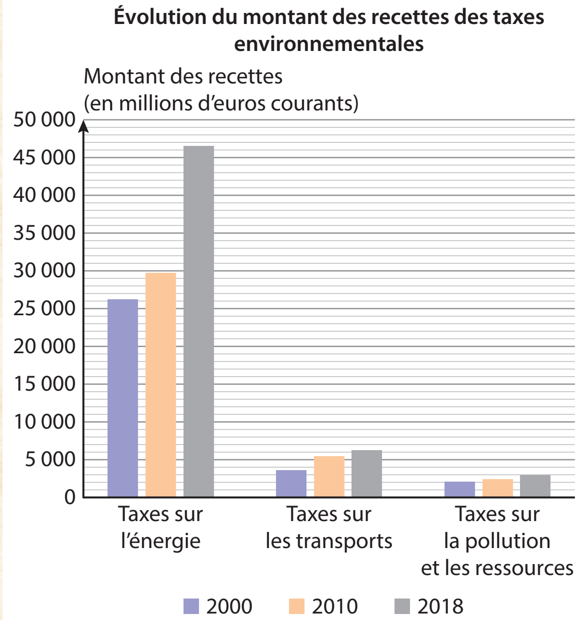
On a sondé des élèves de 1re sur leurs goûts musicaux.

	A	B	C
1		**1re A**	**1re B**
2	**Pop & Variétés**	12	8
3	**Hip-Hop & RnB**	8	6
4	**Rock & Indé**	4	10
5	**Dance & Musique électronique**	5	8
6	**Musique du monde**	6	0
7	**Classique**	0	3
8	**Total**	35	35

Quelle est la plage de cellules à sélectionner pour obtenir un diagramme en barres multiples permettant de comparer pour chaque catégorie musicale les goûts des élèves de ces deux classes ?

↪ Résolution de problèmes p. 20

41 Esprit critique **Économie**



(*Source* : Eurostat, extraction du 31 janvier 2020)

1. Quel type de taxes semblent avoir le plus augmenté entre 2000 et 2018 ?
2. Calculer le pourcentage d'augmentation des trois taxes pendant ces 18 ans.
3. Votre première impression se confirme-t-elle ?

Diagrammes circulaires

42 Dans sa publication « INSEE Analyses Corse ; n° 41 ; juin 2022 », l'INSEE propose en téléchargement un fichier de données dont un extrait est reproduit dans le tableau ci-dessous. **Développement durable**

Années	État écologique des cours d'eau en Corse entre 2010 et 2020 (en %)		
	Moyen	Bon	Très bon
2010	9,1	90,9	0
2020	13,6	68,2	18,2

1. Construire deux diagrammes circulaires côte à côte représentant l'état écologique des cours d'eau en Corse en 2010 et en 2020.
2. Utiliser ces graphiques pour donner un argument justifiant le titre de la publication de l'INSEE : « *Indicateurs de développement durable : un bon niveau de préservation de l'environnement en Corse* ».

43 Dans la même publication que dans l'exercice précédent, l'INSEE donne les différents types de prélèvements en eau hors énergie en Corse entre 2013 et 2019, en pourcentage. **Développement durable**

	2013	2019
Irrigation	48,6	53,5
Eau potable	45,5	42,9
Canaux	4,9	2,8
Industrie – Économie	1	0,8

Réaliser et commenter les diagrammes circulaires donnant la répartition des prélèvements en 2013 et 2019.

44 **Histoire des sciences**

Florence Nightingale, infirmière anglaise du XIX^{e} siècle, est une pionnière des soins infirmiers modernes et de l'utilisation des statistiques dans le domaine de la santé. Les données ci-dessous répertorient les causes des décès à l'hôpital de Scutari du 1er octobre 1854 au 1er mars 1855 parmi les troupes anglaises engagées dans la guerre de Crimée.


Florence Nightingale (1820-1910)

- Blessures : 373
- Scorbut : 92
- Choléra : 1 237
- Diarrhée : 1 303
- Dysenterie : 696
- Fièvre : 1 137
- Autres : 521

1. Représenter ces données par un diagramme circulaire.
2. À partir de ces données, Florence Nightingale affirme que 90 % de ces décès sont dus à des causes évitables. Identifier quelles étaient les causes évitables d'après elle.

↪ Résolution de problèmes p. 124

45 Le tableau ci-dessous donne la répartition de la population d'Île-de-France en 2019. **Sociologie**

	Hommes	Femmes
Ensemble	5 917 923	6 344 621
0 à 14 ans	1 214 323	1 168 619
15 à 29 ans	1 205 472	1 243 382
30 à 44 ans	1 267 390	1 335 663
45 à 59 ans	1 156 226	1 216 157
60 à 74 ans	752 305	863 868
75 à 89 ans	292 242	434 503
90 ans et +	29 965	82 429

(*Source* : INSEE)

1. Construire deux diagrammes circulaires représentant respectivement la répartition des hommes et des femmes dans la population d'Île-de-France.
2. Comparer les proportions de femmes et d'hommes de plus de 60 ans.

46 Dans sa publication « INSEE Analyses Pays de la Loire ; n° 105 ; juillet 2022 », l'INSEE annonce une concentration accrue de personnes aux revenus élevés dans la métropole de Nantes. **Sociologie** **Tableur**
Le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab6) est le fichier fourni avec cette publication.

L'année 2004 et la zone géographique de la métropole de Nantes ont servi de base pour fixer des seuils définissant les revenus afin d'avoir une répartition de référence.
1. On veut construire quatre diagrammes circulaires correspondant aux deux années et aux deux zones géographiques étudiées par le tableau de l'INSEE. Dans quelle plage de cellules se trouvent les catégories pour la légende ?
2. a) Construire les quatre diagrammes.
b) Indiquer, pour chacun d'entre eux, leur titre et les plages qui contiennent les données.
3. Choisir deux graphiques pour donner un argument justifiant le titre de la publication de l'INSEE : « *Nantes Métropole : concentration accrue de personnes aux revenus élevés* ».
4. Peut-on conclure à un « exode rural » des habitants de Loire-Atlantique avec des revenus élevés vers la métropole nantaise ?

Détermination d'un sous-ensemble

47 Le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab7) est un extrait du fichier des adhérents d'un club de sport. **Tableur**
L'objectif est de colorier en rouge les noms et prénoms des enfants dont l'inscription n'est pas validée.

1. Dans quelle colonne se situe le statut de l'inscription ?
2. Quelle valeur des cellules de cette colonne déclenchera la mise en couleur rouge de la ligne ?
3. Quelle formule de comparaison va-t-on saisir ?
4. Quelle est la plage à colorier qui devra être sélectionnée ?
5. Mettre en œuvre la mise en forme conditionnelle souhaitée afin de confirmer les réponses aux questions précédentes.

TUTORIELS
Fiches méthodes – Tableurs
www.lienmini.fr/8188-tuto

Exercices d'entraînement

48 Le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab8) est un fichier de stock d'un supermarché fictif. Il donne, pour chaque produit : **Tableur**

- le rayon où se trouve le produit ;
- le nom du produit ;
- la quantité de produit en stock dans le magasin ;
- la moyenne des ventes journalières de la semaine précédente.

Afin de préparer la prochaine commande de réassortiment, le responsable du magasin souhaite repérer en rouge les lignes des produits dont le stock est inférieur à 200 et en vert les autres.

1. Quelle plage sélectionner pour la mise en forme conditionnelle ?

2. Quelle formule saisir pour la mise en forme conditionnelle « rouge » ?

3. Donner la négation de cette formule pour la mise en forme conditionnelle « verte ».

4. a) Le responsable souhaite affiner cette estimation. Pour cela, il suppose que les ventes de la semaine à venir correspondront au septuple de la moyenne journalière de la semaine précédente. Quel nouveau critère doit-il choisir ?
b) Quelle formule doit-on alors saisir pour la mise en forme conditionnelle « rouge » ?

49 Bob est responsable du suivi des clients dans l'entreprise Marmcig. **Tableur**
Le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab9) est un extrait de son fichier clients.
Il donne pour chaque client :

- son âge ;
- son lieu de résidence ;
- le montant de sa dernière commande ;
- le nombre de commandes passées en 2022.

Bob souhaite créer un statut de clients VIP et un statut de clients premium.
Les clients VIP sont les clients qui ont dépensé au moins 400 € lors de leur dernière commande.
Les clients premium sont les clients VIP qui ont passé au moins quatre commandes en 2022.
Afin de repérer ces clients plus facilement, Bob souhaite mettre en forme son fichier et colorer les lignes correspondantes selon le code couleur suivant :

- en vert les clients VIP ;
- en jaune les clients premium ;
- en rouge les autres.

1. Quelle plage faut-il sélectionner pour la mise en forme conditionnelle ?

2. Quelle formule faut-il saisir pour la mise en forme conditionnelle :
a) « verte » ?
b) « jaune » ?

3. Quelle est la négation de la formule précédente à utiliser pour la mise en forme conditionnelle « rouge » ?

> **Coup de pouce**
> Relire la fiche méthode sur la mise en forme conditionnelle.
> www.lienmini.fr/8188-tuto5

À chacun son rythme

50 Le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab10) est le fichier national annuel du bulletin d'analyse des accidents corporels (BAAC) de la circulation de 2020. (*Source* : data.gouv.fr) **Sécurité routière**

Énoncé A

1. Dresser le tableau croisé dynamique selon les types d'accidents et les catégories de véhicules.

2. Donner la proportion d'accidents avec un deux-roues ou un véhicule de tourisme dans chaque type d'accident.

3. Pourquoi ne peut-on pas conclure que rouler en deux-roues est moins dangereux qu'en véhicule de tourisme ?

Énoncé B

1. Construire trois diagrammes circulaires pour comparer la répartition par type d'accident en Métropole, en DOM et en OM.

2. Interpréter les graphiques obtenus.

Énoncé C

Est-il plus dangereux de rouler avec un vieux véhicule ?

Exercices de synthèse

51 Tableau croisé d'effectif

On a demandé à 16 élèves de Première de spécialité Mathématiques leur choix de spécialités pour la Terminale.

Élève	Choix 1	Choix 2
Élève 1	Mathématiques	Physique
Élève 2	Mathématiques	SES
Élève 3	HGGSP	SES
Élève 4	Mathématiques	Physique
Élève 5	Arts Plastiques	NSI
Élève 6	Mathématiques	Physique
Élève 7	Mathématiques	SES
Élève 8	Arts Plastiques	LLCER
Élève 9	Physique	SVT
Élève 10	Mathématiques	NSI
Élève 11	Mathématiques	SES
Élève 12	Physique	SVT
Élève 13	Physique	SVT
Élève 14	Mathématiques	NSI
Élève 15	Physique	SVT
Élève 16	Mathématiques	Physique

1. Dresser un tableau croisé d'effectifs.
2. Quelle proportion d'élèves ne gardera pas la spécialité Mathématiques en Terminale ?
3. Combien de parcours différents ont été choisis ?
4. Combien de parcours incluront la spécialité Mathématiques ?
5. Quel est le parcours le plus choisi ?

52 Nuage de points

Tableur

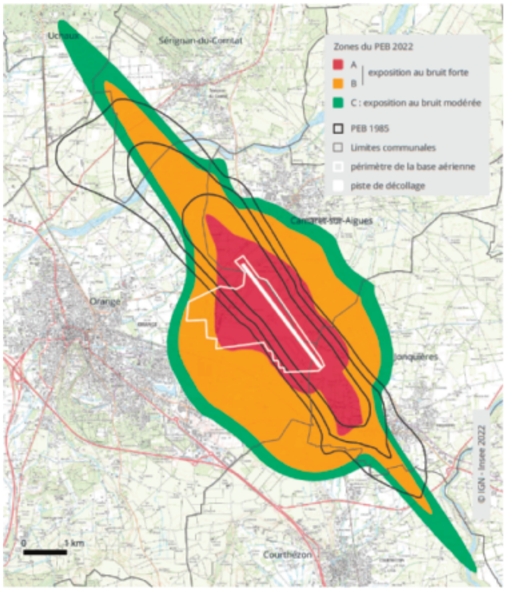
Le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab11) donne les temps moyens consacrés aux réseaux sociaux et au travail scolaire de 100 élèves de Première.

1. Représenter ce tableau graphiquement par un nuage de points avec le tableur.
2. Décrire la forme du nuage.
3. Quel phénomène est mis en évidence ? Est-il prouvé ?
4. Quelle formule faut-il utiliser dans un protocole de mise en forme conditionnelle pour mettre en évidence les élèves qui passent moins de 30 min pour leur travail scolaire et plus de 60 min sur les réseaux sociaux ?

53 Diagramme en barres et diagramme circulaire

Tableur

L'arrivée du Rafale à la base militaire d'Orange en 2024 a entraîné une modification en 2022 du plan d'exposition au bruit (PEB) autour de la base. Ce plan sert à prévenir et limiter l'exposition de la population aux nuisances sonores, en réglementant la construction et l'occupation du sol.



▲ *Zones de restrictions urbanistiques liées aux plans d'exposition au bruit de 2022 et 1985. © IGN-INSEE 2022*

Le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab12) donne l'évolution du nombre d'habitants et de la surface habitable dans chacune des zones aux abords de la piste d'atterrissage de la base aérienne.
La zone A est la zone la plus près de la piste. (*Source* : INSEE)

Partie A ▶ Réflexion préalable

1. Calculer la surface totale exposée au bruit de la base aérienne selon les PEB de 1985 et de 2022.
2. La surface exposée a-t-elle augmenté ou diminué ?
En quelle proportion ?
3. Calculer le nombre d'habitants exposés au bruit en 1985 et en 2022.

Partie B ▶ Recherche d'une tendance

1. Pour chacun des deux tableaux, construire le diagramme en barres proposé par défaut.
2. Quelle ville semble la plus impactée au niveau de la surface ?
3. Construire deux diagrammes circulaires comparatifs de la répartition de la surface exposée de cette ville en fonction des zones en 1985 et 2022.
4. Construire deux diagrammes circulaires comparatifs de la répartition des habitants de cette ville dans les zones en 1985 et 2022.
5. Comparer l'évolution (ou la non-évolution) du nombre d'habitants par rapport à l'évolution de la surface exposée au bruit.

Exercices d'approfondissement

54 Évolution de l'indice des prix du logement en France

Économie Tableur

Le ficher à télécharger donne l'indice des prix des logements de type appartements et maisons en province et en Île-de-France de 2000 à 2022 (www.lienmini.fr/7822-tab13). Les indices des prix sont proportionnels aux prix et l'indice de référence 100 correspond à ceux de 2015. (*Source* : INSEE)

Partie A ▶ Étude préliminaire

1. Construire le diagramme en barres permettant de comparer l'évolution de l'indice des prix des appartements en province et en Île-de-France.
Graduer l'axe horizontal avec année-trimestre.

2. Comparer l'évolution de l'indice des prix des appartements en province et en Île-de-France au cours du temps.

3. Quels événements peuvent expliquer l'inversement de tendance récente ?

Partie B ▶ Étude globale

4. On se propose d'analyser ce phénomène en comparant les données des quatre types de logement.
Afin de mieux visualiser les données, quel changement d'échelle peut-on préconiser ?

5. Construire le graphique sur le tableur et décrire les points saillants du graphique.

6. Après avoir effectué des recherches complémentaires, confirmer ou infirmer la réponse à la question **3.** en citant ses sources.

55 Esprit critique

Tableur

Le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab14) propose les résultats d'un sondage auprès de 340 personnes sur leurs utilisations d'Internet, triées par classe d'âge.
On souhaite obtenir un diagramme en barres qui donne, pour chaque tranche d'âge, la répartition des utilisations des types d'usage d'Internet.

1. a) Sélectionner la plage A1:D7 et construire le diagramme en barres proposé par défaut.

b) Analyser les résultats du sondage sur la base de ce graphique.

2. a) À partir des mêmes données, construire un diagramme en barres qui donne, pour chaque type d'usage d'Internet, la répartition par âge.

> **Coup de pouce** Relire la fiche méthode des diagrammes en barres.

b) Ce changement de point de vue change-t-il l'analyse du sondage ?

56 Des nouvelles chaussures de sport

Économie Tableur

Un fabricant de chaussures de sport réunit son équipe marketing pour préparer le lancement d'un nouveau modèle de chaussures de running.

Partie A ▶ Apprendre à connaître ses clients

L'équipe réalise un sondage auprès de ses clients pour connaître le prix maximum qu'ils accepteraient de payer pour une paire de chaussures.
Les résultats du sondage sont consignés dans le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab15).

1. Construire un tableau croisé dynamique permettant de compter, pour chaque prix proposé, le nombre de personnes dont c'est le budget maximum.
Combien de clients ont proposé 50 € ?

2. Construire le nuage de points associé dans le tableur. Interpréter la forme de ce nuage de points.

Partie B ▶ Projection sur les ventes potentielles

L'équipe veut savoir l'incidence du choix du prix sur le chiffre d'affaires potentiel. Le chiffre d'affaires correspond aux recettes perçues par la vente des chaussures et dépend donc du nombre de ventes et du prix de vente.

3. Combien de clients ont un budget maximum supérieur ou égal à 90 € ?

4. Le prix de vente des chaussures est fixé à 90 €.
Quel sera le chiffre d'affaires si on suppose que tous les clients comptabilisés à la question **3.** achètent cette paire de chaussures de sport ?

5. a) Sur une nouvelle feuille de calcul, copier-coller le tableau croisé dynamique obtenu à la question **1.** avec l'option « coller les valeurs ».

b) Ajouter une colonne à ce tableau calculant, pour chaque prix de vente, le nombre potentiel de ventes qui pourraient être réalisées.

> **Coup de pouce** On supposera que tous les clients pour lesquels ce prix ne dépasse pas leur budget maximal achèteront une paire de chaussures.

c) Ajouter une autre colonne avec le chiffre d'affaires potentiel.

6. Tracer la courbe correspondant au chiffre d'affaires en fonction du prix choisi.

7. Décrire l'évolution du chiffre d'affaires en fonction du prix de vente et conclure.

Vers les Maths complémentaires

57 Contrôle de freins

Sécurité routière

Le service de contrôle d'un constructeur automobile effectue des tests de freinage pour son nouveau modèle. Pendant des essais sur circuit, le conducteur est invité à freiner par un signal lumineux. Le tableau ci-dessous consigne les distances parcourues entre l'allumage du signal et l'arrêt complet du véhicule, mesurées lors de ces tests.

Vitesse (en km/h)	**Distance** (en m)
10	4
20	7
30	11
40	20
50	22
60	36
70	40
80	62
90	56
100	85
120	105
130	102
140	107
150	130
160	171
170	177
180	197
190	184
200	273
210	325
220	287

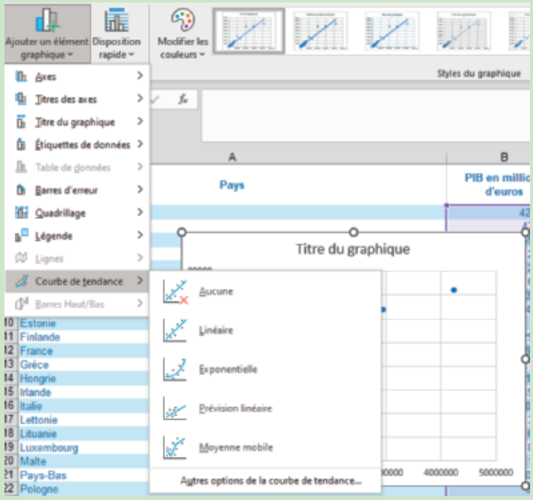
1. Construire le nuage de points correspondant à cette série de données.
2. Peut-on tracer une droite modélisant correctement les résultats des essais en circuit ?
3. Pour calculer rapidement la distance d'arrêt complet du véhicule, les auto-écoles proposent de multiplier le premier chiffre (pour les vitesses inférieures à 100 km/h) ou les deux premiers chiffres (pour les vitesses supérieures à 100 km/h) par lui-même.
Placer les points correspondants sur le graphique.
4. Combien de points sont éloignés de ce nuage théorique ? Conclure.

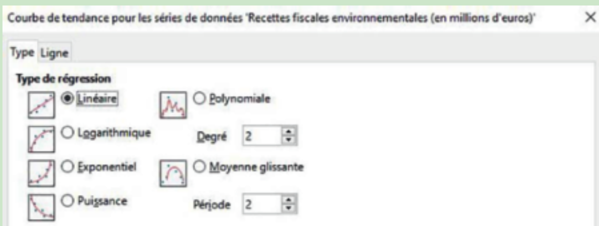
58 Recettes fiscales environnementales

Économie **Tableur**

Le fichier à télécharger (www.lienmini.fr/7822-tab16) donne les recettes fiscales environnementales et le PIB des pays de l'Union Européenne. (*Source* : Eurostat, 4 mars 2022)

1. a) Construire le nuage de points associé.
b) Décrire la forme de ce nuage de points.
c) Afficher la courbe de tendance qui semble correspondre le mieux au nuage.





Point cours

On appelle **point moyen** M le point dont l'abscisse est la moyenne des abscisses et l'ordonnée la moyenne des ordonnées.

2. a) Déterminer les coordonnées du point moyen en bas de la feuille de calculs sur la ligne 29.
b) Inclure le point moyen au graphique en modifiant la plage de données avec la poignée de sélection ou les options de création.
c) Le point moyen appartient-il à la courbe de tendance ?
3. À l'échelle de l'Union Européenne, quelle proportion du PIB représentent les recettes fiscales environnementales ?
4. Quels sont les deux pays dont les points représentatifs sont les plus éloignés de la courbe de tendance ? Commenter.

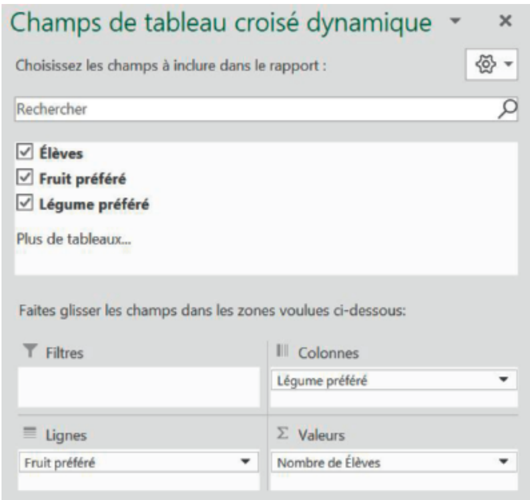
Préparer le contrôle Je révise

Objectif 1 Dresser un tableau croisé d'effectifs

Principe : on dénombre des données selon les deux caractères étudiés dans un tableau à double entrée.

	Brocoli	Haricot vert	Carotte	Total
Cerise	0	0	1	1
Banane	0	3	1	4
Ananas	2	3	2	7
Fraise	0	0	1	1
Total	2	6	5	13

Au tableur : on sélectionne les colonnes contenant les deux séries de données avec leurs titres et on utilise l'assistant de création du tableau pour positionner les données dans un tableau croisé dynamique (Microsoft Excel) ou dans une table dynamique (Open Office Calc).



Détermination d'un sous-ensemble d'individus

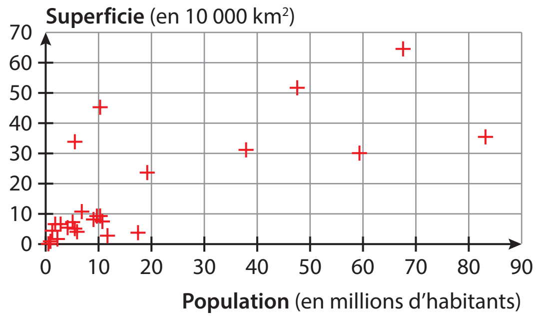
Plusieurs fonctions permettent de comparer le contenu de plusieurs cellules d'une feuille de calcul, entre elles ou à un critère.
Elles s'utilisent pour filtrer les cellules ou faire de la mise en forme conditionnelle.

- =ET(critère 1; critère 2) → l'expression est vraie si les deux critères sont vérifiés.
- =OU(critère 1; critère 2) → l'expression est vraie si l'un ou l'autre des deux critères est vérifié.
- =NON(critère) → prend la négation du critère.

Objectif 2 Utiliser un nuage de points

Principe : les points à placer ont pour abscisses et ordonnées les données des deux caractères étudiés.

Le nuage de points ci-dessous représente la superficie et la population des pays de l'Union européenne.



Au tableur : seules les valeurs des deux caractères sont à sélectionner. Il conviendra d'ajouter les titres aux axes avec le nom de chacun des caractères et son unité.

Interprétation : la forme d'un nuage non dispersé montre la nature du lien entre les deux caractères représentés.

Objectif 3 Utiliser un diagramme

Principe : les diagrammes, vus au collège, peuvent être « multipliés » pour représenter deux séries de données ou plus.

Pour un diagramme en barres, on placera les barres côte à côte.

Pour un diagramme circulaire, on placera les diagrammes côte à côte avec la même légende.

Au tableur : la colonne contenant les titres doit être sélectionnée pour constituer la légende. La sélection de deux extraits non contigus dans un tableau de grande taille se fait en utilisant la touche ctrl.

Interprétation : l'observation des hauteurs des barres ou des tailles des secteurs permet de comparer un même caractère sur les deux populations.

Préparer le contrôle Je me teste

QCM INTERACTIF
Tester ses connaissances
www.lienmini.fr/7822-6

QCM Choisir la (les) bonne(s) réponse(s).

Objectif

1 Dresser un tableau croisé d'effectifs

Ce tableau croisé d'effectifs de l'INSEE dénombre le nombre d'occupants d'un logement par rapport au nombre de pièces dans une ville d'Ille-et-Vilaine.
(*Source* : INSEE, RP2018 exploitation principale, géographie au 01/01/21)

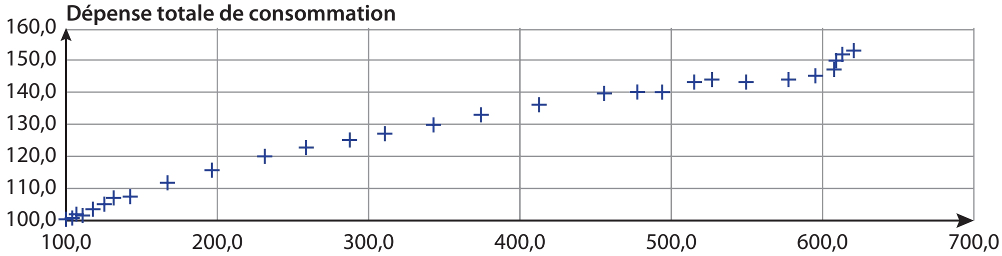
	A	B	C	D	E	F	G	H
1		1 personne	2 personnes	3 personnes	4 personnes	5 personnes	6 personnes et +	Ensemble
2	1 pièce	25	1	1	0	0	0	27
3	2 pièces	382	49	5	0	0	0	436
4	3 pièces	258	171	67	16	3	0	515
5	4 pièces	145	225	93	64	16	5	548
6	5 pièces	150	349	141	135	44	7	826
7	6 pièces et +	112	430	175	249	110	18	1 094
8	Ensemble	1 072	1 225	482	464	173	30	3 446

	A	B	C	D
59 Combien de familles de 3 personnes vivent dans un trois pièces ?	16	67	93	171
60 Quelle formule permet de colorer les cellules dénombrant entre 5 % et 10 % des logements ?	=ET(<0,1*H8; >0,05*H8)	=ET(B2<0,1*H8; B2>0,05*H8)	=ET(B2>172; B2<344)	=ET(>172;<344)

Objectif

2 Utiliser un nuage de points

Le graphique ci-contre donne la consommation des produits de l'économie de l'information de 1990 à 2018 (indice de volume base 100 en 1990).



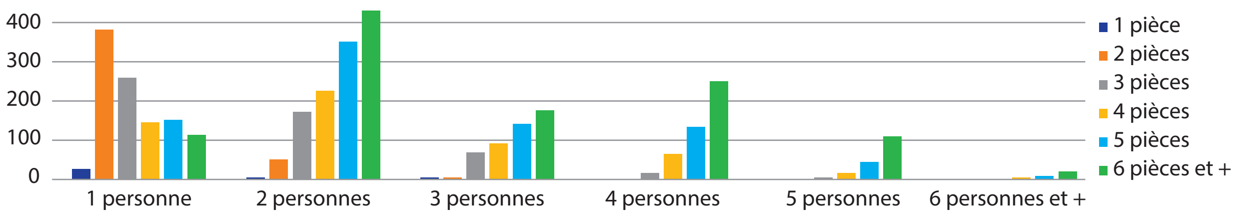
(*Source* : INSEE, comptes nationaux, base 2014)

	A	B	C	D
61 La forme globale du nuage est :	dispersée	groupée	alignée	une courbe
62 Quelle tendance se dégage ?	Évolution proportionnelle	Aucune	Évolution identique	Évolution exponentielle

Objectif

3 Utiliser un diagramme

On a représenté ci-dessous les données du tableau croisé d'effectifs de l'objectif 1.



	A	B	C	D
63 Quelle plage a été sélectionnée pour obtenir le graphique ?	A1:H8	B1:G7	A2:H8	A1:G7
64 Les appartements de 6 pièces et + sont les plus représentés :	dans toutes les catégories	pour les foyers de plus de 6 personnes	pour tous les foyers de plus de 2 personnes	pour aucun foyer

Corrigés p. 141

Parcours différenciés

	Objectif 1	Objectif 2	Objectif 3
Parcours A	1	3 67	69
Parcours B	65	31	42 70
Parcours C	47 66	31 68	42 71

Exercices

Objectif 1 Dresser un tableau croisé d'effectifs

65 Le fichier à télécharger est un extrait du fichier des naissances de 2021 (www.lienmini.fr/7822-tab17).
1. Dresser le tableau croisé d'effectifs correspondant.
2. Quel mois est-il né le plus de filles ? de garçons ?

66 Le fichier à télécharger est le fichier des naissances de 2021 (www.lienmini.fr/7822-tab18). Colorer en jaune les lignes correspondant à des enfants dont l'un des deux parents est mineur.

Objectif 2 Utiliser un nuage de points

67

	Nombre d'utilisateurs…	
	d'Internet pour 100 habitants	de smartphones (en millions)
Allemagne	89,7	108
Brésil	67,5	207
Chine	54,3	1 641
États-Unis	87,3	405
France	82,0	70
Inde	34,5	1 176
Japon	84,6	177
Russie	80,9	229

1. Construire le nuage de points représentant ces données.
2. Décrire la forme du nuage.
3. Donnez le nom des pays éloignés du nuage.

68 Le fichier à télécharger donne l'accès et l'utilisation d'Internet dans les pays de l'EU (www.lienmini.fr/7822-tab19). (*Source* : INSEE)

1. Avec le tableur, construire les nuages de points :
a) représentant le pourcentage de ménages ayant accès à Internet et le pourcentage de particuliers utilisant quotidiennement Internet.
b) correspondant aux particuliers de 16-24 ans.
2. Décrire les deux nuages et interpréter.

Objectif 3 Utiliser un diagramme

69 Ce tableau est un extrait des données de l'INSEE sur l'utilisation d'Internet selon l'âge en 2018.

Âge	Achat sur Internet	Accès au compte bancaire par Internet
15 à 29 ans	64,6	64,0
30 à 44 ans	67,6	74,2
45 à 59 ans	53,5	63,3
60 à 74 ans	33,4	47,1
75 ans et +	8,9	15,8

(*Source* : INSEE)

1. Construire un diagramme en barres multiples pour représenter ces données.
2. Décrire et commenter le diagramme obtenu.

70 Le fichier à télécharger détaille les pratiques d'Internet selon l'âge (www.lienmini.fr/7822-tab20). (*Source* : INSEE)

1. Construire avec le tableur un diagramme en barres multiples pour représenter, suivant les tranches d'âges, les achats sur Internet et l'utilisation d'Internet pour contacter une administration ou un service public au cours des 12 derniers mois.
2. Décrire et commenter le diagramme obtenu.

71 Le fichier à télécharger détaille les pratiques d'Internet selon l'âge (www.lienmini.fr/7822-tab20). (*Source* : INSEE)

1. Construire avec le tableur le diagramme circulaire représentant les achats faits sur Internet par tranches d'âge au cours des trois derniers mois.
2. Construire avec le tableur le diagramme circulaire représentant les achats faits sur Internet par tranches d'âge au cours de 12 derniers mois.
3. Comparer les deux diagrammes et interpréter.

Corrigés p. 141

2

Phénomènes aléatoires

Les maths au quotidien

L'étude de **phénomènes aléatoires** comme la météo d'un lieu d'habitation peut permettre de prendre des décisions en matière de transport.

La probabilité qu'il fasse beau a-t-elle une influence sur une décision de partir en vélo ?

↳ Exercice 77 p. 51

Non, la pluie ne vide pas les pistes cyclables
www.lienmini.fr/7822-7

Pour prendre un bon départ

EXERCICES Sésamath
Réviser ses acquis
www.lienmini.fr/7822-s4

1 Calculer des effectifs et des fréquences — Vu en 2de

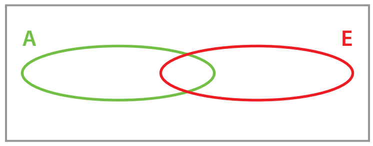
Dans sa boîte, Esteban a 655 billes de styles et de couleurs différentes, comme indiqué dans le tableau croisé d'effectifs ci-contre.

	Pépite	Plate	Tigre	Total
Jaune		10		223
Bleue			54	212
Rouge				
Total			248	

1. On sait de plus que 20 % des billes sont plates. Calculer le nombre de billes plates.
2. Un quart des billes tigres sont jaunes. Calculer le nombre de billes tigres de couleur jaune.
3. La moitié des billes bleues sont plates. Recopier et compléter le tableau.
4. Quelle est la fréquence de billes rouges, arrondie au centième ?
5. Quelle est la fréquence de pépites jaunes en pourcentage, arrondie à l'unité ?

2 Intersection, union et événements contraires — Vu en 2de

Dans une classe de 35 élèves, 20 élèves étudient l'Espagnol et 4 ont pris l'option Arts plastiques. 2 élèves étudient l'Espagnol et les Arts plastiques.
On choisit un élève au hasard.
Soit les événements suivants.



- E : « L'élève choisi étudie l'Espagnol. »
- A : « L'élève choisi étudie les Arts plastiques. »

1. Recopier et compléter le diagramme ci-dessus avec les effectifs.
2. Décrire par des phrases les événements suivants puis donner leur probabilité.
a) $A \cap E$ **b)** $A \cup E$ **c)** $\overline{A}$ **d)** $E \cap \overline{A}$

3 Lire un tableau croisé — Vu en 2de

Dans le club d'athlétisme de Manon, chaque adhérent choisit une spécialité.
La répartition est donnée dans le tableau ci-contre.
On choisit au hasard un adhérent dans le club.
Soit les événements suivants.

	Course	Saut
Femme	89	23
Homme	151	78

- H : « L'adhérent choisi est un homme. »
- C : « L'adhérent choisi a pour spécialité la course. »

1. Déterminer la probabilité de H, de $\overline{H}$, de C, et de $\overline{C}$.
2. Définir à l'aide d'une phrase les événements $H \cap C$ et $\overline{H} \cup \overline{C}$, puis déterminer leur probabilité.

4 Calculer une probabilité à l'aide d'un arbre de dénombrement — Vu en 2de

Dans une boulangerie, un menu est proposé avec au choix 3 sandwichs différents : thon, poulet ou jambon et 2 desserts différents : éclair ou cannelé. Anaïs sort de la boulangerie avec un menu choisi au hasard.
1. Représenter la situation par un arbre de dénombrement.
2. Combien d'issues sont associées à cette expérience aléatoire ?
3. Quelle est la probabilité qu'Anaïs ait choisi un menu avec un sandwich au poulet et un éclair ?
4. Quelle est la probabilité qu'elle ait choisi un éclair au dessert ?

CORRIGÉS www.lienmini.fr/7822-8

Activités

Vie quotidienne

15 min

1 Fréquences d'utilisation du vélo en France

A ▶ Fréquence marginale

Le tableau ci-contre donne la répartition des utilisateurs de vélo selon la fréquence d'utilisation et suivant l'âge de l'utilisateur en France.
Les effectifs sont donnés en milliers.

On donnera, si besoin, le résultat sous forme de pourcentage arrondi à l'unité.

	Journalier	Hebdomadaire	Mensuel	Annuel	Total
Moins de 25 ans	270	788	735	927	2 720
De 25 à 49 ans	500	1 575	1 985	2 787	6 847
De 50 à 74 ans	488	1 676	1 432	2 500	6 096
75 ans et plus	72	117	237	534	960
Total	1 330	4 156	4 389	6 748	16 623

(*Source :* enquête mobilité déplacement 2019 SDES, INSEE)

1. Quelle est la fréquence d'utilisateurs de vélos qui ont plus de 75 ans et qui l'utilisent de façon hebdomadaire ?

2. Quelle est la fréquence d'utilisateurs de vélos âgés de 50 à 74 ans ?

3. Donner une interprétation de la fréquence $\frac{788}{16\,623}$.

B ▶ Fréquence conditionnelle

1. On change de population de référence, on s'intéresse uniquement aux moins de 25 ans.
Quelle est la fréquence d'utilisateurs annuel parmi les moins de 25 ans ? Laisser le résultat sous forme de fraction.

> Cette fréquence est appelée **fréquence conditionnelle en ligne** car on s'intéresse uniquement à la première ligne correspondant aux utilisateurs de moins de 25 ans.

2. a) Parmi les utilisateurs âgés de 25 à 49 ans, quelle est la fréquence d'utilisateurs journaliers ?

b) Parmi les utilisateurs journaliers, quelle est la fréquence d'utilisateurs de plus de 75 ans ?

c) Donner une interprétation de la fréquence $\frac{1\,432}{4\,389}$.

↪ Cours 1 p. 38

10 min

2 Découvrir les probabilités conditionnelles

On interroge au hasard un utilisateur de vélo parmi tous les utilisateurs en France.
On utilisera le tableau des effectifs de l'activité précédente.
On note les événements :

- J : « L'utilisateur choisi est un utilisateur journalier. »
- M : « L'utilisateur choisi est un utilisateur mensuel. »
- C : « L'utilisateur choisi a entre 50 et 74 ans. »
- S : « L'utilisateur choisi a 75 ans ou plus. »

1. a) Quelle est la probabilité que l'utilisateur choisi soit un utilisateur mensuel ?

b) Calculer $p(\mathrm{J})$, $p(\mathrm{C})$ et $p(\mathrm{J} \cap \mathrm{S})$.

2. a) La personne choisie est un utilisateur de plus de 75 ans.
Quelle est la probabilité que ce soit un utilisateur mensuel ?

> On dit que l'on a calculé la probabilité de M sachant S, il s'agit d'une **probabilité conditionnelle** que l'on note $p_{\mathrm{S}}(\mathrm{M})$.

b) Calculer $\frac{p(\mathrm{S} \cap \mathrm{M})}{p(\mathrm{S})}$ sous forme de fraction. Quelle probabilité conditionnelle a été ainsi calculée ?

↪ Cours 2 p. 38

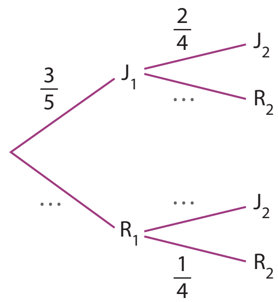
3 Construction et utilisation d'un arbre de probabilités

15 min

Lors d'une pêche à la ligne à une fête foraine, il y a 5 poissons identiques avec une vignette de couleur collée sous chaque poisson. Pour trois d'entre eux, l'étiquette est jaune et elle est rouge pour les autres.
Slowen pêche au hasard un poisson, le met de côté puis en pêche un deuxième.
Il note alors la couleur obtenue lors des deux tirages.

Remarque Il s'agit de tirages successifs sans remise.

1. a) Construire un arbre représentant la situation en y faisant apparaître les couleurs des vignettes obtenues.
b) Quelle est la probabilité que la première vignette pêchée soit rouge ?
c) Quelle est la probabilité que les deux vignettes pêchées soient rouges ?



2. On souhaite à présent construire un arbre de probabilités.
Sur chaque branche, la pondération correspond à une probabilité.
On note les événements suivants.
- J_1 : « La première vignette pêchée est jaune. »
- J_2 : « La deuxième vignette pêchée est jaune. »
- R_1 : « La première vignette pêchée est rouge. »
- R_2 :« La deuxième vignette pêchée est rouge. »

a) À quelle probabilité conditionnelle correspond le nombre $\frac{1}{4}$ situé sur l'arbre en deuxième niveau ?
b) Si l'on multiplie $p(R_1)$ par cette probabilité conditionnelle, quel résultat obtient-on ?
À quelle probabilité déjà calculée dans la question **1** cela correspond-il ?

On retrouve ici la propriété des probabilités conditionnelles $p_{R_1}(R_2) = \dfrac{p(R_2 \cap R_1)}{p(R_1)}$.

c) Donner la nouvelle égalité obtenue en isolant $p(R_1 \cap R_2)$ dans la propriété précédente.
Retrouver les probabilités $p(R_1)$ et $p_{R_1}(R_2)$ sur l'arbre et repasser en couleur le chemin correspondant.
d) Donner une méthode permettant de trouver la probabilité associée à un chemin d'un arbre.

3. **Pour aller plus loin** De la même manière, retrouver $p(J_1 \cap J_2)$.

↳ Cours 3 p. 40

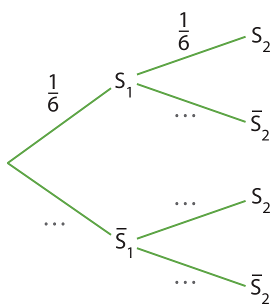
4 Découvrir la notion d'indépendance

10 min

On lance un dé cubique deux fois de suite. On note les événements suivants.
- S_1 : « Le résultat du premier lancer est un 6. »
- S_2 : « Le résultat du deuxième lancer est un 6. »

1. Intuitivement, a-t-on une plus faible probabilité d'obtenir 6 au deuxième lancer si l'on a déjà obtenu 6 au premier ?
Plus généralement, le premier lancer influence-t-il le résultat du deuxième lancer ?

2. a) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre.
b) Calculer $p(S_2)$
c) Comparer $p(S_2)$ et $p_{S_1}(S_2)$.



Dans ce cas, on dit que les événements S_1 et S_2 sont **indépendants.**

3. **Pour aller plus loin** Montrer que, dans ce cas, $p(S_1 \cap S_2) = p(S_1) \times p(S_2)$.

↳ Cours 4 p. 40

Cours

Dans tout le chapitre, on considère une expérience aléatoire d'univers Ω, p une probabilité sur cet univers et A et B deux événements de Ω de probabilités non nulles.

1 Fréquences marginales et fréquences conditionnelles

Dans une population **E**, on s'intéresse à deux caractères A et B simultanément. On dispose souvent d'un **tableau croisé d'effectifs** dans lequel figure une **colonne** « **Total** » à droite et une **ligne** « **Total** » en bas que l'on nomme les **marges**.

	A	$\bar{A}$	Total
B	10	10	20
$\bar{B}$	5	35	40
Total	15	45	60

Définition Fréquence

La fréquence d'un caractère dans une population est l'effectif de la sous-population vérifiant ce caractère divisé par l'effectif total de la population.

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$$

Remarques

- La fréquence peut s'exprimer également en fraction, en pourcentage ou sous forme décimale.
- Elle est comprise entre 0 et 1 (c'est-à-dire entre 0 % et 100 %).

Définition Fréquence marginale

Une fréquence marginale est une fréquence dans la population totale.

Exemples

- La fréquence marginale de B dans **la population totale** est $\frac{20}{60}$.
- La fréquence des individus vérifiant **à la fois** les caractères A et B dans la population totale est $\frac{10}{60}$ puisque l'effectif de la population vérifiant les caractères A et B est 10.

Définition Fréquence conditionnelle

Une fréquence conditionnelle est une fréquence dans une sous-population. La fréquence conditionnelle de A dans B correspond à la fréquence du caractère A dans la sous-population vérifiant le caractère B.

Exemple La fréquence conditionnelle de A dans la **sous-population** vérifiant le caractère B est $\frac{10}{20}$ car, parmi les 20 individus vérifiant B, 10 vérifient également A.

2 Probabilités conditionnelles

Définition Probabilité conditionnelle

La probabilité de A sachant B se note $p_B(A)$ et $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$.

Comment lit-on ?

$p(A \cap B)$ se lit :
« Probabilité de A inter B ».

Remarque

Dans une situation **d'équiprobabilité**, on a plus simplement :

$$p_B(A) = \frac{\text{nombre d'issues dans } A \cap B}{\text{nombre d'issues dans } B}$$

Cette formule s'applique facilement à partir d'un tableau d'effectifs.

Nombre d'issues dans	A	$\bar{A}$	Total
B	$A \cap B$	$\bar{A} \cap B$	B
$\bar{B}$	$A \cap \bar{B}$	$\bar{A} \cap \bar{B}$	$\bar{B}$
Total	A	$\bar{A}$	

Exercices résolus

Méthode 1 Fréquences conditionnelles et marginales

Énoncé

Voici la répartition des 157 pantalons d'un magasin selon la taille et la couleur.

1. Quelle est la fréquence de pantalons noirs ?

2. Parmi les pantalons de taille L, quelle est la fréquence de pantalons blancs ?

	S	M	L	XL	Total
Noir	15	26	34	8	83
Blanc	32	24	15	3	74
Total	47	50	49	11	157

Solution

1. La fréquence de pantalons noirs est de $\frac{83}{157} \approx 0{,}53 = 53\ \%$. 1

2. Dans le stock des pantalons de taille L, la fréquence de pantalons blancs est de $\frac{15}{49} \approx 31\ \%$. 2

Conseils & Méthodes

1 On divise l'effectif total de 83 pantalons noirs par l'effectif total de 157 pantalons.

2 Sur les 49 pantalons de taille L, 15 sont blancs.

À vous de jouer !

1 Ce tableau donne la répartition par âge et par sport de 976 milliers de licenciés en France.

	10 à 14 ans	15 à 19 ans	Total
Football	454	296	750
Basketball	134	92	226
Total	588	388	976

(*Source :* injep 2021)

1. Quelle est la fréquence de licenciés au football ?
2. Parmi les 10 à 14 ans, quelle est la fréquence de licenciés au basketball ? Et parmi les 15 à 19 ans ?

2 Ce tableau donne la répartition des salariés d'une entreprise selon leur tranche d'âge et leur mode de transport.

	Pied, vélo	Transport en commun	Voiture	Total
Moins de 40 ans	21	42	9	72
Plus de 40 ans	11	8	19	38
Total	32	50	28	110

1. Quelle est la fréquence des salariés venant en transports en commun dans l'entreprise ?
2. Quelle est la fréquence des salariés de plus de 40 ans venant en voiture ?

Exercices 35 à 40 p. 44

Méthode 2 Calculer des probabilités à l'aide d'un tableau croisé d'effectifs

Énoncé

On choisit un pantalon au hasard dans le tableau de la méthode 1. On considère les événements suivants.

- **N : « Le pantalon choisi est noir. »**
- **M : « Le pantalon choisi est de taille M. »**

1. Calculer $p(\mathrm{N})$ et $p(\mathrm{N} \cap \mathrm{M})$.

2. Calculer $p_{\mathrm{N}}(\mathrm{M})$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Solution

1. $p(\mathrm{N}) = \frac{83}{343}$ et $p(\mathrm{N} \cap \mathrm{M}) = \frac{26}{343}$. 1

2. $p_{\mathrm{N}}(\mathrm{M}) = \frac{26}{83}$, sachant que le pantalon choisi est noir, la probabilité qu'il soit de taille M est $\frac{26}{83}$. 2

Conseils & Méthodes

1 On repère l'effectif de l'intersection au croisement de la ligne « Noir » et de la colonne« M ».

2 Interpréter signifie rédiger une phrase réponse.

À vous de jouer !

3 On choisit un licencié au hasard parmi ceux de l'exercice **1**.

1. Quelle est la probabilité qu'il pratique le basketball ?
2. Sachant qu'il pratique le basketball, quelle est la probabilité qu'il ait entre 15 et 19 ans ?

4 On choisit un salarié au hasard parmi ceux de l'exercice **2**.

1. Quelle est la probabilité qu'il ait moins de 40 ans et qu'il utilise sa voiture ?
2. Sachant qu'il va au travail à pied, quelle est la probabilité qu'il ait plus de 40 ans ?

Exercices 41 à 46 p. 45

Cours

**Dans tout le chapitre, on considère une expérience aléatoire d'univers Ω,
p une probabilité sur cet univers et A et B deux événements de Ω de probabilités non nulles.**

3 Probabilités à partir d'un arbre

Définition Arbre de probabilités à 2 niveaux

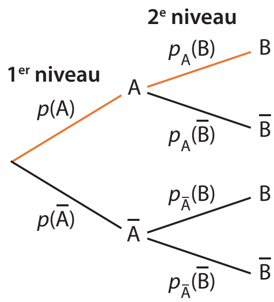
On peut représenter la situation par un arbre de probabilités sur les branches duquel apparaissent les probabilités de A et $\overline{A}$ puis les probabilités conditionnelles de B et $\overline{B}$ sachant A et $\overline{A}$.

Propriété

La somme des probabilités des branches issues du même nœud est égale à 1.

Remarques

- Sur le 1er niveau : $p(A) + p(\overline{A}) = 1$.
- Sur le 2e niveau $p_A(B) + p_A(\overline{B}) = 1$ et $p_{\overline{A}}(B) + p_{\overline{A}}(\overline{B}) = 1$.

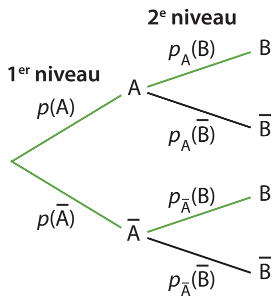


Propriété Probabilité associée à un chemin

**Pour déterminer la probabilité associée à un chemin, on multiplie entre elles les probabilités associées aux branches du chemin (orange).
Cela est dû au fait que $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$.**

Propriété Probabilité d'un événement en 2e niveau.

**Pour calculer la probabilité d'un événement en 2e niveau (ici B), on additionne les probabilités associées à tous les chemins (verts) menant à cet événement.
Cela est dû au fait que $p(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B)$.**



Méthode 3 p. 41

4 Notion d'indépendance

Définition Indépendance de deux événements

A et B sont dits indépendants si la probabilité conditionnelle de A sachant B est égale à la probabilité de A, c'est à dire lorsque $p(A) = p_B(A)$.

Remarques

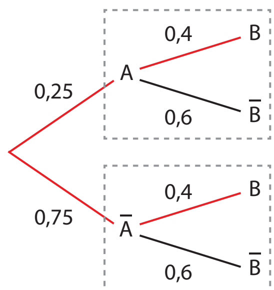
- Cela signifie que le fait qu'un événement soit réalisé ou non n'influence pas la réalisation de l'autre.
- A et B sont également indépendants si $p(B) = p_A(B)$.

Propriété Indépendance et intersection

A et B sont indépendants si et seulement si $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.

Définition Succession d'épreuves indépendantes

Deux tirages (ou épreuves) sont indépendants quand le résultat de l'un n'a pas d'influence sur le résultat de l'autre. On peut alors modéliser cette succession par un arbre dont les sous-arbres associés à la deuxième épreuve sont identiques.



Exemple

Ici, les deux sous arbres sont identiques et $p(B) = 0{,}4 = p_A(B)$ donc A et B sont indépendants donc les deux épreuves successives le sont également.

Exercices résolus

VIDÉO ALL MATHS PARNAK
Comprendre une méthode
www.lienmini.fr/7822-9

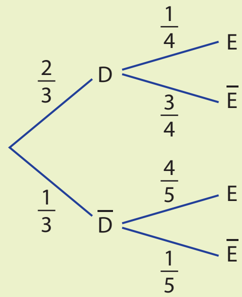
Méthode 3 Calculer des probabilités à l'aide d'un arbre

Énoncé

D et E sont deux événements associés à une expérience aléatoire représentée par l'arbre de probabilités ci-contre.

a) Calculer $p(D \cap E)$ et $p(\overline{D} \cap E)$

b) En déduire $p(E)$.



Solution

a) $p(D \cap E) = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$ **1**

$p(\overline{D} \cap E) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{4}{5} = \dfrac{4}{15}$.

b) $p(E) = p(D \cap E) + p(\overline{D} \cap E) = \dfrac{1}{6} + \dfrac{4}{15} = \dfrac{13}{30}$. **2**

Conseils & Méthodes

1 La probabilité de l'intersection $D \cap E$ se calcule en multipliant les probabilités du chemin associé à $D \cap E$.

2 La probabilité de E se calcule en additionnant les probabilités de tous les chemins associés à E.

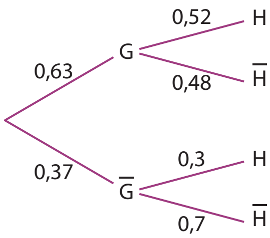
À vous de jouer !

5 Soit l'arbre de probabilité ci-contre.

1. Donner $p(G)$, $p_G(H)$ et $p_G(\overline{H})$.

2. Calculer $p(G \cap H)$ et $p(\overline{G} \cap H)$.

3. En déduire $p(H)$.



6 En reprenant l'arbre de la **méthode 3** :

a) donner $p(D)$ et $p_D(E)$.

b) calculer $p(D \cap \overline{E})$ et $p(\overline{D} \cap \overline{E})$.

c) en déduire $p(\overline{E})$.

↳ Exercices 47 à 54 p. 46

Méthode 4 Étudier l'indépendance de deux événements

Énoncé

On interroge 500 personnes pour savoir si elles sont allées chez le dentiste cette année. On choisit une personne au hasard.
On note les événements :

- **D : « La personne choisie est allée chez le dentiste. »**
- **F : « La personne choisie est une femme. ».**

Les événements D et F sont-ils indépendants ? Justifier et interpréter.

	Dentiste	Pas dentiste	Total
Femme	177	79	256
Homme	142	102	244
Total	319	181	500

Solution

$p(D) = \dfrac{319}{500} = 0{,}638$ et $p_F(D) = \dfrac{177}{256} \approx 0{,}69$. **1**

On a $p(D) \neq p_F(D)$ donc les événements D et F ne sont pas indépendants.
Cela signifie que le fait de savoir si la personne est une femme ou non a de l'influence sur la probabilité qu'elle soit allée chez le dentiste.

Conseils & Méthodes

1 Déterminer si deux événements D et F sont indépendants c'est, par exemple, déterminer si $p(D) = p_F(D)$. Il faut donc calculer ces deux probabilités.

À vous de jouer !

7 En reprenant les données de la **méthode 4**, les événements $\overline{D}$ et $\overline{F}$ sont-ils indépendants ? Justifier puis interpréter votre réponse dans le contexte de l'exercice.

8 En reprenant l'énoncé de l'exercice **5** les événements G et H sont-ils indépendants ?

↳ Exercices 61 à 65 p. 48

Exercices résolution de problèmes

J'apprends à choisir le bon schéma

Réflexe 1
J'identifie le type de schéma à réaliser pour visualiser le problème.

Réflexe 2
Je réalise ce schéma en respectant les hypothèses du problème.

▶ Énoncé

Pour chacune des situations suivantes, modéliser la situation par un schéma adapté.

S1. Les deux tiers des amateurs de chocolat préfèrent le chocolat noir, les autres le chocolat au lait. Parmi ceux qui préfèrent le chocolat noir, la moitié le préfère avec des amandes, les autres sans. Parmi ceux qui préfèrent le chocolat au lait, seul un quart le préfère aux amandes.

S2. Valentin est gardien de rink-hockey. Son entraîneur étudie l'ensemble des 600 tirs contre lui sur l'année. Le tiers des tirs étudiés a eu lieu en match, les autres pendant l'entraînement. Lorsqu'il est en match, Valentin arrête la moitié des tirs. Sur l'année, il a arrêté 150 tirs au total.

▶ Solution commentée

Étape 1 Dans chaque situation, je vois que l'on s'intéresse à la réalisation ou non de deux événements.

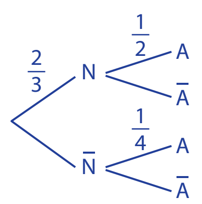
S1. Noir (N)/Lait ($\overline{N}$), Avec amande (A)/Sans amande ($\overline{A}$).

S2. Match (M)/Entraînement ($\overline{M}$), Tir arrêté (A)/Tir non arrêté ($\overline{A}$). J'ai donc le choix entre un arbre de probabilités ou un tableau croisé. Pour choisir, je regarde si je connais des effectifs ou non. Si je ne connais pas les effectifs, je choisirai l'arbre (**S1**) et sinon je choisirai le tableau (**S2**). **Réflexe 1**

Étape 2 J'analyse chaque situation.

S1. Pour l'arbre, il faut bien lire l'énoncé pour savoir quel événement sera sur le 1er niveau : N et $\overline{N}$. Sur le 2^{e} niveau de l'arbre, j'écris les probabilités conditionnelles, reconnaissables à l'aide du mot « parmi » : A et $\overline{A}$. **Réflexe 2**

Brouillon



S2. Pour le tableau, il n'y a pas d'ordre particulier, un événement sera sur les lignes, l'autre sur les colonnes. En premier, j'écris l'effectif total puis je remplis les cases dans l'ordre de l'énoncé.

Brouillon

	A	$\overline{A}$	Total
M	100		200
$\overline{M}$			
Total	150		600

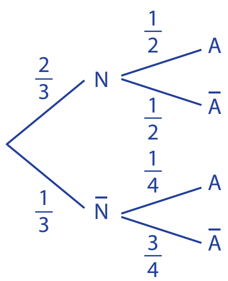
Étape 3 Je complète le schéma de chaque situation.

S1. Je complète l'arbre en faisant en sorte que la somme des probabilités des branches issues du même nœud soit égale à 1.

S2. Je finis de compléter le tableau à l'aide d'additions et de soustractions. Je vérifie la cohérence du tableau aussi bien sur les lignes que sur les colonnes.

Réponse rédigée

S1.



S2.

	A	$\overline{A}$	Total
M	100	100	200
$\overline{M}$	50	350	400
Total	150	450	600

Je m'entraîne à choisir le bon schéma

9 Course au large

Lors d'une course à voile, 132 skippers prennent le départ : un quart en solo, les autres en équipe. Les multicoques représentent les deux tiers des voiliers, les autres sont des monocoques. Seulement 5 skippers en solo sont en multicoques. Modéliser la situation par un schéma adapté.

10 Jeu de cartes de stratégie

Dans un jeu de cartes de stratégie, 20 % des cartes sont des cartes d'attaque. Les autres sont des cartes de défense, parmi elles 15 % sont rares. Parmi les cartes d'attaque, seulement 5 % sont rares. Modéliser la situation par un schéma adapté.

CARTES FLASH
Acquérir des automatismes
www.lienmini.fr/7822-4

Exercices automatismes

Rituel 1

Effectuer des calculs simples avec des décimaux

11 Calculer.
a) $1 - (0{,}3 + 0{,}25)$
b) $0{,}4 \times 300$
c) $0{,}6 \times 0{,}4 + 0{,}7 \times 0{,}2$

12 On lance un dé tétraédrique truqué. Le tableau suivant donne la probabilité d'obtenir chaque face.

Issue	1	2	3	4	Total
Probabilité	0,2	0,05	0,42		1

a) Quelle est la probabilité d'obtenir 4 ?
b) Quelle est la probabilité de tomber sur une face avec un nombre impair ?

Résoudre une équation du premier degré

13 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.
a) $0{,}4p = 0{,}16$
b) $0{,}25p = 200$
c) $0{,}8 = \dfrac{p}{0{,}6}$

14 Résoudre les équations suivantes dans $[0\,;1]$.
a) $0{,}2p + 0{,}09 = 0{,}15$
b) $0{,}5(1 - p) = 0{,}35$

Rituel 3

Effectuer des calculs simples avec des pourcentages

20 Calculer.
a) 40 % de 500.
b) 50 % de 48 %.

21 Dans une urne de 360 boules, il y a 20 % de boules rouges et 30 % de boules noires. Les autres sont jaunes.
Combien y a-t-il de boules :
a) rouges ? **b)** noires ? **c)** jaunes ?

Effectuer une application numérique d'une formule

22 On sait que $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.
a) Si $p(A) = 0{,}6$, $p(B) = 0{,}25$ et $p(A \cap B) = 0{,}05$, combien vaut $p(A \cup B)$?
b) Si $p(A) = 0{,}7$, $p(B) = 0{,}35$ et $p(A \cup B) = 0{,}8$, combien vaut $p(A \cap B)$?

Rituel 2

Effectuer des calculs simples avec des fractions

15 Calculer.
a) $1 - \dfrac{1}{3}$ **b)** $\dfrac{4}{5} \times 550$

16 Calculer.
a) $\dfrac{1}{4} \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{5}{8}$ **b)** $1 - \left(\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8}\right)$

17 A est un événement tel que $p(A) = \dfrac{7}{12}$.
Quelle est la probabilité de l'événement contraire $\overline{A}$?

Résoudre une équation du second degré

18 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.
a) $x^2 = 400$ **b)** $x^2 = -9$
c) $x^2 = 2\,500$ **d)** $x^2 = 3\,600$

19 Résoudre les équations suivantes dans $[0\,;1]$.
a) $p^2 = 0{,}16$ **b)** $p^2 = 0{,}49$
c) $p^2 = 1{,}69$ **d)** $p^2 = 0{,}0064$

Rituel 4

Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat

23 Adlan et Awa ont chacun calculé une probabilité. Adlan trouve 0,7 et Awa trouve 1,2.
Est-ce possible ?

24 Sans calculatrice, donner un ordre de grandeur du tiers de 298.

Passer d'une écriture à une autre

25 Donner l'écriture décimale de :
a) $\dfrac{3}{4}$ **b)** $\dfrac{6}{5}$
c) $\dfrac{45}{10}$ **d)** $\dfrac{8}{100}$

26 Donner l'écriture décimale de :
a) 72 % **b)** 9 %
c) 250 % **d)** 0,7 %

27 Donner l'écriture fractionnaire de :
a) deux tiers. **b)** un quart.
c) huit centièmes. **d)** un demi.

Travaillez les méthodes des automatismes p. 6

Je consolide mes acquis

28 Effectifs et proportions

Dans un parc animalier, les trois quarts des animaux sont des félins et le reste sont des oiseaux.
Il y a 243 oiseaux dans ce parc.
1. Combien y a-t-il de félins dans ce parc ?
2. Quelle est la proportion d'oiseaux dans ce parc en pourcentage ?

29 Intersection, union et événements contraires

Dans un magasin de location, on propose des trottinettes et des vélos, électriques ou non.
On choisit un moyen de locomotion au hasard dans le magasin. On note les événements :
- T : « Louer une trottinette. »
- E : « Louer un moyen de locomotion électrique. »

Décrire par une phrase chacun des événements suivants.

a) $\overline{T}$ **b)** $T \cap E$

c) $\overline{T} \cup E$ **d)** $\overline{T \cup E}$

30 Lire un tableau croisé

Une entreprise commande différentes pièces de rechange dans deux pays.

	Espagne	Algérie	Total
Pédalier	98	55	153
Plaquette de freins	114	233	347
Total	212	288	500

On arrondira les résultats au centième si nécessaire.
1. On choisit une pièce au hasard dans son stock. Déterminer la probabilité que la pièce :
a) provienne d'Espagne.
b) soit un pédalier.
c) soit une plaquette de freins provenant d'Algérie.
d) soit un pédalier ou provienne d'Algérie.
2. La pièce provient d'Algérie, quelle est la probabilité que ce soit un pédalier ?

31 Arbre de dénombrement

Lors d'une colonie de vacances, les jeunes ont le choix entre 2 activités le matin (jeux de société ou activités manuelles) et 3 activités l'après-midi (basket-ball, handball ou tennis).
Un jeune choisit ses activités au hasard.
1. Représenter la situation par un arbre de dénombrement.
2. Combien d'issues sont associées à cette expérience aléatoire ?
3. Quelle est la probabilité qu'un jeune ait choisi jeux de société et handball ?

Questions de cours

32 1. Quelle est la différence entre une fréquence marginale et une fréquence conditionnelle ?
2. Citer les 3 écritures différentes d'une fréquence.

33 Soit D et E deux événements de probabilités non nulles. Citer la formule qui permet de calculer :
a) la probabilité de E sachant D.
b) la probabilité de D sachant E.

34 Soit G et H deux événements de probabilités non nulles. Citer trois égalités vérifiées lorsque les événements G et H sont indépendants.

Fréquences conditionnelles et fréquences marginales

Méthode 1 p. 39

35 Voici les effectifs des élèves en section technologique d'un lycée. On donnera les résultats sous forme de pourcentage arrondi à 1 % près.

	Garçons	Filles	Total
STMG	32	37	69
STI2D	28	3	31
ST2S	5	29	34
Total	65	69	134

(*Source* : État de l'école 2022).

1. Quelle est la fréquence de garçons en filière STMG ?
2. Parmi les filles, quelle est la fréquence d'élèves en filière STI2D ?
3. Parmi les élèves en filière ST2S, quelle est la fréquence de filles ?

36 Tigane est collectionneur.
Voici la répartition de ses films et bandes-dessinées exclusivement de *Marvel*® et *DC*®.

	Marvel®	*DC*®	Total
Bande dessinée	65	89	154
Films	37	10	47
Total	102	99	201

1. Quelle est, en pourcentage, la fréquence de films *Marvel*® que possède Tigane ?
2. Parmi les bandes-dessinées, quelle fréquence de bandes dessinées *Marvel*® Tigane possède-t-il ?
3. Dans sa collection *DC*®, quelle est la fréquence de films ?

37 À la sortie d'un restaurant japonais, on a demandé leur préférence aux 423 clients.
45 % des clients préfèrent les sauces salées, parmi eux seulement un neuvième préfère les sushis.
Un tiers des clients préfèrent les sushis, les autres préfèrent les makis.

	Sushi	Maki	Total
Sauce salée			
Sauce sucrée			
Total			

1. Recopier et compléter le tableau d'effectifs précédent.
2. a) Quelle est la fréquence de clients préférant les sauces sucrées ?
b) Quelle est la fréquence de clients préférant les makis ou les sauces sucrées ?
c) Parmi les clients préférant les makis, quelle est la fréquence de clients préférant la sauce salée ?
On donnera les résultats sous forme décimale, arrondis au centième.

38 La pomme est le fruit le plus consommé en France, il y a 41 000 hectares de cultures de pommes en France.
Les pommes *Golden*, *Gala* et *Granny Smith* sont les variétés les plus répandues, représentant respectivement 23 %, 18,7 % et 9,7 % de part du marché. En 2019, avec 5 523 ha, la pomme est la première production fruitière certifiée bio dont 1 500 ha pour les pommes *Golden* et 1 200 pour les pommes *Gala*. Concernant les autres variétés de pommes, seulement 10 % sont bio.

1. Créer et compléter un tableau d'effectifs en milliers d'hectares à l'aide de ces informations.
2. Quelle est la fréquence de pomme bio en pourcentage ?

39 SES
Voici la répartition par sexe, des chefs d'entreprise et des salariés du secteur de la boulangerie d'après l'Observatoire des métiers de l'alimentation.
Ce secteur compte 132 000 personnes dont un quart de chefs d'entreprises.

	Homme	Femme	Total
Chef d'entreprise	67	33	100
Salarié	44	56	100

1. Combien y a-t-il de chefs d'entreprises ?
Parmi eux, combien y a-t-il de femmes ?
2. Combien y a-t-il de salariés ?
Parmi eux, combien y a-t-il de femmes ?
3. Quelle est la fréquence de femmes travaillant dans le secteur de la boulangerie ?

40 Lors d'un sondage sur un échantillon représentatif de 1 006 personnes, on a demandé si elles étaient favorables ou non au projet de retraite à 65 ans.
Les résultats ont été arrondis à 0,01 près.

	de 18 à 34 ans	de 35 à 64 ans	65 ans et plus
Oui	0,87	0,81	0,59
Non	0,13	0,19	0,41
Total	1	1	1

(*Source :* IFOP 2022)

Les 18 à 34 ans représentent environ 25,05 % de l'échantillon et les plus de 65 ans environ 27,05 %.
1. a) Parmi les 18 à 34 ans, quelle est la fréquence de personnes favorables au projet de retraite à 65 ans ?
b) Parmi les 35 à 64 ans, quelle est la fréquence de personnes non favorables au projet de retraite à 65 ans ?
2. a) Combien de personnes interrogées ont entre 18 et 34 ans ? plus de 65 ans ?
b) À l'aide de ces informations, créer un tableau d'effectifs en arrondissant à l'unité si nécessaire.
3. a) Quelle est la fréquence de personnes favorables au projet de retraite à 65 ans dans l'ensemble de l'échantillon ?
b) Parmi les personnes non favorables au projet de retraite à 65 ans, quelle est la fréquence des personnes âgées de 65 ans ou plus ?

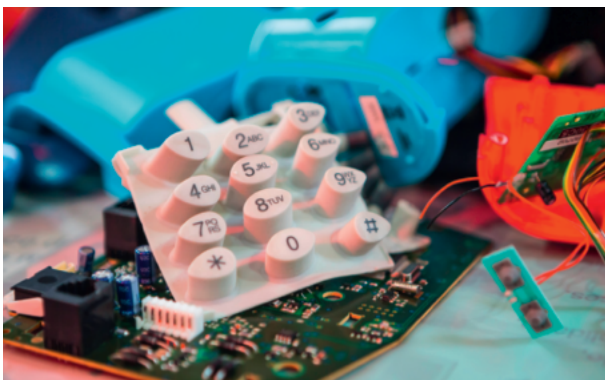
Calculer des probabilités conditionnelles

Méthode 2 p. 39

41 Soit deux événements C et D tels que $p(C) = 0{,}45$ et $p(C \cap D) = 0{,}2$. Calculer $p_C(D)$.

42 Soit deux événements E et F tels que $p(F) = 0{,}2$ et $p_F(E) = 0{,}45$. Calculer $p(F \cap E)$.

43 Développement durable
Dans une ressourcerie, la probabilité qu'un article soit électronique est de $\frac{1}{3}$. La probabilité qu'un article soit à réparer et que ce soit un article électronique est de $\frac{1}{6}$. On choisit un article au hasard dans la ressourcerie. Sachant que c'est un article électronique, quelle est la probabilité qu'il faille le réparer ?



Exercices d'entraînement

44 Lors d'une soirée, on a dénombré les danseurs selon leur danse préférée et leur appartenance à l'association organisatrice. On interroge un danseur au hasard.

	Salsa	Bachata	Kizomba	Total
Adhérents	27	32	54	113
Non adhérents	75	42	14	131
Total	102	74	68	244

1. Quelle est la probabilité qu'il préfère la salsa ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit adhérent et qu'il préfère la bachata ?
3. Sachant que c'est un adhérent, quelle est la probabilité qu'il préfère la kizomba ?

45 EPS Dans un club d'athlétisme, chaque adhérent choisit une spécialité. La répartition est donnée dans le tableau ci-contre. On choisit au hasard un adhérent dans le club.

	Course	Saut
Cadet	89	23
Junior	151	78

Soit les événements :
- J : « L'adhérent choisi est un junior. »
- S : « L'adhérent choisi a pour spécialité le saut. »

1. Calculer $p(J)$, $p(\overline{S})$ et $p(J \cup S)$.
2. Donner la probabilité que l'adhérent soit un junior sachant qu'il a pour spécialité la course.
3. Donner $p_{\overline{J}}(\overline{S})$ puis interpréter cette probabilité.

46 Le gestionnaire d'une piscine effectue une enquête pour mieux connaître son public.

Voici la répartition des nageurs.

	Enfant	Adulte	Total
Habite la commune	125	225	350
Extérieur	100	50	150
Total	225	275	500

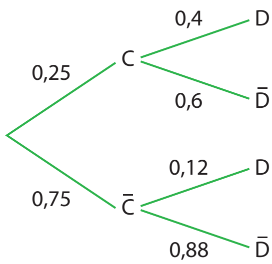
On choisit au hasard un nageur.
On considère les événements suivants.
- E : « Le nageur est un enfant. »
- H : « Le nageur habite la commune. »

1. a) Définir par une phrase les événements suivants : $\overline{E}$, $\overline{H}$, $E \cap H$, $E \cup H$ et $\overline{E} \cap H$.
b) Calculer leur probabilité sous forme de fraction irréductible.
2. Sachant que le nageur choisi n'habite pas la commune, quelle est la probabilité que ce soit un enfant ?
3. Calculer $p_E(H)$ puis interpréter le résultat.

Probabilité et arbre

Méthode 3 p. 41

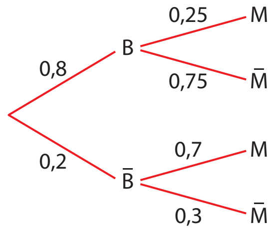
47 C et D sont deux événements associés à une expérience aléatoire représentée par l'arbre de probabilités ci-contre.



1. Donner $p(C)$, $p_{\overline{C}}(D)$ et $p_C(\overline{D})$.
2. Calculer $p(C \cap D)$ et $p(\overline{C} \cap D)$.
3. En déduire $p(D)$.

48 Nélyne tire au sort une confiserie dans une grande boîte contenant des bonbons et des chewing-gums soit à la menthe, soit à la fraise.
On considère les événements suivants.
- B : « La confiserie tirée est un bonbon. »
- M : « La confiserie tirée est à la menthe ».

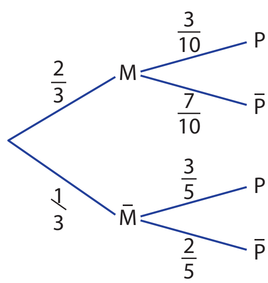
On donne ci-contre l'arbre de probabilités modélisant la situation.



1. Quelle est la probabilité que la confiserie tirée soit un chewing-gum ?
2. Sachant que la confiserie tirée est un bonbon, quelle est la probabilité qu'il soit à la fraise ?
3. Calculer $p(B \cap \overline{M})$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Calculer la probabilité que la confiserie tirée soit une confiserie à la fraise.

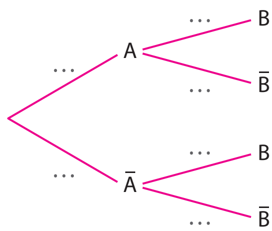
49 Oral

1. Inventer l'énoncé d'un exercice à partir de l'arbre suivant en prenant soin de définir les événements M et P.



2. Demander à un autre élève de le résoudre.

50 A et B sont deux événements associés à une expérience aléatoire représentée par l'arbre de probabilités ci-contre.



1. Recopier et compléter l'arbre sachant que :
$p(A) = 0{,}3$, $p_A(B) = 0{,}6$,
$p_{\overline{A}}(B) = 0{,}25$.
2. Calculer $p(\overline{B})$.

51 Dans son jardin, **Développement durable**
Marie a 45 % de fraisiers et le reste de framboisiers.
Les deux cinquièmes des framboisiers et la moitié des fraisiers sont mangés par les limaces.

On choisit une plante au hasard.
On considère les événements suivants.
- F : « La plante choisie est un fraisier. »
- L : « La plante choisie est mangée par les limaces ».

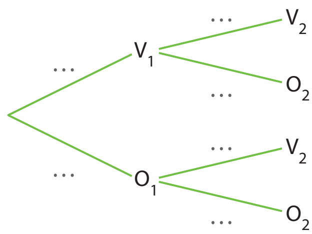
1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité que la plante soit mangée par les limaces ?

52 Dans un musée, les œuvres sont réparties **Arts**
à parts égales dans les trois mouvements artistiques romantisme, réalisme et expressionisme. Les peintures représentent respectivement 60 %, 25 % et 40 % des œuvres du romantisme, du réalisme et de l'expressionisme. 10 % des œuvres du romantisme sont des sculptures, tandis que c'est le cas pour 50 % des œuvres du réalisme et 15 % des œuvres de l'expressionisme.

Les autres œuvres sont des objets décoratifs. Melissa s'arrête observer une œuvre au hasard.
Soit les événements suivants.
- R : « L'œuvre choisie fait partie du romantisme. »
- I : « L'œuvre choisie fait partie du réalisme. »
- E : « L'œuvre choisie fait partie de l'expressionisme. »
- P : « L'œuvre choisie est une peinture. »
- S : « L'œuvre choisie est une sculpture. »
- O : « L'œuvre choisie est un objet décoratif. »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. a) Calculer $p_R(O)$, $p(R \cap O)$ et $p(O)$.
b) Interpréter ces trois résultats dans le contexte de l'exercice.
3. Melissa aime particulièrement les œuvres expressionnistes. Sachant qu'elle vient de s'arrêter devant une œuvre du mouvement expressionniste, quelle est la probabilité que ce soit une sculpture ?

53 Emmy tire successivement et **sans remise** deux boules dans une urne contenant 25 boules indiscernables au toucher, 5 de couleur verte et le reste de couleur orange.
On considère les événements suivants.
- V_1 : « La première boule tirée est verte. »
- O_1 : « La première boule tirée est orange. »
- V_2 : « La deuxième boule tirée est verte. »
- O_2 : « La deuxième boule tirée est orange ».



1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités suivant.
2. Déterminer la probabilité d'avoir deux boules vertes.
3. Déterminer la probabilité d'avoir une boule verte au second tirage.

54 Vérifier un résultat
On considère deux urnes :
- l'urne A contient 4 boules rouges et 6 boules jaunes,
- l'urne B contient 8 boules rouges et n boules jaunes ($n \in \mathbb{N}^*$).

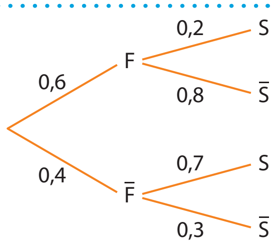
On choisit une urne au hasard puis on tire une boule au hasard dans cette urne. Soit les événements suivants.
- A : « L'urne choisie est l'urne A. »
- R : « La boule choisie est rouge. »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Exprimer $p(R)$ en fonction de n.
3. À partir de combien de boules jaunes la probabilité de tirer une boule rouge est-elle inférieure à 0,3 ?

↪ Résolution de problèmes p. 106

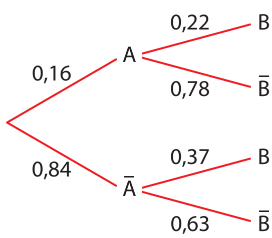
Inverser le conditionnement

55 F et S sont deux événements associés à une expérience aléatoire représentée par l'arbre de probabilités ci-contre.



1. Donner $p(F)$ et $p_F(S)$
2. Calculer $p(F \cap S)$ puis $p(S)$.
3. En déduire $p_S(F)$.

56 A et B sont deux événements associés à une expérience aléatoire représentée par l'arbre de probabilités ci-contre.



1. Laquelle des deux probabilités conditionnelles $p_A(B)$ ou $p_B(A)$ est directement lisible dans l'arbre ?
2. a) Quelles probabilités sont nécessaires pour calculer la probabilité qui n'est pas directement lisible à l'aide de la définition ?
b) Les calculer à l'aide de l'arbre et en déduire la probabilité conditionnelle non lisible dans l'arbre.

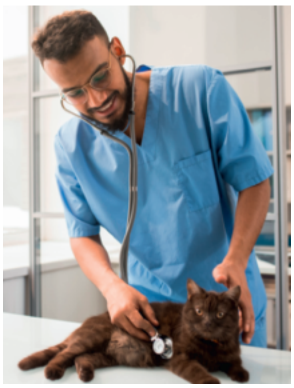
57 Dans une ville, 58 % des habitants ont choisi l'opérateur A et le reste l'opérateur B comme fournisseurs d'accès à Internet.
Seulement 17 % des clients de l'opérateur A sont satisfaits tandis que 72 % des clients de l'opérateur B le sont.

On choisit un habitant au hasard et on note les événements suivants.
- A : « Le client choisi est chez l'opérateur A. »
- S : « Le client choisi est satisfait. ».

Coup de pouce Même si la réalisation de l'arbre n'est pas demandée, il est souvent utile de le tracer.

1. Donner $p(A)$ et $p_A(S)$.
2. Calculer : **a)** $p(A \cap S)$. **b)** $p(S)$.
3. Quelle est la probabilité que le client se fournisse chez l'opérateur B sachant qu'il est satisfait ?

58 La leucose féline est une maladie touchant les chats. Elle est provoquée par un virus. Dans un grand centre vétérinaire, on estime à 40 % la proportion de chats porteurs de la maladie. On réalise un test de dépistage de la maladie parmi les chats présents dans ce centre vétérinaire.



Lorsque le chat est porteur de la maladie, son test est positif dans 90 % des cas. Lorsque le chat n'est pas porteur de la maladie, son test est négatif dans 85 % des cas.
On choisit un chat au hasard dans le centre vétérinaire.
On note les événements suivants.
- M : « Le chat est porteur de la maladie. »
- T : « Le test du chat est positif. ».

1. Écrire les données de l'énoncé avec des notations mathématiques.
2. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
3. Calculer $p(M \cap T)$ et $p(T)$ puis interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.
4. Quelle est la probabilité que le chat soit malade sachant que son test est positif ?

(D'après *Bac Métropole*, juin 2021).

Réaliser un schéma adapté

59 Une compagnie d'assurances **SES**
a remarqué qu'un quart de ses clients a assuré son véhicule « Au tiers » et les autres ont la formule « Tous risques ». Parmi ceux assurés « Au tiers », seuls 15 % ont pris l'option « Assistance 0 km » tandis que parmi ceux assurés « Tous risques » 45 % ont pris l'option. On choisit un client au hasard. On note les événements :
- A : « Le client choisi a assuré son véhicule au tiers. »
- O : « Le client choisi a pris l'option. »

1. Représenter la situation par un schéma adapté.
2. a) Donner $p(A)$, $p_A(O)$ et $p_{\overline{A}}(O)$.
b) Calculer $p(A \cap O)$ et $p(\overline{A} \cap O)$.
c) En déduire $p(O)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

60 Choisir le bon schéma
Une urne contient 49 boules numérotées de 1 à 49 de couleur jaune ou bleue. La moitié des boules paires sont bleues, les $\frac{2}{5}$ des boules impaires sont jaunes.
On tire une boule au hasard dans l'urne.
1. Représenter la situation par un schéma adapté.
2. a) Quelle est la probabilité que la boule tirée soit jaune ?
b) Quelle est la probabilité que la boule tirée soit impaire et bleue ?
c) La boule tirée est jaune, quelle est la probabilité qu'elle soit paire ? Donner les résultats sous forme de fraction irréductible.

Résolution de problèmes p. 42

Étudier l'indépendance de deux événements

Méthode 4 p. 41

61 Voici la répartition des campings d'un groupe touristique.

	Mer	Campagne	Total
Avec animations	114	16	130
Sans animations	30	40	70
Total	144	56	200

On choisit un camping au hasard. On note les événements :
- M : « Le camping choisi se trouve à la mer. »
- A : « Le camping choisi propose des animations. ».

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
a) $p(A \cap M) = p(A) \times p(M)$.
b) A et M sont indépendants.
c) $p(A \cap M) = p(M) \times p_M(A)$.
d) $\overline{A}$ et M ne sont pas indépendants.

62 On considère deux événements A et B tels que $p(A) = 0{,}3$, $p(B) = 0{,}5$ et $p(A \cap B) = 0{,}2$.
Les événements A et B sont-ils indépendants ?

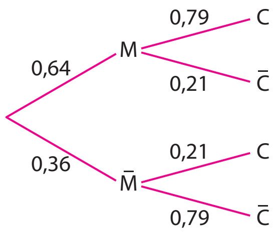
63 Soit deux événements indépendants E et F tels que $p(\text{E}) = 0{,}25$ et $p(\text{F}) = 0{,}48$. Calculer.

a) $p_{\text{E}}(\text{F})$ **b)** $p(\text{E} \cap \text{F})$ **c)** $p_{\text{F}}(\text{E})$

64 On considère deux évènements G et H tels que $p(\text{G}) = 0{,}7$ et $p(\text{G} \cap \text{H}) = 0{,}42$.
Combien doit valoir $p(\text{H})$ pour que les évènements G et H soient indépendants ?

65 Dans son aquarium, Louane a des poissons mâles et femelles, colorés ou non. On choisit un poisson au hasard.
Soit les événements :
- M : « Le poisson est un mâle. »
- C : « Le poisson est coloré. »

La situation est représentée par l'arbre ci-contre.



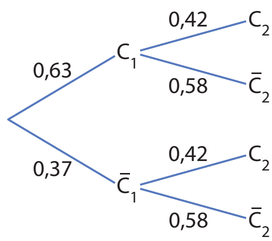
Les événements M et C sont-ils indépendants ?

Succession d'épreuves indépendantes

66 On lance deux fois de suite un dé cubique non truqué. On regarde à chaque lancer si l'on obtient *Six* ou non.
1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité de l'événement D : « Obtenir deux *Six* de suite » ?

67 On considère une personne répondant à un questionnaire de culture générale en ligne et les événements suivants.
- C_1 : « La personne répond correctement à la 1re question. »
- C_2 : « La personne répond correctement à la 2e question. »

La situation est modélisée par l'arbre ci-contre.



1. Expliquer pourquoi on peut penser que les événements C_1 et C_2 sont indépendants. Le vérifier.
2. En déduire la probabilité que la personne réponde correctement aux deux questions.

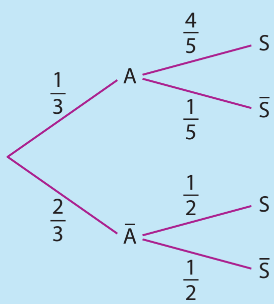
68 Anaïs tire successivement et **avec remise** deux boules dans une urne contenant 25 boules indiscernables au toucher, 5 de couleur verte et le reste de couleur orange.
1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Déterminer la probabilité p d'avoir deux boules de même couleur.
3. Déterminer la probabilité p' d'avoir au moins une boule verte.

À chacun son rythme

69 Deux entreprises A et B fournissent des prestations de jardinage.
On demande aux clients s'ils sont satisfaits de la prestation.
On note les événements suivants.
- A : « La prestation de jardinage est fournie par l'entreprise A. »
- S : « Le client est satisfait. »

Énoncé A

On modélise la situation par l'arbre donné ci-contre.



1. Donner $p(\text{A})$, $p_{\text{A}}(\text{S})$ et $p_{\overline{\text{A}}}(\overline{\text{S}})$.
2. Calculer $p(\text{A} \cap \text{S})$ et $p(\overline{\text{A}} \cap \text{S})$.
3. En déduire $p(\text{S})$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Énoncé B

25 % des prestations sont fournies par l'entreprise A, $\frac{3}{4}$ des clients de l'entreprise A sont satisfaits contre seulement un tiers pour l'entreprise B.
1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'un client soit satisfait ?
3. Sachant que le client est satisfait, quelle est la probabilité que la prestation ait été effectuée par l'entreprise B ?

Énoncé C

90 % des clients sont satisfaits. On sait également que 95 % des clients de l'entreprise A sont satisfaits contre 80 % pour l'entreprise B. Quelle est la proportion de prestations fournies par l'entreprise A ?

70 Groupe sanguin et rhésus

Il existe quatre groupes sanguins : A, O, AB et B, et deux rhésus possibles : positif et négatif.
Dans la population française, les groupes les plus répandus sont A et O (45 % et 42 %), alors que le groupe AB ne représente que 4 % de la population.
Parmi les individus du groupe O, $\frac{6}{7}$ sont de rhésus positif.
Parmi les individus du groupe A, 84 % sont de rhésus positif.
15 % de la population est de rhésus négatif.
Parmi les individus du groupe AB, seul un quart sont de rhésus négatif. La population française comptant en 2022 67,8 millions d'habitants.

1. Réaliser un tableau croisé d'effectifs en millions arrondi au millième présentant ces informations.
2. a) Quelle est la fréquence d'individus de groupe B ayant un rhésus positif dans la population française ?
b) Quelle est la fréquence d'individus de rhésus négatif parmi les individus de groupe A ?
c) Quelle est la fréquence d'individus de groupe O parmi les individus de rhésus positif ?

71 Fiabilité d'un test médical — SVT

Chaque jour, SOS médecins réalise environ 9 400 actes médicaux. Le 1er décembre, des tests rapides de dépistage de la grippe ont été réalisés pour chaque patient.
On choisit un patient au hasard.
Soit les événements suivants.
• G : « Le patient est atteint par la grippe. »
• T : « Le test est positif. ».

	Patient atteint par la grippe	Patient non atteint par la grippe	Total
Test positif	334	159	493
Test négatif	202	8 705	8 907
Total	536	8 864	9 400

1. a) Quelle est la probabilité que, parmi les 9 400 patients testés le 1er décembre, le patient choisi soit malade ?
b) Quelle est la probabilité que le patient choisi ait un test positif ?
2. Quelle est la probabilité qu'un patient atteint par la grippe n'ait pas été détecté par le test ?
On parle alors de *faux-négatifs*.
3. Quelle est la probabilité que le test soit positif pour un patient non atteint par la grippe ?
On parle alors de *faux-positifs*.
4. Calculer $p_T(G)$. Interpréter par une phrase le résultat.

72 Guirlandes de Noël

Une entreprise dispose d'un stock de guirlandes électriques. On sait que 40 % des guirlandes proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B. Un quart des guirlandes provenant du fournisseur A et un tiers des guirlandes provenant du fournisseur B peuvent être utilisées uniquement en intérieur pour des raisons de sécurité. Les autres guirlandes peuvent être utilisées aussi bien en intérieur qu'en extérieur.
On choisit au hasard une guirlande dans le stock.
On note les événements :
• A : « La guirlande provient du fournisseur A. »
• I : « La guirlande peut être utilisée uniquement en intérieur. »

1. Donner $p(A)$, $p_A(I)$ et $p_{\overline{A}}(I)$.
2. Construire un arbre de probabilités décrivant la situation.
3. Montrer que la probabilité $p(I)$ de l'événement I est 0,3.
4. On choisit une guirlande pouvant être utilisée aussi bien en intérieur qu'en extérieur. Le responsable de l'entreprise estime qu'il y a autant de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B. Le responsable a-t-il raison ? Justifier.

(*D'après Bac* 2018 *Centres étrangers TES*)

73 Pause déjeuner — Prise d'initiative

Lorsqu'un client se présente au stand de sandwichs de la plage des catalans, il y a deux chances sur trois qu'il choisisse des merguez. Les autres fois, il choisit des chipolatas. La probabilité qu'il prenne du ketchup est de 0,2 s'il a choisi des merguez et de 0,6 s'il a choisi des chipolatas. La probabilité qu'il prenne de la mayonnaise est de 0,3 s'il a choisi des merguez ou des chipolatas. Il a également la possibilité de prendre de la sauce blanche.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Axelle sort du stand un sandwich à la main avec une tache de ketchup sur son tee-shirt, est-il plus probable qu'elle mange un sandwich aux merguez ou aux chipolatas ?

74 Histoire des sciences

Blaise Pascal (1623-1662)

Manel et Tim jouent à *Pile* ou *Face*, ils parient chacun 16 €. Le gagnant des 32 € est le premier joueur à avoir remporté 3 succès. Manel remporte un succès lorsque la pièce tombe sur *Pile* et Tim remporte un succès lorsque la pièce tombe sur *Face*.
Aux deux premiers lancers, c'est Manel qui l'emporte, mais ils doivent interrompre leur partie. Comment répartir équitablement les 32 € de départ ?
Remarque : ce problème a été posé à Blaise Pascal par le Chevalier de Méré au XVII^{e} siècle. Pascal et Fermat, dans leur correspondance, finissent par aboutir à une solution commune. Ces échanges ont été considérés pendant longtemps comme la naissance du calcul des probabilités.

1. Combien de parties au maximum faut-il jouer pour avoir un vainqueur ?

2. a) Représenter la situation par un arbre de probabilité.

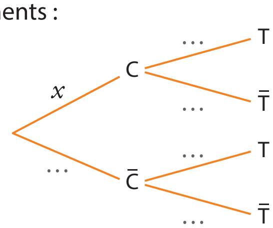
Coup de pouce Un chemin s'arrête dès qu'un joueur obtient trois succès.

b) Quelle aurait été la probabilité que Manel gagne si la partie n'avait pas été interrompue ?
c) Répartir les gains proportionnellement à cette probabilité.

75 Détection de contrefaçon

Une entreprise met au point un test optique pour détecter les copies de parfum des originaux. On sait que :
- la probabilité que le test soit positif sachant que le produit est une contrefaçon est 0,85.
- la probabilité que le test soit négatif sachant que le produit est un original est 0,95.

On note x la proportion de contrefaçon sur le marché ($0 \leqslant x \leqslant 1$). On note les événements :
- C : « Le produit est une contrefaçon. »
- T : « Le test est positif. »



1. a) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre modélisant la situation.
b) Exprimer $p(T)$ en fonction de x.

2. On considère que le test est fiable lorsque $p_T(C) \geqslant 0{,}95$.
À partir de quelle proportion x le test est-il fiable ?

(*D'après Bac* ES 1997)

76 Analyser un problème Défi

Le paradoxe de Monty Hall est un problème probabiliste inspiré du jeu américain *Let's Make a Deal*. Il porte le nom de l'animateur qui a présenté ce jeu aux État-Unis durant 13 ans. Lors d'un jeu télévisé, le présentateur Monty Hall présente trois portes au candidat. Derrière l'une d'entre elles se trouve une voiture que l'on gagne si l'on devine la porte derrière laquelle elle se trouve.
Le jeu se passe en 3 étapes.
① Le candidat choisit une porte.
② Le présentateur ouvre l'une des deux autres portes derrière laquelle il sait qu'il n'y a pas de voiture.
③ Le candidat peut alors garder la porte choisie au départ ou modifier son choix.
Quelle stratégie le candidat doit-il adopter pour optimiser ses chances de gagner ?

↪ Résolution de problèmes p. 124

77 Indépendance

Problème ouvert

Alanie prend son vélo pour aller au lycée un jour sur sept.
Elle a remarqué que lorsqu'elle est à vélo, il fait beau dans 70 % des cas et, lorsqu'elle n'est pas à vélo, il fait beau dans 15 % des cas. On considère les événements suivants.
- V : « Alanie prend son vélo. »
- B : « Il fait beau. »

Ces événements sont-ils indépendants ?

78 Le lièvre et la tortue

Un lièvre et une tortue font une course de 4 cases.
Pour savoir qui avance, on lance un dé cubique équilibré.
Si le résultat est différent de 6, la tortue avance d'une case.
Si le résultat est 6, le lièvre avance de 4 cases et a gagné.
Qui a le plus de chance de gagner ?

79 Esprit critique

Dwayne et Elsa font une partie de *Pierre-Feuille-Ciseau*.
On considère que leurs coups joués sont indépendants, de sorte que, bien que le jeu soit simultané, on peut l'identifier à une succession de deux épreuves indépendantes.

1. Dans cette question, on considère que, pour chacun des participants, la probabilité de chaque coup est la même.
a) Représenter la situation par un arbre ou un tableau.
b) Déterminer la probabilité d'un match nul.

2. Dwayne a lu sur Internet que *Pierre* gagne plus souvent de sorte qu'il le joue la moitié du temps, les probabilités de *Feuille* et *Ciseau* étant réparties équitablement.
Elsa joue comme à la question **1**.
a) Représenter la situation par un arbre ou un tableau.
b) Discuter la stratégie de Dwayne.

Vers les Maths complémentaires

80 Jeu du *Passe-dix*

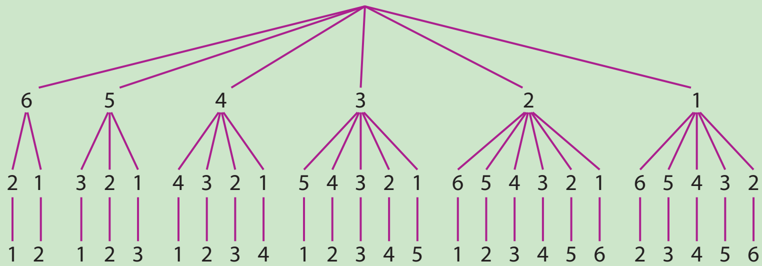
Théorie des jeux · Tableur

La problématique du jeu du *Passe-dix* est la suivante.
« Comment se fait-il que lorsqu'on lance trois dés, le 10 sorte plus souvent que le 9 alors qu'il y a autant de manières d'écrire 10 que 9 comme somme de nombres allant de 1 à 6 ? »

1. Donner les six façons d'obtenir 9 et 10 comme somme de trois dés cubiques.

2. À l'aide de la calculatrice ou d'un tableur, simuler plusieurs séries de 1 000 lancers de 3 dés et noter pour chacune d'entre elles la fréquence d'apparition du 9 et du 10.

3. a) À l'aide d'un arbre de dénombrement, on a trouvé qu'il y a 25 lancers différents qui permettent d'obtenir 9.



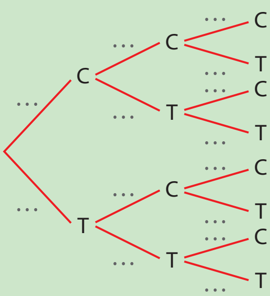
Faire de même pour trouver combien de lancers différents permettent d'obtenir 10.

b) En déduire la probabilité d'obtenir une somme égale à 9 et celle d'obtenir une somme égale à 10. Conclure.

81 Pause-café

Henry a remarqué que 70 % des personnes utilisant le distributeur automatique prennent du café, les autres boivent du thé. Le prix unitaire d'un café est de 1 € tandis que celui du thé est de 1,20 €.
Trois personnes ont déjà utilisé la machine ce matin.
Les choix de boissons de chaque personne sont indépendants.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre.



2. Quelle est la probabilité que la somme totale dépensée soit de 3 € ?

3. Quelle est la probabilité que la somme totale dépensée soit de 3,60 € ?

4. a) Combien de chemins mènent à une somme de 3,20 € ?

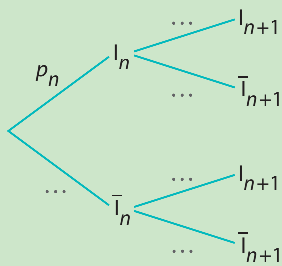
b) Quelle est la probabilité d'un chemin y menant ?

c) Quelle est la probabilité que la somme totale dépensée soit de 3,20 € ?

5. Quelle est la probabilité que la somme totale dépensée soit supérieure à 3,30 € ?

82 Interrogation de vocabulaire

En début d'année, Karine, la professeure de Français, a prévenu ses élèves :
- s'il y a une interrogation de vocabulaire lors du cours, la probabilité qu'il y en ait une au cours suivant est 0,25.
- s'il n'y a pas d'interrogation de vocabulaire lors du cours, la probabilité qu'il y en ait une au cours suivant est 0,75.



Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on note I_n l'événement « il y a une interrogation au n-ième cours » et on note $p_n = p(\mathrm{I}_n)$.
Lors de son premier cours, Karine ne fait pas d'interrogation donc $p_1 = 0$.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessus.

2. Montrer que $p_{n+1} = -0{,}5p_n + 0{,}75$.

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $v_n = p_n - 0{,}5$.

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

> **Coup de pouce** La forme explicite d'une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q est $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

b) En déduire v_n puis p_n en fonction de n.

4. Quelle est la probabilité qu'il y ait une interrogation le 37[e] jour ?

CARTES FLASH
Mémoriser le cours
www.lienmini.fr/7822-5

Préparer le contrôle Je révise

On considère une expérience aléatoire d'univers Ω, p une probabilité sur cet univers et A et B deux événements de Ω de probabilités non nulles.

Objectif

1 Calculer et interpréter des fréquences

Notion de fréquence

- La **fréquence** d'un caractère dans une population est l'effectif de la sous-population vérifiant ce caractère divisé par l'effectif total de la population.

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$$

Fréquence marginale et fréquence conditionnelle

- Une **fréquence marginale** est une fréquence dans la population totale.
- Une **fréquence conditionnelle** est une fréquence dans une sous-population.

Objectif

2 Calculer des probabilités à partir d'un tableau

Probabilité conditionnelle

- La probabilité de **A sachant B** se note $p_B(A)$.

On a : $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$

Dans une situation d'équiprobabilité

- On a plus simplement :

$$p_B(A) = \frac{\text{nombre d'issues dans } A \cap B}{\text{nombre d'issues dans } B}$$

La formule précédente s'applique à partir d'un tableau d'effectifs comme le suivant.

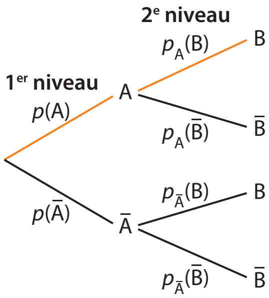
Nombre d'issues dans	A	$\bar{A}$	Total
B	$A \cap B$	$\bar{A} \cap B$	B
$\bar{B}$	$A \cap \bar{B}$	$\bar{A} \cap \bar{B}$	$\bar{B}$
Total	A	$\bar{A}$	

Objectif

3 Calculer des probabilités à partir d'un arbre

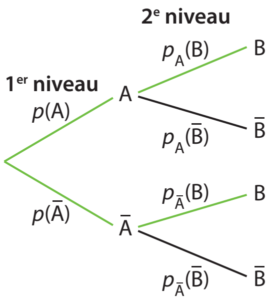
Probabilité associée à un chemin

- Pour déterminer la probabilité associée à un chemin, on **multiplie entre elles** les probabilités associées aux branches du chemin (orange).



Probabilité d'un événement en 2^e niveau

- Pour calculer la probabilité d'un événement en 2^e niveau (ici B), on **additionne** les probabilités associées à tous les chemins (verts) menant à cet événement.



- On a : $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$

Objectif

4 Utiliser l'indépendance de deux événements

Notion d'indépendance

- Deux événements sont indépendants quand le fait qu'un événement A soit réalisé ou non n'influence pas la probabilité de réalisation de l'autre événement.

Critères d'indépendance

- A et B sont **indépendants** si et seulement si :
  - $p(A) = p_B(A)$ ou
  - $p(B) = p_A(B)$ ou
  - $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

Succession d'épreuves indépendantes

- Deux tirages (ou épreuves) sont indépendants quand le résultat de l'un n'a pas d'influence sur le résultat de l'autre.

QCM Choisir la (les) bonne(s) réponse(s).

Objectif 1 Calculer et interpréter des fréquences

Voici la répartition des pistes d'une station de ski familiale selon leur difficulté (vert, bleu, rouge) et le type de ski qui y est pratiqué (alpin ou nordique).

	Vert	Bleu	Rouge	Total
Domaine alpin	22	10	7	39
Domaine nordique	10	5	3	18
Total	32	15	10	57

	A	B	C	D
83 La fréquence des pistes vertes de la station est :	≈ 22 %	≈ 39 %	≈ 56 %	≈ 68 %
84 Parmi les pistes du domaine alpin, la fréquence de pistes rouges est :	≈ 0,18	≈ 0,12	= 0,7	= 7
85 Parmi les pistes vertes, la fréquence de pistes du domaine nordique est :	$\frac{10}{18}$	10	$\frac{10}{57}$	$\frac{10}{32}$

Objectif 2 Calculer des probabilités à partir d'un tableau

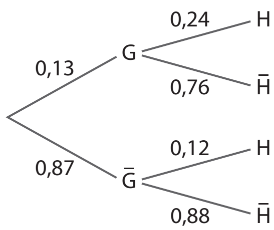
Lors d'un concert, voici la répartition des 135 personnes présentes. On interroge une personne au hasard. On note les événements :
- **E : « La personne interrogée est un enfant. »**
- **F : « La personne interrogée est une femme.»**

	Enfant	Adulte	Total
Femme	35	10	45
Homme	37	53	90
Total	72	63	135

	A	B	C	D
86 $p(\text{F})$ est égale à :	$\frac{1}{3}$	0,45	$\frac{45}{135}$	45
87 $p_{\text{F}}(\text{E})$ est égale à :	0,8	$\frac{35}{72}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{35}{45}$
88 $p_{\text{E}}(\text{F})$ est égale à :	0,8	$\frac{35}{72}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{35}{45}$

Objectif 3 Calculer des probabilités à partir d'un arbre

G et D sont deux événements associés à une expérience aléatoire représentée par l'arbre de probabilités ci-contre.



	A	B	C	D
89 $p(\text{G} \cap \text{H})$ est égale à :	0,24	0,37	0,0312	$p(\text{G}) \times p(\text{H})$
90 $p(\text{H})$ est égale à :	0,12	0,36	0,458 8	0,135 6
91 $p_{\text{H}}(\text{G})$ est égale à :	0,24	$\frac{p(\text{H} \cap \text{G})}{p(\text{H})}$	0,135 6	≈ 0,23

Objectif 4 Utiliser l'indépendance de deux événements

	A	B	C	D
92 Soit A et B deux événements indépendants. Alors :	$p(\text{A} \cap \text{B}) = 0$	$p(\text{A}) \times p(\text{B}) = p(\text{A} \cap \text{B})$	$p_{\text{A}}(\text{B}) = p(\text{A})$	$p_{\text{B}}(\text{A}) = p(\text{A})$
93 Les événements E et F de l'objectif 2 sont :	indépendants.	incompatibles.	pas indépendants.	impossibles.

Corrigés p. 141

Préparer le contrôle Je m'entraîne

Parcours différenciés

	Objectif 1	Objectif 2	Objectif 3	Objectif 4
Parcours A	1 35	3 96	5 47	7 100
Parcours B	39 94	43 97	57 98	61
Parcours C	39 95	43 60	57 99	61 101

Exercices

Objectif 1 Calculer et interpréter des fréquences

94 Voici la répartition, en heures, du temps passé par semaine par Mathis sur ses jeux vidéo.

	Console	PC	Total
Multi-joueurs	10	4	14
En solo	2	5	7
Total	12	9	21

1. Mathis passe-t-il davantage de temps sur PC ou sur console ?
2. Lorsqu'il est sur PC, Mathis préfère-t-il les jeux en solo ou multi-joueurs ?
3. Quelle fréquence de son temps Mathis passe-t-il à jouer en solo sur console ?
4. Quelle est la fréquence de temps passé sur console ou sur des jeux en solo ?

95 Voici la répartition en pourcentage des énergies en 2021 en France et en Allemagne.

	France	Allemagne
Fossiles	4,35	24,26
Renouvelables	10,65	21,11
Nucléaire	33,43	6,2

Sachant qu'à eux deux, l'Allemagne et la France ont produit 1 080 TWh, réaliser le tableau d'effectifs correspondant.

Objectif 2 Calculer des probabilités à partir d'un tableau

96 Dans l'énoncé de l'exercice **94**, on choisit au hasard un moment où Mathis joue à un jeu vidéo.
On note les événements :
- M : « Mathis joue à un jeu multi-joueurs. »
- C : « Mathis joue sur sa console. »

Calculer :
a) $p_M(C)$
b) $p(M \cap C)$
c) $p(C)$

97 On interroge des touristes sur leurs préférences en matière de dessert. $\frac{2}{5}$ préfèrent un dessert au chocolat et $\frac{1}{3}$ préfèrent des gaufres.

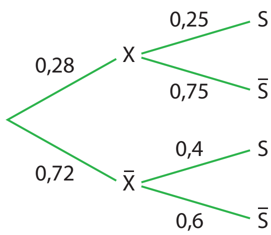
1. Recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs ci-contre.

	Crêpe	Gaufre	Total
Chocolat			
Nature		28	
Total			105

2. On interroge un touriste au hasard. Sachant qu'il tient un dessert nature dans ses mains, quelle est la probabilité que ce soit une gaufre ?

Objectif 3 Calculer des probabilités à partir d'un arbre

98 Soit l'arbre de probabilités ci-contre.
Calculer $p(X \cap S)$, $p(\overline{X} \cap S)$, $p(S)$ et $p_S(X)$.



99 Papi JP possède une collection de disques vinyles, 70 % sont des 33 tours, les autres sont des 45 tours. Parmi les 33 tours, 62,5 % sont des disques de rock mais seulement 17 % des 45 tours le sont. On choisit un disque au hasard, sachant que c'est un disque de rock, quelle est la probabilité que ce soit un 45 tours ?

Objectif 4 Utiliser l'indépendance de deux événements

100 Soit deux événements C et D tels que $p(C) = 0,5$, $p(D) = 0,26$ et $p(C \cap D) = 0,1$.
Les événements C et D sont-ils indépendants ?

101 Le choix du dessert de l'exercice **97** a-t-il une influence sur la probabilité de vouloir du chocolat dessus ?

Corrigés p. 141

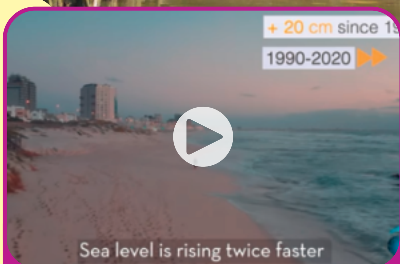
3 Croissance linéaire

Les maths au quotidien

Les modèles d'évolution mathématiques sont partout autour de nous, que ce soit en économie, en sciences et même dans la vie quotidienne. Ils permettent d'envisager comment une quantité donnée va évoluer dans le temps.

Comment prévoir la montée du niveau de la mer en raison du réchauffement climatique ?

↳ Exercice 106 p. 73



L'élévation du niveau de la mer
www.lienmini.fr/7822-11

Pour prendre un bon départ

EXERCICES Sésamath
Réviser ses acquis
www.lienmini.fr/7822-s6

1 Travailler avec des entiers naturels

1. Quel est le symbole de l'ensemble des entiers naturels ?

2. Résoudre les équations et l'inéquation suivantes et dire si les solutions sont des entiers naturels.

a) $3x + 2 = 7$ **b)** $2x - (x + 3) = 5$ **c)** $(x - 4)(x + 4) = 0$ **d)** $9x + 3 \geqslant -4$

2 Mettre en équation Vu en 2de

Luc a pris un forfait annuel de 30 € pour la piscine. Il paye alors son entrée 4 €.

1. Donner la somme totale payée par Luc s'il se rend 10 fois à la piscine dans l'année.

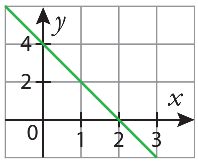
2. Exprimer en fonction du nombre x d'entrées annuelles la somme totale payée par Luc.

3. En déduire le nombre d'entrées dans l'année que peut s'offrir Luc s'il dispose de 100 €.

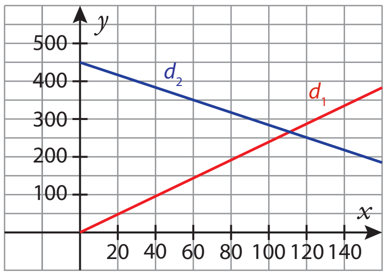
3 Tracer et déterminer l'équation d'une droite Vu en 2de

1. Tracer la droite d d'équation $y = 0{,}5x + 3$ (prendre des points de coordonnées entières).

2. Déterminer l'équation de la droite tracée ci-contre.



3. On donne la représentation de deux droites d_1 et d_2 dans un repère.



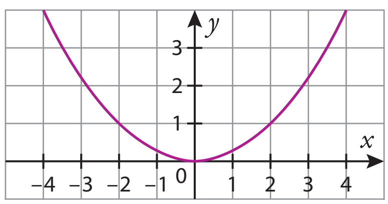
a) Pour la droite d_1, si x augmente de 20, de combien augmente y ?

b) Pour la droite d_2, si x augmente de 60, de combien diminue y ?

c) Estimer l'abscisse x du point d'intersection des deux droites.

4 Utiliser la représentation graphique d'une fonction Vu en 2de

On donne ci-contre la représentation d'une fonction définie sur $\mathbb{R}$.



1. Graphiquement, donner $f(2)$ et estimer $f(3)$.

2. Résoudre graphiquement $f(x) = 2$.

3. Résoudre graphiquement $f(x) \leqslant 3$.

4. Compléter la phrase suivante.

Si $x \geqslant 0$, la fonction est **...** et, si $x \leqslant 0$, la fonction est **...** .

10 min

1 Découvrir la notion de suite

1. Soit la liste de nombres suivante : 3 ; 6 ; 12 ; 24 ; 48…

a) Quel semble être logiquement le nombre suivant 48 dans cette liste ? celui encore après ?

b) Comment procède-t-on pour trouver le nombre suivant ?

2. Soit la liste de nombres suivante : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21…

a) Quel semble être logiquement le nombre suivant 21 dans cette liste ? celui encore après ?

b) Comment procède-t-on pour trouver le nombre suivant ?

3. On appelle ces listes de nombres des suites. Une suite est une liste ordonnée de nombres.
Soit la suite notée u dont le terme de rang n, noté $u(n)$, est tel que $u(n) = 3n^2 - 2n$.
La suite u peut être vue comme une fonction d'ensemble de définition $\mathbb{N}$.

a) Déterminer les nombres $u(0)$, $u(1)$, $u(4)$ et $u(9)$.

b) Pourquoi cette suite semble-t-elle croissante ?

4. Pour aller plus loin On reprend la suite de la question **3.**

a) Calculer $u(n + 1) - u(n)$.

b) Quel est le signe de $u(n + 1) - u(n)$ si n est un entier naturel ?

c) Expliquer pourquoi cela démontre que la suite u est croissante.

↪ Cours 1 p. 60

10 min

2 Découvrir une suite arithmétique

Sarah souhaite acheter son prochain smartphone grâce à son argent de poche. Elle a déjà économisé 75 €. Chaque mois ses parents lui donnent 25 € d'argent de poche.

1. a) Combien d'argent possède-t-elle au bout d'un mois ? de deux mois ?

b) Comment calcule-t-on la somme que Sarah possède d'un mois à l'autre ?

c) Quelle somme possède-t-elle au bout d'un an ?

2. Pour tout entier naturel n, on note $u(n)$ la somme que possède Sarah après n mois.
On a donc $u(0) = 75$.

a) Que vaut $u(1)$? $u(2)$?

b) Comment exprimer $u(n + 1)$, la somme que possède Sarah le mois $(n + 1)$, en fonction de $u(n)$?

c) Comment calcule-t-on directement $u(15)$? $u(20)$?

d) Conjecturer une expression de $u(n)$ en fonction de n.

3. Pour aller plus loin Déterminer le nombre de mois nécessaires pour que Sarah puisse acheter son smartphone d'une valeur de 400 €.

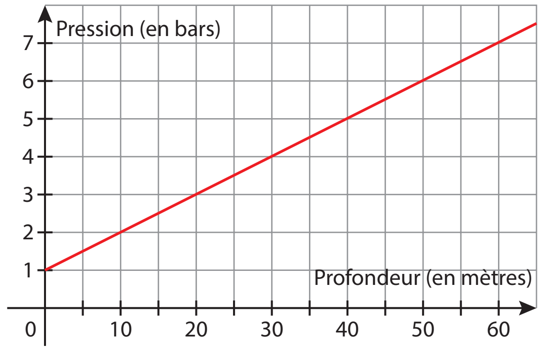
↪ Cours 1 p. 60

Physique

10 min

3 Résoudre graphiquement avec une fonction affine

On donne ci-contre la représentation de la fonction f donnant la pression en bars s'exerçant sur un plongeur en fonction de sa profondeur x en mètres.



1. À l'aide de la représentation graphique :

a) Donner la pression en bars s'exerçant sur un plongeur à une profondeur de 30 m, de 45 m.

b) Donner la profondeur en mètres lorsque la pression s'exerçant sur le plongeur est de 3 bars.

c) Quelle est la pression s'exerçant sur le plongeur à la surface de l'eau ? Comment expliquer que cette pression n'est pas nulle ?

2. a) Quelle est la nature de la fonction f ?

b) Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x. En déduire la pression à 8,3 m de profondeur.

c) Calculer la profondeur en mètres à laquelle se trouve le plongeur si la pression s'exerçant sur lui est de 10,7 bars.

d) Pour aller plus loin Chercher sur internet le record du monde en plongée autonome avec bouteille. Quelle est alors la pression s'exerçant sur le plongeur ?

↪ Cours 2 p. 62

10 min

4 Représenter un phénomène discret et un phénomène continu

Une entreprise de vente à distance vend des produits conditionnés en paquets de 1 kg ou en vrac.

1. $u(n) = 10n + 15$ représente la somme payée en euros par un client pour n paquets de 1 kg d'un certain produit, frais de port inclus.

a) Calculer $u(0)$, $u(1)$, $u(2)$, $u(3)$ et $u(4)$.

b) Représenter les points suivants dans un repère en prenant 1 cm = 1 pour les abscisses et 1 cm = 10 pour les ordonnées : $A_0(0 ; u(0))$, $A_1(1 ; u(1))$, $A_2(2 ; u(2))$, $A_3(3 ; u(3))$ et $A_4(4 ; u(4))$.

c) Les points A_1, A_2, A_3 et A_4 sont-ils alignés ?
Si oui, quelle est l'équation de la droite passant par ces points ?

2. $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ représente le prix en euros d'un autre produit vendu en vrac pour x kg, x étant un réel positif, frais de port inclus.

a) Calculer $f(1)$ et $f(4)$.

b) Représenter la fonction f dans un repère orthonormé en prenant 1 cm comme unité.

c) Pour aller plus loin Comment caractériser géométriquement un phénomène discret comme une vente en paquets et un phénomène continu comme une vente en vrac ?

↪ Cours 3 p. 62

Cours

1 Suite arithmétique

Définition Suite

Une suite u, ou $(u(n))$, est une fonction définie sur $\mathbb{N}$ qui à tout entier naturel n associe un réel noté $u(n)$. Ce terme $u(n)$ est appelé le terme de rang n ou terme général de la suite u.

Remarques

- Une suite peut aussi être définie à partir d'un certain rang, par exemple à partir du rang 1.
- Une suite est aussi notée (u_n) dont le terme de rang n est u_n.

Définition Suite arithmétique

Une suite u est une suite arithmétique s'il existe un nombre réel r tel que $u(n+1) = u(n) + r$ pour tout entier naturel n, le premier terme $u(0)$ ou $u(1)$ étant donné.

Le nombre r est appelé la raison de la suite u.

Remarque Une suite est donc arithmétique si l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant un même nombre au précédent, ou si la différence entre deux termes successifs est constante.

Exemple

Soit la suite arithmétique u définie par $u(0) = 3$ et de raison $r = 5$.
En ajoutant 5 au terme précédent, on obtient :

$$u(0) = 3 \xrightarrow{+5} u(1) = 8 \xrightarrow{+5} u(2) = 13 \xrightarrow{+5} u(3) = 18 \xrightarrow{+5} u(4) = 23 \xrightarrow{+5} u(5) = 28 \xrightarrow{+5} \ldots$$

Propriété Terme de rang n d'une suite arithmétique

Soit $n \in \mathbb{N}$ (ou $\mathbb{N}^*$) et $r \in \mathbb{R}$. Le terme de rang n (ou terme général) d'une suite arithmétique u de raison r est donné par :

- **$u(n) = u(0) + n \times r$ si le premier terme est $u(0)$.**
- **$u(n) = u(1) + (n-1) \times r$ si le premier terme est $u(1)$.**

Exemple

Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(0) = 120$ et de raison $r = -5$, on a alors :
$u(n) = u(0) + n \times r = 120 - 5n$, donc $u(8) = 120 - 5 \times 8 = 80$.

Propriété Sens de variation d'une suite arithmétique

Soit u une suite arithmétique de raison r. Son sens de variation est donné par le signe de r :

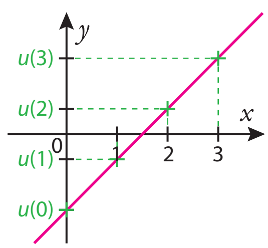
- **si $r > 0$, la suite arithmétique est croissante. Chaque terme est supérieur au précédent ;**
- **si $r < 0$, la suite arithmétique est décroissante. Chaque terme est inférieur au précédent.**

Exemple

La suite arithmétique de raison $r = -3$ est décroissante car $r < 0$.

Propriété Représentation d'une suite arithmétique

Dans un repère, on peut représenter une suite u par les points de coordonnées $(n\ ;\ u(n))$. Si u est arithmétique, ces points sont alignés.



EXERCICES Sésamath
Travailler des méthodes
www.lienmini.fr/7822-s7

Exercices résolus

VIDÉO ALL MATHS PARNAK
Comprendre une méthode
www.lienmini.fr/7822-13

Méthode 1 Calculer les termes d'une suite arithmétique

Énoncé

1. **Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(0) = -2$ et de raison $r = 7$.**
a) Calculer $u(1)$, $u(2)$, $u(3)$ et $u(4)$.
b) Déterminer $u(n)$ en fonction de n. En déduire $u(10)$.
2. **Soit la suite arithmétique v de premier terme $v(1) = 20$ et de raison $r = -0{,}5$.**
Déterminer $v(n)$ le terme de rang n en fonction de n.

Solution

1. a) $u(1) = -2 + 7 = 5$; $u(2) = 5 + 7 = 12$; **1**
$u(3) = 12 + 7 = 19$; $u(4) = 19 + 7 = 26$.
b) $u(n) = u(0) + n \times r = -2 + 7n$ **2**
$u(10) = -2 + 7 \times 10 = 68$
2. $v(n) = v(1) + (n - 1)\,r = 20 + 0{,}5(n - 1)$ **3**
$v(n) = 20 + 0{,}5n - 0{,}5 = 19{,}5 + 0{,}5n$ **4**

Conseils & Méthodes

1 Pour déterminer le terme demandé, on ajoute la raison au terme précédent.
2 On applique la formule du cours pour un premier terme $u(0)$.
3 On applique la formule du cours pour un premier terme $u(1)$.
4 On simplifie l'expression.

À vous de jouer !

1 Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(0) = 21$ et de raison $r = -4$.
1. Calculer $u(1)$, $u(2)$, $u(3)$ et $u(4)$.
2. Déterminer $u(n)$ en fonction de n.
En déduire $u(15)$.

2 Soit la suite arithmétique v de premier terme $v(1) = 3$ et $r = 0{,}75$.
1. Calculer $v(2)$, $v(3)$, $v(4)$ et $v(5)$.
2. Déterminer $v(n)$ en fonction de n.
En déduire $v(20)$.

↪ Exercices 50 à 59 p. 67

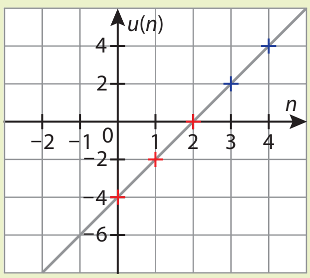
Méthode 2 Représenter une suite arithmétique

Énoncé

Soit la suite arithmétique u de raison $r = 2$ et de premier terme $u(0) = -4$.
1. **Placer dans un repère orthonormé les trois premiers points correspondant à $u(0)$, $u(1)$ et $u(2)$.**
2. **Tracer la droite passant par ces points, puis lire graphiquement les valeurs de $u(3)$ et $u(4)$.**

Solution

1. On calcule les deux autres premiers termes :
$u(1) = -4 + 2 = -2$; $u(2) = 0$;
On obtient les points $(0\,;-4)$, $(1\,;-2)$, $(2\,;0)$. **1**
2. On trace la droite passant par le premier et le dernier point, puis on lit les valeurs **2** de $u(3) = 2$ et $u(4) = 4$.



Conseils & Méthodes

1 Les points ont pour abscisse n et pour ordonnée $u(n)$.
2 Les autres points sont sur la droite, car pour une suite arithmétique les points sont alignés.

À vous de jouer !

3 Soit la suite arithmétique v définie par $v(0) = 4$ et $r = -1{,}5$.
1. Placer dans un repère orthonormé les trois premiers points de la représentation de la suite v.
2. Tracer la droite passant par ces points, puis en déduire $v(3)$ et $v(4)$.

4 Soit la suite arithmétique u définie par $u(0) = -100$ et de raison 60.
1. Représenter dans un repère orthonormé adapté les trois premiers termes de la suite v.
2. Tracer la droite passant par ces points, puis en déduire $u(3)$ et $u(4)$.

↪ Exercices 63 à 66 p. 68

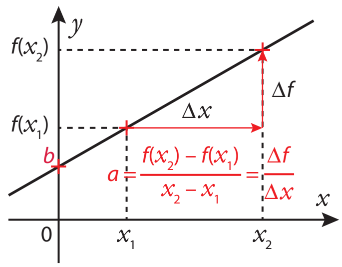
2 Fonction affine

Définition – Propriété Fonction affine et représentation graphique

- Une **fonction affine** f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ où a et b sont des réels.
- Elle est représentée par une droite dont a est le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.

Propriété Accroissement d'une fonction affine

Le **taux d'accroissement** de la fonction f entre les abscisses x_1 et x_2 est égal à a : $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ (avec $x_1 \neq x_2$).



Exemple

Soit la fonction affine f telle que $f(3) = 2$ et $f(8) = 12$. Le taux d'accroissement entre 3 et 8 de la fonction f vaut $\dfrac{f(8) - f(3)}{8 - 3} = \dfrac{12 - 2}{8 - 3} = 2$, donc $a = 2$ et donc $f(x) = 2x + b$.

Propriété Sens de variation d'une fonction affine

Le signe du coefficient a donne le sens de variation de la fonction :
si $a > 0$, la fonction affine est **croissante** sur $\mathbb{R}$ et, si $a < 0$, la fonction affine est **décroissante** sur $\mathbb{R}$.

3 Phénomène discret ou continu de croissance linéaire

Définition Phénomène discret ou continu

Une suite caractérise un **phénomène discret** car la variable n est un entier naturel qui prend donc des valeurs isolées.

Une fonction dont la variable (généralement x ou t) prend ses valeurs dans un intervalle de $\mathbb{R}$ caractérise un **phénomène continu**.

Exemples

- Le calcul annuel des intérêts d'un capital est un phénomène discret dont la variable est un nombre entier d'années.
- La position en fonction du temps d'un cycliste se déplaçant sur un axe est un phénomène continu dont la variable est un temps situé dans un intervalle de $\mathbb{R}$.

Définition Croissance linéaire

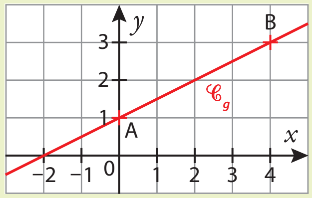
La **croissance d'un phénomène est linéaire** lorsque le taux d'accroissement de la suite ou de la fonction qui la caractérise est constant.
- Si le phénomène est discret, une croissance linéaire peut être modélisée par une suite arithmétique.
- Si le phénomène est continu, une croissance linéaire peut être modélisée par une fonction affine.

Exercices résolus

Méthode 3 Déterminer une fonction affine

Énoncé

1. Déterminer la fonction affine f de la forme $f(x) = ax + b$ telle que $f(3) = 6$ et $f(6) = -3$.
2. On donne ci-contre la représentation d'une fonction affine g.
Déterminer son expression algébrique.



Solution

1. Le coefficient a correspond au taux d'accroissement de f :

$a = \dfrac{f(6) - f(3)}{6 - 3} = \dfrac{-3 - 6}{3} = \dfrac{-9}{3} = -3.$ **1**

Pour déterminer b, on utilise une image avec $f(x) = -3x + b$ **2**

$f(3) = 6 \Leftrightarrow -3 \times 3 + b = 6 \Leftrightarrow b = 9 + 6 = 15.$ **3**

La fonction affine f a pour expression : $f(x) = -3x + 15$.

2. On prend deux points A et B sur le graphe, d'où $g(0) = 1$ et $g(4) = 3$, **4**

donc $a = \dfrac{g(4) - g(0)}{4 - 0} = \dfrac{3 - 1}{4 - 0} = \dfrac{1}{2}$. On a $g(x) = 0{,}5x + b$.

De plus, $g(0) = 1 \Leftrightarrow 0{,}5 \times 0 + b = 1 \Leftrightarrow b = 1$. La fonction affine g a pour expression : $g(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$.

Conseils & Méthodes

1 Faire attention dans la formule de a à l'ordre des images.

2 On remplace a par sa valeur dans $f(x)$.

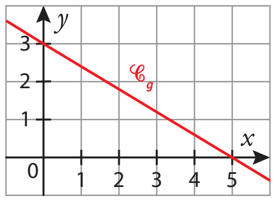
3 On aurait pu aussi utiliser $f(6)$.

4 Prendre des points sur les nœuds du quadrillage.

À vous de jouer !

5 Soit une fonction affine f de la forme $f(x) = ax + b$ telle que $f(-2) = -6$ et $f(4) = 3$. Déterminer a et b.

6 Soit la représentation d'une fonction affine g. Déterminer son expression algébrique.



Exercices 73 à 82 p. 69

Méthode 4 Déterminer si un phénomène est discret ou continu

Énoncé

Dire si le phénomène étudié peut être décrit par un modèle discret ou continu, puis préciser son type de croissance.
1. On pointe la quantité de savon consommée depuis la rentrée dans un lycée : elle augmente de 2 kg par jour.
2. La température, en degrés Celsius, du refroidissement d'un liquide est une fonction f du temps t, en minutes, telle que $f(t) = 40 - 1{,}5t$.

Solution

1. La variable est un nombre entier de jours, donc le phénomène étudié est discret. **1** Par ailleurs, l'évolution journalière est constante, donc ce phénomène suit une croissance linéaire.

2. La variable est le temps en minutes qui peut prendre n'importe quelle valeur réelle positive, donc le phénomène étudié est continu. **1** La fonction f est affine, elle caractérise une croissance linéaire.

Conseils & Méthodes

1 Bien observer si la variable est un entier naturel ou un nombre réel.

À vous de jouer !

7 En un mois, le compte de Julie est passé de 1 300 € à 1 050 €. On suppose qu'elle va dépenser à l'avenir toujours la même somme par mois. Dire si l'évolution de ses relevés mensuels est discrète ou continue, puis préciser son type de croissance.

8 Une facture d'électricité se compose d'une taxe fixe (abonnement) à laquelle s'ajoute le prix en euros de la consommation d'électricité en kWh.

Dire si l'évolution de la facture suivant la consommation est discrète ou continue, puis préciser son type de croissance.

Exercices 83 à 86 p. 70

Exercices résolus

Méthode 5 Déterminer un seuil avec une suite arithmétique

Énoncé

Soit la suite u définie pour tout entier naturel n par $u(n) = 15n + 8$.

1. Déterminer algébriquement le plus petit rang n à partir duquel on a $u(n) > 100$.

2. Retrouver ce résultat sur la calculatrice par un tableau de valeur.

Solution

1. On résout l'inéquation $15n + 8 > 100 \Leftrightarrow 15n > 92 \Leftrightarrow n > \frac{92}{15}$. Or $\frac{92}{15} \approx 6{,}13$.

À partir sur rang 7, on a $u(n) > 100$. **1**

2. On rentre dans la calculatrice la fonction $f(x) = 15x + 8$. **2**

On tabule la fonction sur la calculatrice, on obtient : **3**

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	8	23	38	53	68	83	98	113

On retrouve ainsi le résultat de la question **1.**

Conseils & Méthodes

1 On prend l'entier immédiatement supérieur à la valeur approchée.

2 Cela évite de passer en mode suite.

3 On définit le tableau de valeur à partir de 0 avec un pas de 1.

À vous de jouer !

9 Soit la suite u définie pour tout entier naturel n par $u(n) = 31n + 12$.

1. Déterminer algébriquement le plus petit rang n à partir duquel on a $u(n) > 300$.

2. Retrouver ce résultat sur la calculatrice par un tableau de valeur.

10 Soit les suites u et v définie pour tout entier naturel n par $u(n) = 6n + 5$ et $v(n) = 3n + 24$

À partir de quel rang n a-t-on $u(n) > v(n)$?

↪ Exercices 87 à 89 p. 70

Méthode 6 Déterminer un seuil avec une fonction affine

Énoncé

Soit une fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -20x + 250$.

1. Déterminer la plus grande valeur de x pour que $f(x) \geqslant 100$.

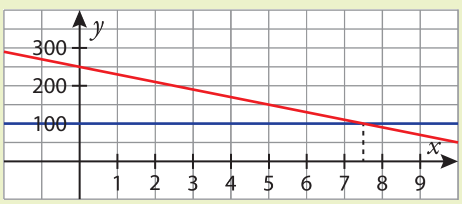
2. Retrouver graphiquement ce résultat.

Solution

1. On résout l'inéquation $-20x + 250 \geqslant 100 \Leftrightarrow -20x \geqslant -150 \Leftrightarrow x \leqslant \frac{150}{20} \Leftrightarrow x \leqslant 7{,}5$ **1**

La plus grande valeur de x est 7,5.

2. $f(0) = 250$ et $f(5) = 150$, on obtient la représentation : **2** **3**



On retrouve alors le résultat.

Conseils & Méthodes

1 Lorsqu'on divise par un nombre négatif, on inverse l'inégalité.

2 Les deux images donnent deux points de la droite représentant la fonction f.

3 On choisit une échelle adaptée.

À vous de jouer !

11 Soit la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 30x + 72$.
Déterminer la plus petite valeur de x pour que $f(x) \geqslant 300$.

12 Représenter dans un repère adapté, la fonction affine $g(x) = -7x + 35$.
Déterminer la plus grande valeur de x pour que $g(x) \geqslant 10$.

↪ Exercices 90 et 91 p. 70

J'apprends à modéliser une évolution

Réflexe 1

Identifier une indéterminée et constater qu'elle prend des valeurs isolées (modèle discret) ou dans un intervalle (modèle continu).

Réflexe 2

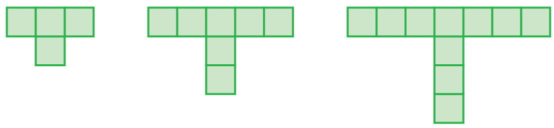
Identifier les informations de l'énoncé permettant de déterminer le type de croissance et son rythme pour expliciter la suite (modèle discret) ou la fonction (modèle continu) qui modélise l'évolution.

Énoncé

Soit le motif évolutif ci-contre où l'on s'intéresse au nombre de carreaux composant le motif à l'étape *n*.

Quel est le nombre de carreaux à l'étape 8 ?

Étape 1 Étape 2 Étape 3



Solution

Étape 1 L'indéterminée est le nombre de carreaux. Il dépend du rang de l'étape 1, 2, 3, etc. Il prend des valeurs isolées : les entiers strictement positifs. Je vais donc utiliser un **modèle discret**. **Réflexe 1**

Je cherche donc à déterminer une suite u qui dépend d'un rang n.

Étape 2 La barre horizontale augmente d'un carreau à droite et à gauche, tandis que la barre verticale augmente d'un carreau vers le bas.

Donc, sur les trois étapes, j'observe que le motif augmente de 3 carreaux d'une étape à l'autre : la suite u est arithmétique de raison $r = 3$ et de premier terme $u(1) = 4$. **Réflexe 2**

Brouillon

$u(n) = u(1) + (n-1)\,r = 4 + 3(n-1) = 1 + 3n$
Je vérifie que la modélisation fonctionne pour l'étape 3 : $u(3) = 1 + 9 = 10$.
Donc $u(8) = 1 + 3 \times 8 = 25$.

Réponse rédigée

Le nombre de carreaux augmente de 3 à chaque étape, donc je peux modéliser le nombre de carreaux à l'étape n par la suite arithmétique u de premier terme $u(1) = 4$ et de raison $r = 3$:

$$u(n) = u(1) + (n-1)r = 4 + 3(n-1) = 1 + 3n$$

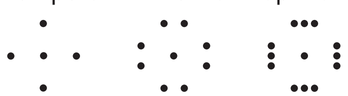
À l'étape 8, il y a 25 carreaux.

Je m'entraîne à modéliser une évolution

13 Avec des points

Dénombrement

Soit le motif évolutif suivant. On s'intéresse au nombre de points composant le motif à l'étape *n*.



Étape 1 Étape 2 Étape 3

Quel est le nombre de points à l'étape 10 ?

14 Club d'aviron

Un club d'aviron propose à ses nouveaux adhérents une inscription de 150 € et des mensualités de 23 €.

Combien payeront les nouveaux adhérents sur une année, soit sur 12 mois ?

15 Aire d'un trapèze

Soit un trapèze ABCD rectangle en B et en C. Le point E se trouve sur le segment [CD] de telle sorte que ABCE soit un rectangle. On note $ED = x$.

On donne $AB = 5$ et $BC = 6$.

Quelle est l'aire de ce trapèze ?

Exercices automatismes

CARTES FLASH
Acquérir des automatismes
www.lienmini.fr/7822-4

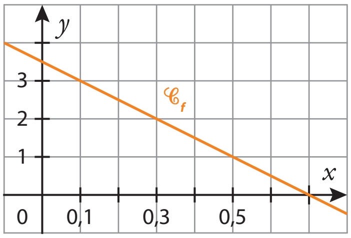
Rituel 1

Effectuer mentalement des calculs simples

16 Calculer $8 \times 2{,}4$.

17 Calculer $3{,}75 + 2{,}55$.

Lire ou estimer graphiquement



18 Lorsque x augmente de 0,2 unité, de combien diminue $f(x)$?

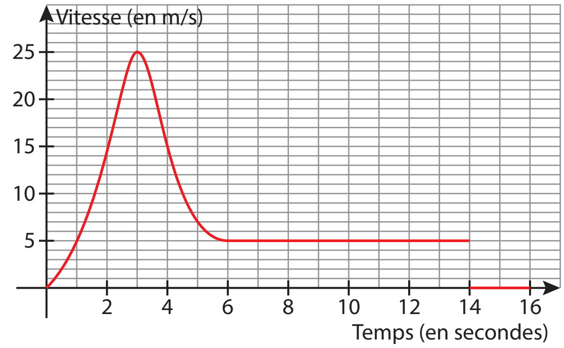
19 Estimer l'abscisse x à partir de laquelle $f(x)$ a été divisée par 2 par rapport à $f(0)$.

Résoudre une équation du premier degré

20 Résoudre $0{,}5x + 4 = 2{,}5x - 2$.

Rituel 2

On donne l'évolution de la vitesse d'un parachutiste en fonction du temps.



Lire graphiquement les variations d'une grandeur

21 Déterminer la durée en secondes où la vitesse du parachutiste augmente.

22 Déterminer la durée pendant laquelle la vitesse du parachutiste est constante et non nulle.

Lire graphiquement un seuil

23 Déterminer au bout de combien de secondes, la vitesse passera sous les 10 m/s.

Effectuer une application numérique

24 Sachant $v = \dfrac{d}{t}$ avec $d = 115$ m et $t = 14$ s, quelle est la vitesse moyenne de chute, en m/s ?

Rituel 3

Appliquer un pourcentage d'évolution

25 Un pantalon valant 30 € est soldé avec 20 % de réduction. Quel est le prix du pantalon soldé ?

26 Un prix hors taxes de 120 € est soumis à une TVA de 20 %. Quel est le prix TTC (toutes taxes comprises, c'est-à-dire en ajoutant la TVA au prix hors taxes) ?

27 Un groupe perd 24 % de ses membres qui en comptait au départ 250. Quel est l'effectif du groupe ?

Effectuer mentalement des calculs de fractions

28 Calculer $\dfrac{5}{4} \times \left(-\dfrac{16}{15}\right)$.

29 Simplifier $\dfrac{28}{49}$.

Effectuer une application numérique

30 Dans la loi d'Ohm, $I = \dfrac{U}{R}$ (avec I en ampères, U en Volts et R en Ohms). On donne $R = 12{,}2\ \Omega$ et $U = 10$ V. Que vaut l'intensité I, à 10^{-3} près ?

31 Le volume d'une boule de rayon r vaut $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$. On donne $r = 22{,}4$ cm. Calculer V.

Rituel 4

Appliquer un pourcentage d'évolution

32 Un article coûtant 260 € augmente de 5 % du fait de l'inflation. Quel est son nouveau prix ?

33 Un tube métallique de 2,5 m de long à 20 °C est soumis à une dilatation de 5 % à 60 °C. Quelle est sa longueur à 60 °C ?

Résoudre une équation du premier degré

34 Résoudre $-\dfrac{3}{2}x + 7 = -2x + 3$.

35 Résoudre $7x - \dfrac{1}{4} = \dfrac{5}{11} + 2x$.

Donner un ordre de grandeur

36 Le calcul approché de $3{,}9^2 \times \pi$ donne 48. Justifier sans calculatrice.

↪ Travaillez les méthodes des automatismes p. 6

Je consolide mes acquis

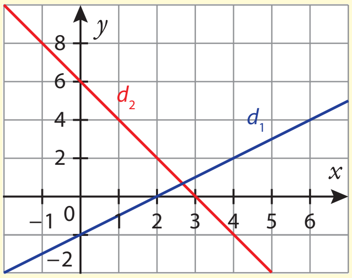
37 Résoudre dans $\mathbb{R}$

a) $5x + 12 = -28$ **b)** $\frac{3}{2}x + 4 = 2x - 5$

c) $2x + 3 < 7$ **d)** $2(x - 1) - 3(x + 1) > 4(x - 2)$

38 Déterminer l'équation d'une droite

Déterminer les équations des droites d_1 et d_2.



39 Mettre en équation

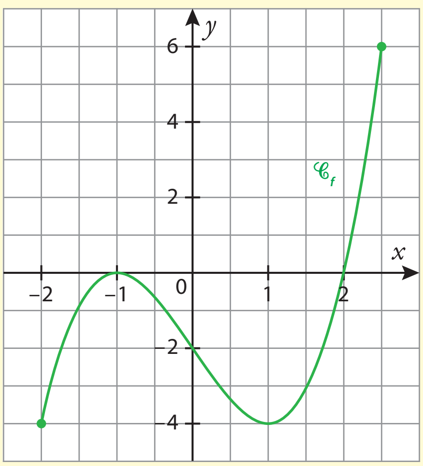
Cinq personnes se partage 90 €. Sachant que la deuxième a 3 € de plus que la première, la troisième 3 € de plus que la deuxième et ainsi de suite. Calculer la part de chaque personne.
On pourra poser x la somme que recevra la première personne.

40 Tracer une droite

Tracer dans un même repère orthonormé les droites :
a) d_1 d'équation $y = 2x - 4$.
b) d_2 d'équation $y = -x + 4$.

41 Lire, estimer et résoudre graphiquement

On donne ci-dessous la représentation d'une fonction.



1. Lire $f(1{,}5)$.
2. Estimer les solutions de $f(x) = -2$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Questions de cours

42 Soit une suite arithmétique u de raison r.
1. Donner l'expression du terme $u(n)$ si le premier terme est $u(0)$ pour $n \in \mathbb{N}$.
2. Donner l'expression du terme $u(n)$ si le premier terme est $u(1)$ pour $n \geqslant 1$.

43 Soit f une fonction affine telle que $f(x) = ax + b$. Connaissant deux images $f(x_1)$ et $f(x_2)$ (avec $x_1 \neq x_2$), donner l'expression du coefficient a.

44 Donner la définition d'un phénomène discret et d'un phénomène continu.

45 Qu'est-ce qui caractérise une évolution linéaire ?

Reconnaître une suite arithmétique

46 On donne les premiers termes d'une suite. S'agit-il des termes successifs d'une suite arithmétique ? Si oui, en donner la raison.
a) 7 ; 11 ; 15 ; 19 ; 23…
b) 3 ; 8 ; 11 ; 16 ; 19 ; 24…
c) 3 ; 6 ; 12 ; 24 ; 48 ; 96…

47 On donne les expressions des suites u, v et w. Calculer les quatre premiers termes de chaque suite et dire si ces suites peuvent être arithmétiques.
a) $u(n) = 7n - 1$
b) $v(n) = 3 - 2n$
c) $w_n = n^2 - 2$

48 On donne une relation pour les suites u, v et w. Dire si la suite est arithmétique et, si oui, préciser la raison.
a) $u(n + 1) - u(n) = 35$
b) $v(n + 1) = v(n) - 4$
c) $w_{n+1} = 2w_n - 3$

49 Dire et justifier si les suites suivantes sont arithmétiques. Si oui, en préciser la raison.
a) $u_n = 3n - 2$
b) $v_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = 3v_n$.
c) $w_1 = 2$ et, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $w_{n+1} = w_n + n$.

Calculer les termes d'une suite arithmétique

Méthode 1 p. 61

50 Donner le terme général des suites suivantes.
a) u est arithmétique de premier terme $u(0) = 15$ et de raison $r = 1{,}5$.
b) v est arithmétique de premier terme $v(1) = 5$ et de raison $r = 25$.
c) w est arithmétique de premier terme $w_0 = 8$ et de raison $r = -\frac{2}{3}$.

Exercices d'entraînement

51 Soit u une suite de premier terme $u(0) = 5$ et telle que chaque terme est obtenu en soustrayant 4 au précédent.
1. Calculer $u(1)$, $u(2)$ et $u(3)$.
2. Pourquoi la suite u est-elle arithmétique ?
3. Déterminer le terme général de la suite puis en déduire $u(10)$.

52 **1.** Soit la suite v définie par $v(1) = 110$ et, pour tout entier n, par $v(n + 1) = v(n) - 20$.
a) Quelle est la nature de la suite v ?
b) Calculer $v(2)$, $v(3)$ et $v(4)$.
c) Déterminer $v(n)$, puis en déduire $v(7)$.
2. Mêmes questions avec la suite w définie par $w(1) = -40$ et, pour tout entier n, $w(n + 1) - w(n) = 30$.

53 **1.** Soit la suite u définie par $u(0) = \frac{1}{2}$ et, pour tout entier n, $u(n + 1) - u(n) = \frac{2}{3}$.
a) Quelle est la nature de la suite u ?
b) Calculer $u(1)$, $u(2)$ et $u(3)$.
c) Exprimer $u(n)$ en fonction de n, puis en déduire $u(12)$.
2. Mêmes questions avec la suite v définie par $v(0) = -\frac{2}{3}$ et, pour tout entier n, $v(n + 1) - v(n) = \frac{7}{4}$.

54 **1.** Soit v la suite arithmétique telle que $v(1) = \frac{5}{3}$ et de raison $r = \frac{4}{3}$.
Calculer $v(10)$ sous forme de fraction.
2. Même question avec $w(1) = \frac{11}{4}$ et $r = -\frac{3}{4}$.

55 **1.** u est une suite arithmétique de raison 12.
Calculer u_0 sachant que $u_{100} = 0$.
2. v est une suite arithmétique de raison –5.
Calculer v_1 sachant que $v_{10} = 125$.

56 Soit la suite arithmétique u telle que $u_3 = 45$ et $u_7 = 21$.
1. Calculer la raison r de la suite u et le premier terme u_0.
2. Déterminer u_n si $n \in \mathbb{N}$, puis en déduire u_{12}.

57 Soit la suite arithmétique u telle que $u_{17} = 24$ et $u_{40} = 70$.
1. Calculer la raison r de la suite u et le premier terme u_0.
2. Déterminer u_n si $n \in \mathbb{N}$, puis en déduire u_8.

58 Soit la suite u définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n :
$$\frac{u_{n+1} - u_n}{2} + 5 = 0.$$
1. Montrer que la suite u est arithmétique et préciser sa raison r.
2. Donner l'expression de u_n.

59 **Problème ouvert** Soit une suite arithmétique u vérifiant $u_5 = -2$ et $u_{10} = -18$.
Calculer u_{50}.

Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique

60 Déterminer le sens de variation de chaque suite.
a) u est arithmétique de premier terme $u(0) = 3$ et de raison –7.
b) La suite v vérifie $v(n + 1) = v(n) + 8$ pour tout entier naturel n.
c) Chaque terme de la suite w est obtenu en soustrayant 4 au précédent.

61 La suite v est une suite arithmétique telle que $v(5) = -23$ et $v(6) = -15$.
1. Quelle est la raison r de la suite v ?
2. Quel est le sens de variation de la suite v ?

62 Soit la suite arithmétique u telle que :
$u_1 = 9\,750$ et $u_4 = 5\,340$.
1. Quelle est la raison r de la suite u ?
2. Que peut-on dire du sens de variation de la suite u ?

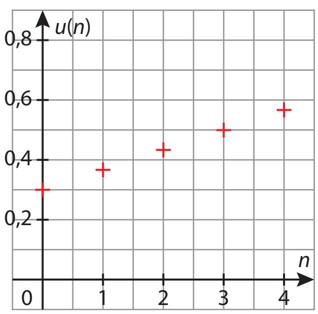
Représenter une suite arithmétique

Méthode 2 p. 61

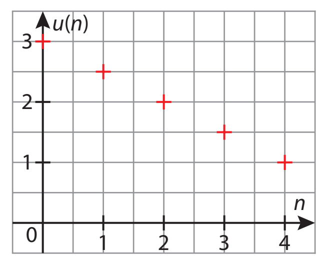
63 Représenter les trois premiers termes de la suite arithmétique u de raison 5 et de premier terme $u(0) = -10$ dans un repère adapté, puis tracer la droite passant par ces points. En déduire $u(3)$ et $u(4)$.

64 Représenter les trois premiers termes de la suite arithmétique v définie, pour tout entier n, par :
$$v_n = 1{,}2 - 0{,}4n.$$
Tracer la droite passant par ces points.

65 Soit la représentation des cinq premiers termes d'une suite arithmétique.
1. Pourquoi les points sont-ils alignés ?
2. Que vaut le premier terme de la suite ?
3. Que vaut sa raison ?



66 On donne la représentation des cinq premiers termes d'une suite u
1. Pourquoi la suite u semble-t-elle arithmétique ?
2. Que valent son premier terme et sa raison ?



Définir et représenter une fonction affine

67 Justifier que les fonctions dont les expressions sont données ci-dessous sont affines en précisant a et b.

a) $f(x) = 5x + 4$ **b)** $g(x) = -7x$

c) $h(x) = \dfrac{3 - 2x}{5}$ **d)** $k(x) = -\dfrac{1}{3}(2 - x)$

68 Soit f et g définies par $f(x) = 3 - \dfrac{1}{x}$ et $g(x) = (\sqrt{2} - 1)x$ pour $x \in \mathbb{R}$.

1. La fonction f est-elle une fonction affine ? Pourquoi ?

2. La fonction g est-elle une fonction affine ? Pourquoi ?

69 Soit deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 3)^2 - x^2$ et $g(x) = (x - 1)^2 - 3x^2$.
Pour chacune d'elles, dire si elle est affine ou non en justifiant.

70 Représenter la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 5$ dans un repère orthonormé.

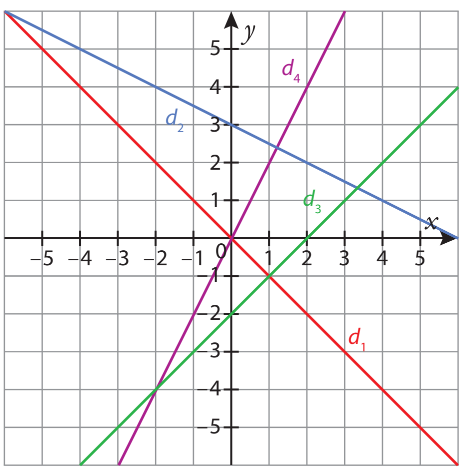
71 Représenter la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 100 - 40x$. On prendra 1 cm = 1 pour les abscisses et 1 cm = 20 pour les ordonnées.

72 Représenter les fonctions affines f, g et h définies sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = 160 - 20x$; $g(x) = 10x + 40$ et $h(x) = 30x$.
On prendra 1 cm = 1 pour les abscisses et 1 cm = 20 pour les ordonnées.

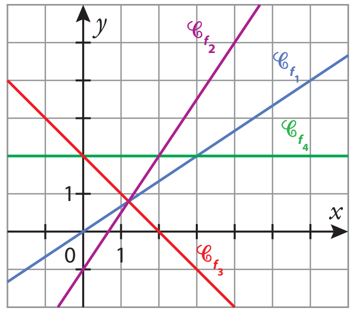
Déterminer une fonction affine

Méthode 3 p. 63

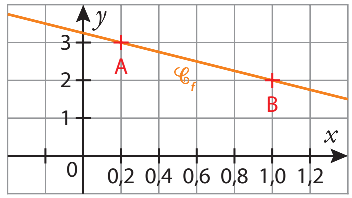
73 On donne ci-dessous les représentations graphiques de quatre fonctions affines f, g, h et k définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 - 0{,}5x$; $g(x) = 2x$; $h(x) = -x$ et $k(x) = x - 2$.
Associer chaque fonction à la droite qui la représente.



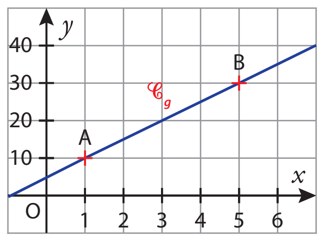
74 On a représenté ci-dessous quatre fonctions affines f_1, f_2, f_3 et f_4.
Déterminer leurs expressions algébriques.



75 En utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-dessous, passant par les points A(0,2 ; 3) et B(1 ; 2), déterminer l'expression de $f(x)$, puis les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(3)$.



76 En utilisant la représentation graphique de la fonction g ci-dessous, passant par les points A(1 ; 10) et B(5 ; 30), déterminer l'expression de $g(x)$, puis les valeurs de $g(0)$ et $g(8)$.



77 Soit une fonction affine g telle que $g(-2) = -6$ et $g(4) = 3$. Déterminer l'expression algébrique de $g(x)$.

78 Soit une fonction affine f telle que $f(2) = 12$ et $f(6) = 2$.
Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$.

79 Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine f dont la représentation $\mathscr{C}_f$ passe par les points A(0 ; 4) et B(2 ; 0), puis en déduire son sens de variation.

80 Soit une fonction linéaire f telle que $f(0{,}2) = 7$.
Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$.

81 Existe-t-il une fonction affine f vérifiant $f(0) = 5$; $f(3) = 6$ et $f(6) = 7$?

82 Existe-t-il une fonction affine f vérifiant :

$f(2) = -1$; $f(-1) = 2$ et $\dfrac{f(4) - f(1)}{3} = -1$?

Exercices d'entraînement

Déterminer si un phénomène est discret ou continu

Méthode 4 p. 63

83 On s'intéresse à la position d'un cycliste se déplaçant sur un axe à vitesse constante. Dire si l'évolution de la position du cycliste est discrète ou continue, puis préciser son type de croissance.

84 Le tarif de location d'une maison, fixé initialement à 7 000 € par an, augmente de 400 € chaque année.
L'évolution du montant annuel du loyer est-elle discrète ou continue ?
Préciser son type de croissance.

85 Oral

1. Les musiciens classent les instruments en deux catégories : discret comme le piano ou continu comme le violon.
Présenter à l'oral une explication à ce classement.
2. Proposer un autre instrument discret et un autre instrument continu.
Justifier.

86 Une usine produit des stylos — Économie
dont le coût de fabrication unitaire est de 1,50 €. À ce coût de fabrication s'ajoutent 800 € de frais fixes. On suppose que le coût de production $c(x)$ de x milliers de stylos obéit à une croissance linéaire.
1. Calculer le coût de fabrication de 7 500 stylos.
2. La fonction c correspond-elle à une évolution continue ? Justifier.

Calculer un seuil

Méthode 5 Méthode 6 p. 64

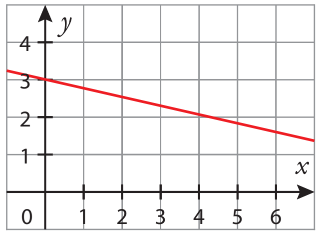
87 Soit la suite u telle que, pour tout entier naturel n, $u(n) = 25 + 12n$.
Déterminer le plus petit rang à partir duquel $u(n) > 200$.

88 Soit la suite u telle que pour tout entier naturel n, $u(n) = -7n + 30$. Déterminer le plus petit rang à partir duquel les termes de la suite sont négatifs.

89 Soit deux suites u et v telles que pour, tout entier naturel n, $u_n = 24 + 5n$ et $v_n = 5 + 7n$.
À partir de quel rang n le terme u_n est-il inférieur au terme v_n ?

90 Soit une fonction affine f telle que $f(x) = -25x + 60$.
Déterminer la plus grande valeur de x pour que $f(x) \geqslant 120$.

91 Soit la représentation d'une fonction affine f.
Estimer graphiquement la valeur de x à partir de laquelle on a $f(x) \leqslant 2$.



Modéliser une évolution

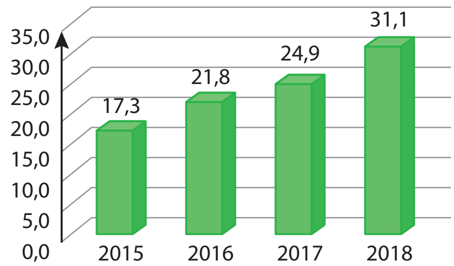
92 **Analyser un problème**
On donne dans le tableau suivant l'évolution du prix d'un loyer mensuel, en euros, de 2019 à 2023.

Année	2019	2020	2021	2022	2023
Loyer (en €)	1 350	1 393	1 434	1 478	1 522

Peut-on dire que l'évolution est linéaire ou quasi linéaire ?

↳ Résolution de problèmes p. 124

93 Le graphique ci-dessous illustre l'évolution du nombre d'immatriculations de voitures électriques (en milliers) en France de 2015 à 2018. L'évolution des immatriculations de voitures électriques est-elle linéaire ?



94 **Modéliser une évolution**
Issa souhaite participer à une course cycliste. Il commence son entraînement en parcourant 40 km la première semaine, puis prévoit d'augmenter cette distance de 5 km chaque semaine. On note $u(n)$ la distance en km parcourue par Issa la n-ième semaine d'entraînement.
Ainsi, $u(1) = 40$.
1. Justifier que la suite u est arithmétique et en donner la raison.
2. Déterminer la distance parcourue la 7^{e} semaine d'entraînement.
3. La course cycliste fait 110 km. Combien de temps doit durer la période d'entraînement de Issa si la dernière semaine il parcourt la distance de la course ?

↳ Résolution de problèmes p. 65

95 **Histoire des sciences**

Dans un traité d'alpinisme, on peut lire que la température décroît de 0,65 °C tous les 100 m d'élévation.

1. On admet que la température en degrés Celsius varie linéairement en fonction de l'altitude, en mètres. Un jour où il fait 20 °C au niveau de la mer, on considère la fonction f qui donne la température en degrés Celsius à x mètres d'altitude.
Exprimer $f(x)$ en fonction de x.

2. Calculer la température à 4 000 m d'altitude.

96 Une ville française comptait 28 400 habitants en 2006. Depuis, sa population diminue linéairement et, en 2022, elle était de 21 200 habitants.

1. Quelle est la diminution annuelle de la population ?

2. Soit la suite v telle que v_n correspond à la population l'année 2006 + n.

a) Pourquoi la suite v est-elle arithmétique ? Justifier.

b) Quels sont la raison et le premier terme de la suite v ?

c) Si la tendance de la diminution de la population se poursuit, en quelle année la population de cette ville sera-t-elle inférieure à 20 000 habitants ?

97 Moussa place un capital de 4 500 € à interêts simples au taux de 3 % en 2022.
De même Sophie place un capital de 4 000 € à interêts simples au taux de 4 % en 2022.

1. a) Modéliser la somme que possède Moussa l'année 2022 + n par une suite u.

b) Modéliser la somme que possède Sophie l'année 2022 + n par une suite v.

2. Quelle est la nature des suites u et v ?
Justifier.

3. En quelle année Sophie aura-t-elle un capital plus élevé que celui de Moussa ?

98 Sylvie prend très souvent le train sur la ligne Paris-Rouen.
Elle décide de souscrire un abonnement mensuel de 49 € qui lui permettra de payer son billet Paris-Rouen 5 €.
Marc préfère ne pas prendre d'abonnement, le billet Paris-Rouen lui coûte alors 12 €.

1. Combien coûteront au total 10 billets de train à Sylvie ? à Marc ?

2. Soit les suites u et v telles que u_n représente le prix mensuel payé par Sylvie pour n billets, abonnement compris, et v_n le prix de n billets sans abonnement payés par Marc.

a) Déterminer u_n et v_n.

b) Montrer que les suites u et v sont arithmétiques et en donner la raison et le premier terme.

c) Combien de billets par mois Sylvie doit-elle acheter pour que cela soit plus avantageux que la somme payée par Marc ?

99 **Esprit critique** En France, en 2008, la capacité cumulée d'éoliennes était de 3 580 mégawatts et, en 2009, elle était de 4 710 mégawatts.

1. En supposant que l'évolution de la capacité d'éoliennes en France soit linéaire, quelle sera la capacité d'éoliennes en 2025 ?

2. Soit la suite arithmétique u de raison $r = 1\,130$ et de premier terme $u_0 = 3\,580$.

a) Déterminer u_n.

b) Pourquoi la suite u permet-elle de modéliser l'hypothèse de la question **1.** ? À quoi correspond n dans le contexte de l'énoncé ?

c) Retrouver alors le résultat de la question **1.**

3. Ce modèle d'évolution linéaire vous semble-t-il adapté pour résoudre la crise climatique ? Pourquoi ?

À chacun son rythme

100 Soit une suite arithmétique u telle que $u(0) = 5$ et $u(1) = 9$.

Énoncé A

1. Quelle est la raison de la suite u ?

2. En déduire son sens de variation.

Énoncé B

Déterminer $u(20)$.

Énoncé C

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 2\,022$?

101 Suite arithmétique

Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(0) = 53$ et de raison -2.

1. Quel est son sens de variation ?

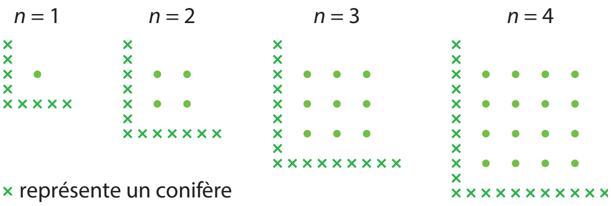
2. Donner son terme de rang n et en déduire $u(7)$.

3. À partir de quel terme a-t-on $u(n) < 0$?

102 Verger

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres contre les vents dominants, il plante des conifères sur deux côtés du verger.

Voici ci-dessous la situation avec la disposition des pommiers et des conifères pour n rangées de pommiers.



× représente un conifère
• représente un pommier

1. Soit la suite u donnant le nombre de conifères u_n en fonction du nombre $n \geqslant 1$ de rangées de pommiers.

a) La suite u semble-t-elle traduire une croissance linéaire ? Quelle semble être la nature de la suite u ?

b) On admet que la suite u est bien arithmétique. Déterminer u_n en fonction de n.
En déduire le nombre de conifères pour protéger 10 rangées de pommiers.

2. Soit la suite v donnant le nombre de pommiers v_n en fonction du nombre $n \geqslant 1$ de rangées de pommiers.
La suite v traduit-elle une croissance linéaire ?
Justifier.

103 Degrés Celsius et Fahrenheit — Physique

En France, l'unité de température est le degré Celsius, noté °C. Dans certains pays anglo-saxons, l'unité est le degré Fahrenheit, noté °F.

La conversion des degrés Celsius en degrés Fahrenheit s'obtient à l'aide d'une fonction affine f qui à une température en degrés Celsius x associe la température $f(x)$ en degrés Fahrenheit.

Pour un Californien, l'eau gèle à 32 °F et bout à 212 °F.

1. Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$.

2. À l'aide de cette expression, répondre aux questions suivantes.

a) Quelle est la température du corps humain en °F ?

b) S'il fait 90 °F à Los Angeles, est-ce une température supportable ?
Justifier.

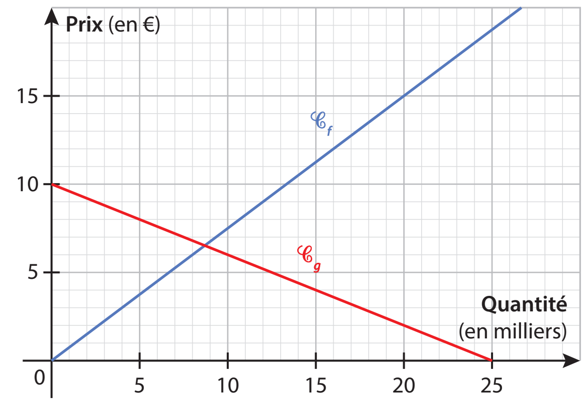
c) Peut-on trouver une température qui s'exprime par le même nombre en °C et en °F ?

104 L'offre et la demande — Économie

L'offre est la quantité de biens qu'une entreprise est prête à vendre à un prix donné.

La demande est la quantité de biens que les consommateurs sont prêts à acheter pour un prix donné.

Lors du lancement d'un jouet sur le marché, une étude a permis d'obtenir les représentations des fonctions d'offre et de demande.



1. a) Déterminer à l'aide du graphique l'expression algébrique de la fonction f.

b) Que valent $g(0)$ et $g(25)$?
En déduire l'expression algébrique de $g(x)$.

c) Laquelle des deux représentations graphiques représente la demande ?
Justifier.

d) Lorsque le prix est de 5 €, quelle quantité approximative de jouets l'entreprise est-elle prête à vendre ?
Quelle quantité de jouets les consommateurs sont-ils prêts à acheter ?

2. Le marché d'offre et de demande est à l'équilibre lorsque, pour un même prix, la quantité offerte par les producteurs est égale à la quantité demandée par les consommateurs.
Déterminer ce prix d'équilibre :

a) graphiquement.

b) par le calcul arrondi au centime.

c) À quelle quantité ce prix correspond-il ?

105 Démonstration

1. Soit la suite u définie par $u(n) = 7n + 3$.

a) Calculer $u(n+1) - u(n)$.

b) En déduire que la suite u est arithmétique et en préciser la raison.

2. Soit la suite v définie par $v(n) = an + b$ avec a et b réels.

a) Calculer $v(n+1) - v(n)$.

b) En déduire que la suite v est arithmétique et en préciser la raison.

106 Modéliser une évolution Défi SVT

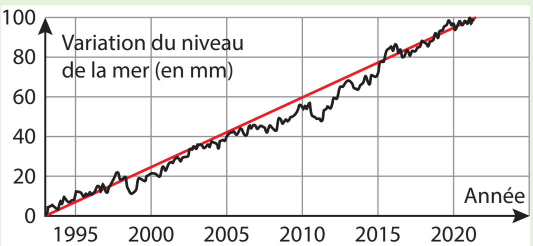
1. Des relevés ont montré que le niveau de la mer a augmenté de 0,20 m entre 1901 et 2018. On considère que cette élévation suit une croissance linéaire.

Selon ces relevés :

a) Quelle est l'élévation annuelle en millimètres du niveau de la mer ?

b) En suivant ce rythme, quelle serait l'élévation du niveau de la mer en mm en 2050 par rapport à 2022 ?

2. Des observations par satellites ont permis de mesurer l'élévation du niveau de la mer entre 1993 et 2022.



On a tracé en rouge, la droite passant par le premier et le dernier point représentant une élévation constante du niveau de la mer.

a) En utilisant cette droite de tendance, quelle est l'élévation annuelle moyenne en millimètres sur la période représentée ?

b) Selon ces relevés quelle sera l'élévation du niveau de la mer entre 2022 et 2050 ?

c) Comparer les résultats trouvés aux questions **1. b)** et **2. b)**, puis ces modèles.

↪ Résolution de problèmes p. 65

107 Suite auxiliaire

Soit la suite u telle que $u_0 = 1$ et, pour tout entier n :

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}.$$

1. Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4. Que peut-on conjecturer pour le terme général u_n ?

2. On pose pour tout entier n, $v_n = \dfrac{1}{u_n}$.

a) Calculer v_0, v_1, v_2, v_3 et v_4.

Quelle semble être la nature de la suite v ?

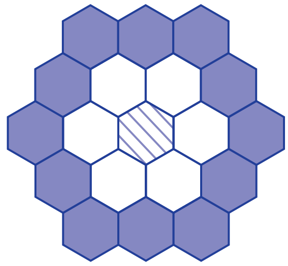
b) Calculer v_{n+1} en fonction de u_n.

c) Calculer $v_{n+1} - v_n$. En déduire que la suite v est arithmétique et en préciser la raison.

d) Exprimer v_n en fonction de n.

3. Déduire de la question précédente l'expression de u_n.

108 Carrelages



Un artisan pose un carrelage de forme hexagonal dans une grande pièce. L'artisan pose un premier carreau au centre puis l'entoure à l'aide de 6 carreaux. Il continue ainsi aux étapes suivantes.

On note $u(n)$ le nombre de carreaux posés par l'artisan à la n-ième étape ainsi $u(1) = 6$.

1. Donner la valeurs de $u(2)$.

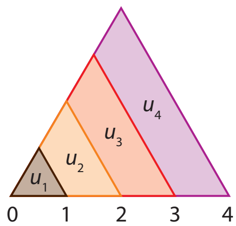
2. On admet que la suite u est arithmétique.

a) Quelle est sa raison ?

b) Exprimer $u(n)$ en fonction de n.

c) Déterminer le nombre de carreaux posés à la 6^e^ étape.

109 Suite et triangles



La figure ci-contre indique le début de la construction de zones colorées que l'on peut prolonger. Tous les triangles sont équilatéraux.

u_1, u_2, u_3, u_4 représentent les aires des surfaces colorées correspondantes.

On rappelle que l'aire d'un triangle équilatéral de côté a vaut $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

1. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4.

2. Montrer que $u_n = \dfrac{(2n-1)\sqrt{3}}{4}$.

3. Calculer $u_{n+1} - u_n$. En déduire que la suite est arithmétique et en donner la raison.

110 Modélisation Défi Oral

1. Trouver un exemple de situation pouvant être modélisée par une suite arithmétique.

2. Déterminer l'expression de cette suite.

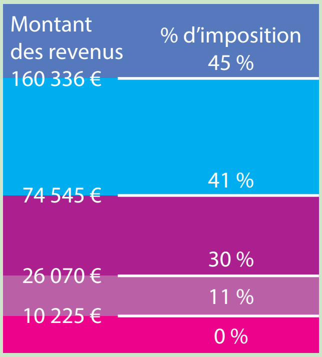
3. À l'aide de cette suite, interpréter les résultats dans le contexte (valeur de certains termes, sens de variation…).

Exercices d'approfondissement

Vers les Maths complémentaires

111 Calcul de l'impôt — EMC

En France, le paiement de l'impôt sur le revenu est régi par un système par tranches : selon leur montant, les revenus sont partagés sur une ou plusieurs tranches, chacune associée à un taux d'imposition précis.
Soit le barème, applicable pour l'année 2022.



On considère le cas de Leïla, célibataire et sans enfant (une part). Prenons deux exemples :

- son revenu annuel est de 9 000 € :

9 000 < 10 225, son taux d'imposition est de 0 %.

- son revenu annuel est de 30 000 € :

30 000 ⩾ 26 070, son **taux marginal** d'imposition est de 30 %.

Elle paye :

- 30 % sur la partie située entre 26 070 et 30 000 € ;
- 11 % sur celle entre 10 225 et 26 070 € ;
- 0 % sur celle en dessous de 10 225 €.

On décompose 30 000 sur les trois tranches :

$$30\,000 = 10\,225 + (26\,070 - 10\,225) + (30\,000 - 26\,070)$$
$$= \underbrace{10\,225}_{0\,\%} + \underbrace{15\,845}_{11\,\%} + \underbrace{3\,930}_{30\,\%}$$

Le montant de l'impôt est égal à :
$10\,225 \times 0 + 15\,845 \times 0{,}11 + 3\,930 \times 0{,}30 = 2\,921{,}95$:
L'impôt final est arrondi à 2 922 €.

Le taux moyen est : $\dfrac{2\,922}{30\,000} = 0{,}0974$ soit 9,74 %.

1. Calculer l'impôt, puis le taux moyen de Leïla si son revenu annuel est de 25 000 €.

2. On cherche à déterminer la fonction affine par morceaux f, pour des revenus imposables de Leïla inférieurs à 74 545 €, où $f(x)$ correspond à l'impôt en milliers d'euros pour un revenu annuel de x milliers d'euros.
Soit les intervalles : $I_1 = [0\,;10{,}225]$, $I_2 =]10{,}225\,;26{,}070]$, $I_3 =]26{,}070\,;74{,}545]$.

a) Si $x \in I_1$, que vaut $f(x)$?

b) Montrer que, si $x \in I_2$, $f(x) = 0{,}11x - 1{,}125$, à l'euro près.

c) En utilisant l'exemple, montrer que, si $x \in I_3$, $f(x) = 0{,}3x - 6{,}078$, à l'euro près.

3. Retrouver le résultat de la question **1.**, à l'aide de la fonction f.

4. Le revenu de Leïla est de 42 000 €.

a) Déterminer le montant de l'impôt de Leïla.

b) Donner le taux marginal et calculer le taux moyen.

5. La cheffe de l'entreprise de Leïla lui propose une forte augmentation qui la ferait passer à une tranche supérieure. Leïla hésite car elle sait qu'elle devra alors payer davantage d'impôts.
Que peut-on conseiller à Leïla si sa seule contrainte est de maintenir son niveau de vie actuel, c'est-à-dire maintenir ses revenus mensuels en ayant payé les impôts ?

112 Nombres triangulaires

Point cours

La **somme** S des $(n+1)$ premiers termes d'une suite arithmétique vaut :

$$S = u_0 + u_1 + \ldots + u_n = \overbrace{(n+1)}^{\text{Nombre de termes}} \times \frac{u_0 + u_n}{2}.$$

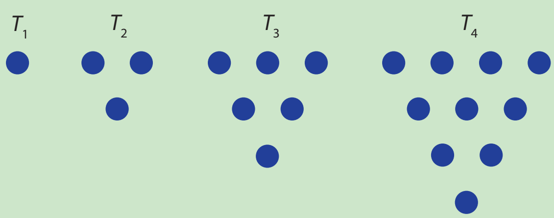
1. Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = 2$.
Calculer $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{49}$.

2. Soit $S = 26 + 33 + 40 + \ldots + 2\,021$.

a) Montrer que S est la somme des termes d'une suite arithmétique dont on donnera la raison et le premier terme.

b) En déduire S.

3. Soit les quatre premiers nombres triangulaires :



a) Représenter et donner les valeurs de T_5 et T_6.

b) Exprimer T_n à l'aide d'une somme de termes d'une suite arithmétique.

c) En déduire T_{12} et T_{60}.

CARTES FLASH
Mémoriser le cours
www.lienmini.fr/7822-5

Préparer le contrôle Je révise

Objectif

1 Utiliser une suite arithmétique

Suite

Fonction dont l'ensemble de définition est $\mathbb{N}$.
$u(n)$ représente le terme général ou de rang n de la suite u.

Suite arithmétique

Une suite arithmétique est définie par un premier terme $u(0)$ ou $u(1)$ et une raison r telle que :

$$u(n+1) = u(n) + r.$$

On a alors selon le premier terme :

$$u(n) = u(0) + n \times r$$
$$u(n) = u(1) + (n-1) \times r)$$

Sens de variation

Le signe de la raison donne le sens de variation de la suite :

- $r > 0 \rightarrow$ la suite u est **croissante** ;
- $r < 0 \rightarrow$ la suite est **décroissante**.

Représentation

Une suite arithmétique est représentée par des points alignés de coordonnées $(n\,;u(n))$.

Objectif

2 Utiliser une fonction affine

Fonction affine

Fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.

Taux d'accroissement

Le taux d'accroissement entre les abscisses x_1 et x_2 est égal au coefficient a :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}.$$

Sens de variation

Le signe du coefficient a donne le sens de variation de la fonction :

- $a > 0 \rightarrow$ la fonction f est **croissante** ;
- $a < 0 \rightarrow$ la fonction f est **décroissante**.

Représentation

Une fonction affine est représentée par une **droite** dont a est le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.

Objectif

3 Modéliser une évolution

Phénomène discret ou continu

Une **suite** modélise un **phénomène discret** tandis qu'une **fonction** modélise un **phénomène continu**.

Exemples :

- Une machine de 2 000 € sert à fabriquer des jouets en bois demandant, pour chaque jouet, 3,50 € de matières premières. Le coût de fabrication de n jouets est une suite u telle que $u(n) = 3{,}5n + 2\,000$.
- La prise en charge d'un taxi est de 2,60 €, puis la course est facturée 1,37 € par km.

Le prix d'une course de x km est une fonction f telle que $f(x) = 2{,}6 + 1{,}37x$.

Croissance linéaire

- L'évolution d'un phénomène suit une croissance linéaire si son taux de variation est constant.
- La croissance d'un phénomène est linéaire si ce phénomène est modélisé par une suite arithmétique pour un phénomène discret et une fonction affine pour un phénomène continu.

Objectif

4 Déterminer un seuil

Seuil pour une suite arithmétique

On doit résoudre une inéquation dans $\mathbb{N}$ de la forme $u(n) \geqslant s$ ou $u(n) \leqslant s$. On prend soit l'entier immédiatement supérieur ou immédiatement inférieur selon les cas.

Exemple : $u(n) = 2{,}7n + 5$

$u(n) \geqslant 20$ donne $n \geqslant \dfrac{15}{2{,}7} \approx 5{,}6$

Le seuil de 20 est obtenu à partir de $n = 6$.

Seuil pour une fonction affine

On doit résoudre une inéquation dans $\mathbb{R}$ de la forme $f(x) \geqslant s$ ou $f(x) \leqslant s$. On prend alors la borne supérieure ou inférieure selon les cas.

Exemple : $f(x) = 4{,}5x + 30$

$f(x) \geqslant 20$ donne $x \geqslant -\dfrac{10}{4{,}5} = -\dfrac{20}{9}$

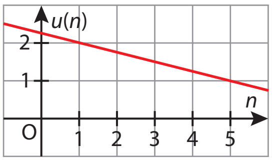
Le seuil de 20 est obtenu à partir de $x = \dfrac{20}{9}$.

Préparer le contrôle — Je me teste

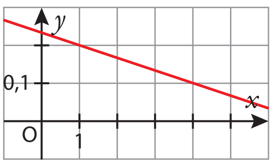
QCM INTERACTIF
Tester ses connaissances
www.lienmini.fr/7822-14

QCM Choisir la (les) bonne(s) réponse(s).

Objectif 1 Utiliser une suite arithmétique

	A	B	C	D
113 Soit la suite arithmétique u de raison $r = -4$ et de premier terme $u(1) = 5$. Le terme $u(3)$ vaut :	-7	-3	13	17
114 Soit la suite arithmétique u de raison $r = -5$ et de premier terme $u(1) = 2$. Le terme $u(n)$ est égal à :	$2 - 5n$	$7 - 5n$	$-5 + 2n$	$5n + 2$
115 Soit la droite sur laquelle sont représentés les termes d'une suite arithmétique. 	Le terme $u(1)$ vaut 2,25.	Le terme $u(1)$ vaut 2.	La raison de la suite u vaut -4.	La raison de la suite u vaut $-0{,}25$.

Objectif 2 Utiliser une fonction affine

	A	B	C	D
116 Soit f une fonction affine et $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique.	Si $f(x) = 2 - 0{,}5x$, alors f est croissante.	Si $f(x) = 2x$, alors $\mathscr{C}_f$ passe par l'origine.	Si $f(x) = 3 - x$, alors $\mathscr{C}_f$ passe par A(1 ; 2).	On peut avoir $f(x) = x^2 + 1$.
117 Soit la représentation d'une fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$. 	$a = \frac{1}{3}$	$a = -\frac{1}{3}$	$a = -\frac{1}{30}$	$a = -0{,}5$

Objectif 3 Modéliser une évolution

	A	B	C	D
118 Quelles sont les situations pouvant être modélisées par une suite arithmétique ou par une fonction affine ?	Les cheveux poussent de 1 cm par an.	Un capital est multiplié par 2 tous les 10 ans.	Un loyer augmente de 3 % par an.	Le prix d'une denrée est proportionnelle à son poids.

Objectif 4 Déterminer un seuil

	A	B	C	D
119 Soit u une suite arithmétique telle que $u(n) = 5 + 0{,}3n$. Les termes de la suite sont supérieurs à 10 à partir de :	$n = 15$	$n = 16$	$n = 17$	$n = 18$
120 Un capital de 2 500 € augmente de 400 € par an. Ce capital aura plus que doublé au bout de :	6 ans	7 ans	12 ans	13 ans

↳ Corrigés p. 141

Préparer le contrôle — Je m'entraîne

Parcours différenciés

	Objectif 1	Objectif 2	Objectif 3	Objectif 4
Parcours A	1 3 121	5 124	7 127	9 11 130
Parcours B	52 63 122	68 73 125	84 128	89 131
Parcours C	52 63 123	68 73 126	84 129	89 132

Exercices

Objectif 1 Utiliser une suite arithmétique

121 Soit la suite arithmétique u de premier terme $u(0) = 3$ et de raison $r = 8$.
1. Calculer $u(1)$, $u(2)$ et $u(3)$.
2. Déterminer $u(n)$, puis en déduire $u(10)$.

122 Soit la suite u définie par $u(1) = 12$ et, pour tout entier n non nul :

$$u(n+1) - u(n) = \frac{3}{2}.$$

1. Pourquoi la suite u est-elle arithmétique ?
2. Calculer $u(10)$.

123 Soit la suite arithmétique u telle que $u_2 = 7$ et $u_5 = 15$.
1. Déterminer la raison r et le premier terme u_0 de la suite u.
2. Déterminer u_n, puis en déduire u_{10}.

Objectif 2 Utiliser une fonction affine

124 Soit une fonction affine f définie par $f(x) = ax + b$ telle que $f(-3) = 5$ et $f(5) = 29$.
1. Déterminer a puis en déduire b.
2. Donner le sens de variation de f.

125 Soit la fonction affine f définie par $f(x) = ax + b$ telle que $f(-5) = -5$ et $f(10) = 16$.
1. Déterminer a, puis en déduire b.
2. La représentation de f passe-t-elle par le point $A(-10\,;-12)$?

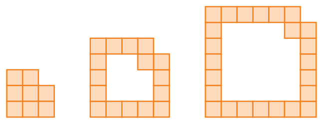
126 Soit la fonction affine f telle que $f(-6) = 13$ et $f(1) = -2$.
1. Déterminer l'expression de $f(x)$.
2. La représentation de f passe-t-elle par l'origine ?

Objectif 3 Modéliser une évolution

127 Chez un boucher, le prix d'un filet de bœuf est de 25 € le kg.
1. Donner $f(x)$ le prix de x kg de filet de bœuf.
2. En déduire le prix de 1,3 kg de filet de bœuf.

128 Pour financer les études de leur fille, M. et Mme Lin dépose 1 000 € sur un compte l'année de sa 6^{e}. Chaque année, ils augmenteront leur dépôt par rapport au précédent de 125 € jusqu'à l'année de son bac.
1. Modéliser la situation par une suite donnant le montant du dépôt l'année n.
2. Quel sera le montant du dernier dépôt ?

129 Sur le motif suivant, **Dénombrement** on s'intéresse au nombre de carreaux du motif à chaque étape.


Étape 1 Étape 2 Étape 3

Quel est le nombre de carreaux à l'étape 15 ?

Objectif 4 Déterminer un seuil

130 Soit la suite u telle que $u(n) = 6n + 5$
Déterminer le plus petit entier n tel que $u(n) \geqslant 100$.

131 Soit la suite arithmétique u de raison $r = -3{,}6$ telle que $u(0) = 125$. À partir de quel terme $u(n) < 0$?

132 Soit les populations $p_A(n)$ et $p_B(n)$ de deux villes A et B en milliers d'habitants l'année $2010 + n$. En 2010, les populations des villes A et B étaient de 32 000 et 41 000 habitants. Sachant que la population de la ville A augmente de 820 habitants par an et celle de la ville B de 360, en quelle année la population de la ville A dépassera-t-elle la population de la ville B ?

→ Corrigés p. 141

4

Croissance exponentielle

Les maths au quotidien

La modélisation de la croissance de la population humaine est très importante, notamment pour pouvoir déterminer la production de ressources nécessaires pour pouvoir nourrir toute l'humanité. Historiquement, cette croissance a été caractérisée d'**exponentielle**. Une croissance exponentielle peut être modélisée de façon **discrète** à l'aide de suites ou de façon **continue** avec des fonctions.

Quelle est la théorie de Malthus sur la croissance de la population ?

↪ Exercice 94 p. 92

Le malthusianisme
www.lienmini.fr/7822-15

Pour prendre un bon départ

EXERCICES Sésamath
Réviser ses acquis
www.lienmini.fr/7822-s12

1 Coefficient multiplicateur — Vu en 2de

Donner le coefficient multiplicateur associé aux évolutions suivantes :

a) augmenter de 20 %.
b) diminuer de 30 %.
c) augmenter de 5 %.
d) tripler une quantité.

2 Évolution en pourcentage — Vu en 2de

Donner l'évolution en pourcentage associée aux coefficients multiplicateurs c suivants :

a) $c = 1{,}23$ **b)** $c = 0{,}95$
c) $c = 1{,}034$ **d)** $c = 2{,}25$

3 Évolutions successives — Vu en 2de

Déterminer le taux d'évolution global associé aux évolutions suivantes :

a) une hausse de 10 % suivie d'une hausse de 40 %.
b) une hausse de 30 % suivie d'une baisse de 45 %.
c) trois hausses successives de 5 %.

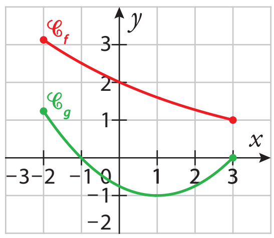
4 Calculer avec les puissances — Vu en 2de

Simplifier les expressions suivantes :

a) $2^3 \times 2^5$
b) 4×2^{-3}
c) $(5^4)^6$
d) $\dfrac{3}{3^{-2} \times 3^3}$

5 Étudier les variations d'une fonction — Vu en 2de

On considère les représentations graphiques de deux fonctions f et g dans le repère ci-contre.



1. Résoudre les équations et inéquations suivantes :
a) $f(x) \leqslant 2$
b) $g(x) = 0$
c) $g(x) > 0$
2. Donner le sens de variation des fonctions f et g.

6 Calculer et représenter les termes d'une suite — Vu au chap 3

On considère la suite définie par $u(0) = 2$ et $u(n+1) = u(n) + 3$.

1. Déterminer $u(1)$ et $u(2)$.
2. Donner la nature de la suite u.
3. Donner l'expression de $u(n)$ en fonction de n.
4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant.

n	0	1	2	3	4	5
$u(n)$	2					

5. Représenter les cinq premiers termes de la suite dans un repère.

CORRIGÉS www.lienmini.fr/7822-16

Activités

25 min

1 Suite géométrique

Une mare contient 2 000 lentilles d'eau. Des observations ont conduit à prévoir que le nombre de lentilles d'eau sera multiplié chaque jour par 1,5. On note $u(n)$ le nombre de lentilles d'eau (en milliers) présentes au bout de n jours selon cette modélisation. Ainsi, $u(0) = 2$.

1. a) Recopier et compléter le tableau suivant.

n	0	1	2	3	4
$u(n)$	2				

b) Conjecturer une expression de $u(n)$ en fonction de $u(0)$ et de n.

2. a) Déterminer le taux d'évolution du nombre de lentilles entre le premier jour $u(0)$ et le deuxième jour $u(1)$.

Coup de pouce Le taux d'évolution d'une quantité entre une valeur de départ V_D et une valeur d'arrivée V_A est $t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$.

b) Déterminer les taux d'évolution du nombre de lentilles entre le 2^e et le 3^e jour, puis entre le 3^e et le 4^e jour.

c) Que peut-on remarquer ?

On dit qu'une suite u, ou $(u(n))$, avec $n \in \mathbb{N}$, est **géométrique** s'il existe un nombre q tel que l'on passe d'un terme au suivant en multipliant par q. q est appelé la **raison** de la suite.

3. a) Exprimer dans ce cas $u(n + 1)$ en fonction de $u(n)$.

b) Calculer le taux d'évolution entre $u(n)$ et $u(n + 1)$. Que remarque-t-on ?

4. **Pour aller plus loin** Démontrer la conjecture de la question **1. b)**.

↪ Cours 1 p. 82

25 min

2 Croissances exponentielles

On cherche à comparer l'évolution démographique de deux villes.

	2016	2019
Châlons-en-Champagne	44 980	44 379
Épinal	31 558	32 256

(*Source* : INSEE)

1. a) Déterminer le taux d'évolution de la population de Châlons entre 2016 et 2019. Arrondir à 0,1 % près.

b) Déterminer le taux d'évolution de la population d'Épinal entre 2016 et 2019. Arrondir à 0,1 % près.

2. On suppose que la population de ces villes continue à évoluer en suivant la même évolution en pourcentage. Déterminer la population de chacune de ces villes en 2022 selon ce modèle.

3. On note $u(n)$ la population de la ville de Châlons n périodes de 3 ans après 2016. Ainsi, $u(0)$ représente la population de Châlons en 2016 et $u(1)$ celle en 2019. Donner la nature de la suite u puis calculer $u(2)$.

4. On note $v(n)$ la population d'Épinal n périodes de 3 ans après 2016. Donner la nature de la suite v.

5. Construire dans un repère le nuage de points contenant les douze premiers termes de chaque suite.

6. Déterminer quand la population d'Épinal dépassera celle de Châlons selon ce modèle.

7. On peut étendre la modélisation pour pouvoir estimer la population à tout instant.
On note $f(x) = 44\,980 \times 0{,}987^x$ et $g(x) = 31\,558 \times 1{,}022^x$.

a) Tracer les courbes représentatives des deux fonctions avec un logiciel ou une calculatrice.

b) Estimer au cours de quel mois la population d'Épinal dépassera celle de Châlons.

8. a) **Pour aller plus loin** Montrer que $u(n+1) - u(n) = -584{,}74 \times 0{,}987^n$ puis en déduire le signe de $u(n+1) - u(n)$.

b) Que vient-on de justifier ?

↪ Cours 1 p. 82

3 Notation a^p

25 min

1. a) Afficher les courbes des fonctions $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^3$ et $x \mapsto x^4$ sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel.

b) Soient $a > 0$ et $n \in \mathbb{N}^*$. Conjecturer le nombre de solutions positives de l'équation $x^n = a$.

On note $\boldsymbol{a^{\frac{1}{n}}}$ l'unique solution positive de l'équation $\boldsymbol{x^n = a}$. On retrouve ainsi $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{n\times\frac{1}{n}} = a$.

2. Sans calculatrice, donner ainsi les valeurs de $8^{\frac{1}{3}}$; $27^{\frac{1}{3}}$ et $1^{\frac{1}{3}}$.

3. En s'inspirant du calcul avec les puissances, définir ce que serait $a^{-\frac{1}{n}}$ si $a > 0$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

4. En s'inspirant du calcul avec les puissances, définir ce que serait $a^{\frac{p}{n}}$ si $a > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in \mathbb{N}$.

5. Pour aller plus loin Démontrer en utilisant la définition que $a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{p}} = a^{\frac{1}{n}+\frac{1}{p}}$ pour tous entiers n et p et $a > 0$.

↪ Cours 3 p. 84

4 Taux moyen

25 min

A ▸ Estimation d'un taux d'évolution

Malaika a remarqué que le nombre de ses abonnés sur les réseaux sociaux augmente de 36 % sur une année. Elle cherche à estimer son rythme d'évolution mensuel.

1. Est-ce qu'une hausse annuelle de 36 % est équivalente à 12 hausses successives de 3 % ? Justifier.

2. On suppose que le nombre d'abonnés a subi chaque mois la même évolution en pourcentage t_{moyen}.

a) Justifier que $(1 + t_{\text{moyen}})^{12} = 1{,}36$.

Coup de pouce Calculer le coefficient multiplicateur global de deux manières.

b) En déduire la valeur de $1 + t_{\text{moyen}}$ puis de t_{moyen}.

c) Conclure.

B ▸ Généralisation

On considère maintenant une évolution de taux t_{global} au cours de n périodes.

On cherche à déterminer le taux d'évolution moyen sur chaque période.

1. Donner l'expression du coefficient multiplicateur associé à cette évolution en fonction de t_{global}.

2. On suppose que la quantité a augmenté de t_{moyen} au cours de chacune des n périodes.
Exprimer c_{global}, le coefficient multiplicateur global, en fonction de t_{moyen}.

3. Déduire des deux questions précédentes une expression de t_{moyen} en fonction de t_{global}.

4. Déterminer le taux moyen mensuel correspondant à une hausse annuelle de 2 %.

5. Pour aller plus loin Une quantité augmente d'un taux t. On souhaite qu'elle revienne à son niveau de départ en n périodes. Déterminer une expression du taux moyen t_{moyen} de chaque période en fonction de t.

↪ Cours 3 p. 84

1 Suites géométriques

Définition

On dit qu'une suite u est une suite géométrique s'il existe un nombre réel q tel que :
$u(n+1) = q \times u(n)$ pour tout entier naturel n.
q est appelée la raison de la suite.

Exemple

On considère la suite u, avec $n \in \mathbb{N}$, géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 3$.
Alors $u(1) = 2 \times u(0) = 2 \times 3 = 6$ puis $u(2) = 2 \times u(1) = 2 \times 6 = 12$.

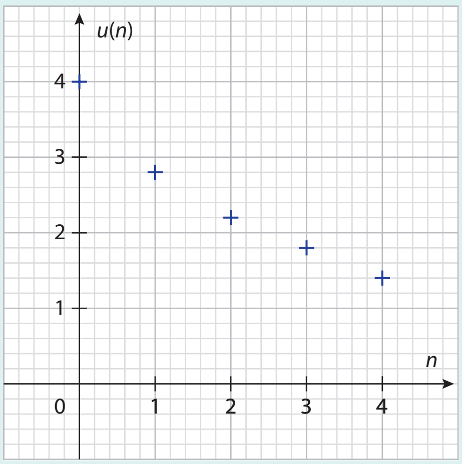
Remarques

- Une suite est donc géométrique si l'on passe d'un terme au suivant en multipliant par le même nombre q ou, de manière équivalente pour $q \neq 0$, si le rapport entre deux termes consécutifs est constant.
C'est caractéristique de ce qu'on appelle une **croissance exponentielle discrète**.
- Comme pour les suites arithmétiques, les suites géométriques peuvent être définies à partir du rang 1, 2,…
- Le terme d'une suite peut être noté $u(n)$ ou u_n.

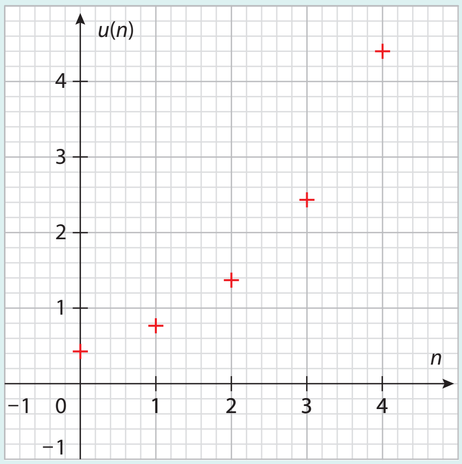
Propriété Sens de variation

Soit u une suite géométrique de raison q et de terme initial positif.

- **Si $0 < q < 1$, alors u est décroissante.**



- **Si $q > 1$, alors u est croissante.**



Exemples

- Soit u définie par $u(0) = 2$ et $u(n+1) = 4u(n)$.
u est géométrique de raison 4 avec $u(0) > 0$ et $4 > 1$ donc u est croissante.
- Soit v définie par $v(1) = 6$ et $v(n+1) = 0{,}8v(n)$.
v est géométrique de raison 0,8 avec $v(1) > 0$ et $0 < 0{,}8 < 1$ donc v est décroissante.

Propriété Terme de rang n d'une suite géométrique

Soient $n \in \mathbb{N}$ (ou $n \in \mathbb{N}^*$) et $q \in \mathbb{R}$. Le terme de rang n (ou terme général) de la suite géométrique u de raison q est donné par : • $u(n) = u(0) \times q^n$ • $u(n) = u(1) \times q^{n-1}$

Exemples

- Si u est une suite géométrique de raison 3 avec $u(0) = 2$, alors $u(n) = 2 \times 3^n$ pour tout entier naturel n.
- Si v est une suite géométrique de raison 0,25 avec $v(1) = 4$, alors $v(n) = 4 \times 0{,}25^{n-1}$ pour tout $n \geqslant 1$.

EXERCICES Sésamath
Travailler des méthodes
www.lienmini.fr/7822-s13

Exercices résolus

VIDÉO ALL MATHS PARNAK
Comprendre une méthode
www.lienmini.fr/7822-17

Méthode 1 Reconnaître une croissance exponentielle

Énoncé

1. Jeanne dispose de 2 000 euros d'épargne. Sa banque lui propose le placement suivant : chaque année, l'épargne dont elle dispose augmente de 4 %. Expliquer pourquoi l'épargne placée suit une croissance exponentielle.

2. u et v sont deux suites, avec $n \in \mathbb{N}$, dont les premiers termes sont donnés dans le tableau ci-contre. Déterminer la suite qui modélise une croissance exponentielle.

n	0	1	2	3
$u(n)$	4	5	7	10
$v(n)$	0,5	3	18	108

Solution

1. Augmenter de 4 % revient à multiplier par $1 + \frac{4}{100} = 1{,}04$.
L'épargne est multipliée par le même nombre : c'est une suite géométrique donc elle suit une croissance exponentielle. 1

2. $\frac{5}{4} = 1{,}25$ et $\frac{7}{5} = 1{,}4$ donc $\frac{u(1)}{u(0)} \neq \frac{u(2)}{u(1)}$ 2 donc la suite u ne suit pas une croissance exponentielle.
On a $\frac{v(1)}{v(0)} = \frac{3}{0{,}5} = 6$ et de même, $\frac{v(2)}{v(1)} = 6$ et $\frac{v(3)}{v(2)} = 6$ 2 donc les premiers termes de v correspondent bien à ceux d'une suite géométrique, de croissance exponentielle.

Conseils & Méthodes

1 On peut traduire l'évolution en pourcentage par une multiplication par un nombre, ce qui donne une croissance exponentielle.

2 On peut comparer les rapports (c'est-à-dire les quotients) entre les termes consécutifs.

À vous de jouer !

1 On considère les suites u et v définies par $u(n) = \frac{2^{n+2}}{4^n}$ et $v(n) = (n+1)^2$ pour $n \in \mathbb{N}$.
1. Déterminer les trois premiers termes de ces suites.
2. Déterminer laquelle de ces suites pourrait être une suite géométrique.

2 Dans chacune des situations suivantes, expliquer pourquoi on observe une croissance de type exponentielle.
1. Dans un pays, la consommation de viande diminue de 2 % chaque année.
2. La hauteur d'un bambou double chaque semaine.

Exercices 46 à 49 p. 89

Méthode 2 Déterminer le terme de rang n d'une suite géométrique

Énoncé

1. Donner le terme de rang n de la suite u géométrique de raison 4 avec $u(0) = 3$.

**2. Soit v définie par $v(1) = 5$ et $v(n+1) = 2v(n)$ pour tout entier $n \geqslant 1$.
Exprimer $v(n)$ en fonction de n pour $n \geqslant 1$.**

Solution

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u(n) = u(0) \times q^n = 3 \times 4^n$. 1

2. Pour $n \geqslant 1$: v est géométrique de raison 2 donc $v(n) = v(1) \times q^{n-1} = 5 \times 2^{n-1}$. 2

Conseils & Méthodes

1 Le premier terme est $u(0)$ donc on applique $u(n) = u(0) \times q^n$.

2 Le premier terme est $v(1)$ donc on applique $v(n) = v(1) \times q^{n-1}$.

À vous de jouer !

3 Donner le terme général de chaque suite.
a) u géométrique de raison 8 avec $u(0) = 1$.
b) u géométrique de raison -3 avec $u(0) = 0{,}8$.
c) u géométrique de raison 0,5 avec $u(1) = 3$.

4 Pour chaque suite, exprimer $u(n)$ en fonction de n.
a) $u(n+1) = 5u(n)$ pour $n \geqslant 0$ et $u(0) = 2$.
b) $u(n+1) = 0{,}4u(n)$ pour $n \geqslant 1$ et $u(1) = 5$.
c) $u(n+1) = 7u(n)$ pour $n \geqslant 0$ et $u(0) = 1{,}5$.

Exercices 50 à 54 p. 89

Cours

2 Fonctions exponentielles

Définition **Fonction exponentielle de base *a***

Soit $a > 0$. On appelle **fonction exponentielle de base *a*** la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = a^x$.

Remarques • Lorsque x est un nombre entier, a^x correspond à une puissance de a.

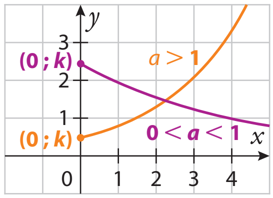
• On peut calculer a^x avec la touche exposant de la calculatrice.

Propriété **Fonctions associées et suites géométriques**

Dans $u(0) \times q^n$ et $k \times a^x$, on peut faire l'analogie entre $u(0)$ et k d'une part et q^n et a^x d'autre part.
On constate alors que les fonctions $x \mapsto k \times a^x$ sont les **prolongements des suites géométriques** dans le cas où « l'exposant » est réel.

Propriétés **Sens de variation et courbe représentative**

Soient $k > 0$ et $a > 0$. On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}+$ par $f(x) = k \times a^x$.
- Si $a > 1$, alors f est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}+$.
- Si $0 < a < 1$, alors f est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R}+$.



Remarque Le rapport entre les images de deux nombres séparés d'un écart donné est constant. Ceci est caractéristique d'une **croissance exponentielle continue**.

Propriétés **Propriétés algébriques**

Soient a et b deux réels strictement positifs et x et y deux réels. Comme pour les puissances entières, on a :

- $a^0 = 1$
- $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- $(a^x)^y = a^{x \times y}$
- $\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$
- $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $a^x \times b^x = (ab)^x$

Exemples
- $2^{1,5} \times 2^{3,4} = 2^{1,5+3,4} = 2^{4,9}$
- $4^{-2,3} = \dfrac{1}{4^{2,3}}$
- $(3^2)^{2,5} = 3^{2 \times 2,5} = 3^5$

3 Racine *n*-ième et taux d'évolution moyen

Propriété **Racine *n*-ième**

Soit $c \geqslant 0$. L'équation $x^n = c$ admet une **unique solution réelle positive.** Cette solution est $x = c^{\frac{1}{n}}$.

Exemple
La solution positive de l'équation $x^7 = 15$ est $15^{\frac{1}{7}}$.

Remarque $a^{\frac{1}{2}}$ est la solution positive de l'équation $x^2 = a$. On a donc $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$.

Propriété **Taux d'évolution moyen**

On suppose qu'au cours de n périodes, le taux d'évolution d'une quantité est t_{global}.
Alors le **taux d'évolution moyen** par période est $t_{\text{moyen}} = \left(1 + t_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$.

Exemple ↳ Méthode 4 p. 85

Remarque $t_{\text{moyen}} = \left(c_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$ avec c_{global} le coefficient multiplicateur associé à l'évolution globale.

Exercices résolus

Méthode 3 Utiliser les propriétés algébriques

Énoncé

1. **Simplifier les expressions suivantes.**

a) $2^4 \times 2^{1,5}$ **b)** $\dfrac{3^5}{3^{3,5}}$ **c)** $(0,6^{0,2})^{15}$

2. **Écrire les nombres suivants sous la forme a^x où a est un nombre entier.**

a) $7^{3,1} \times \sqrt{7}$ **b)** $5 \times \dfrac{5^{2,1}}{5^{1,5}}$ **c)** $2^{3,6} \times 4^{3,6}$

Solution

1. a) $2^4 \times 2^{1,5} = 2^{4+1,5} = 2^{5,5}$ 1 2

b) $\dfrac{3^5}{3^{3,5}} = 3^{5-3,5} = 3^{1,5}$

c) $(0,6^{0,2})^{15} = 0,6^{0,2\times 15} = 0,6^3$

2. a) $7^{3,1} \times \sqrt{7} = 7^{3,1} \times 7^{0,5} = 7^{3,6}$ 3

b) $5 \times \dfrac{5^{2,1}}{5^{1,5}} = 5^{1+2,1-1,5} = 5^{1,6}$

c) $2^{3,6} \times 4^{3,6} = (2 \times 4)^{3,6} = 8^{3,6}$

Conseils & Méthodes

1 Les règles de calculs avec les exposants réels sont les mêmes qu'avec les puissances.

2 Il faut reconnaître l'opération principale afin de retrouver la règle à appliquer.

3 Il faut penser au fait que $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ pour $a \geqslant 0$ pour faire apparaître une formule connue.

À vous de jouer !

5 Simplifier les expressions suivantes.

a) $0,5^{3,2} \times 0,5^{1,5}$ **b)** $\dfrac{8^{5,2}}{8^{5,1}}$

c) $\dfrac{(5^{2,1})^{10}}{5^{-2,5}}$ **d)** $\sqrt{3}^{\,4,6} \times 3^{2,2}$

6 Écrire les nombres suivants sous la forme a^x où a est un entier naturel.

a) $3^{2,5} \times 7^{2,5}$ **b)** $5^{-3,2} \times \sqrt{5}^{\,3}$

c) $\dfrac{6^{3,4}}{6^{-2,1}}$ **d)** $8^{2,3} \times 64$

Exercices 72 à 75 p. 91

Méthode 4 Déterminer un taux moyen

Énoncé

Un prix augmente de 44 % en deux mois. Déterminer son taux d'évolution mensuel moyen.

Solution

Le taux d'évolution global est de 44 %. 1

Il y a deux périodes considérées. 2

Le taux d'énvolution mensuel moyen est donc de

$\left(1 + t_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 = \left(1 + \dfrac{44}{100}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,2$ 3

ce qui correspond à une hausse mensuelle moyenne de 20 %.

Conseils & Méthodes

1 Il faut identifier ce qui dans l'énoncé correspond à l'évolution globale.

2 Il faut bien repérer dans une telle situation le nombre de périodes considérées.

3 Il ne faut pas oublier les parenthèses pour écrire un exposant sous forme de fraction.

À vous de jouer !

7 Arrondir les résultats à 10^{-3} si besoin.

1. L'indice des prix a augmenté de 5 % en un an. Déterminer le taux d'évolution mensuel moyen de l'indice des prix.

2. Le prix d'une veste subit trois réductions successives lors des soldes, conduisant à une baisse de 40 % du prix. Déterminer le taux d'évolution de chaque démarque.

8 Une quantité subit plusieurs évolutions successives. Pour chaque situation, déterminer le taux d'évolution moyen associé, en arrondissant si besoin à 0,1 % près.

a) Trois évolutions aboutissant à une hausse de 30 %.

b) Quatre évolutions conduisant à une baisse de 25 %.

c) Deux évolutions conduisant à une hausse 4,3 %.

Exercices 82 à 87 p. 91

Exercices résolution de problèmes

J'apprends à modéliser une évolution

Réflexe 1
Identifier une indéterminée et constater qu'elle prend des valeurs isolées (modèle discret) ou dans un intervalle (modèle continu).

Réflexe 2
Identifier les informations de l'énoncé permettant de déterminer le type de croissance et son rythme pour expliciter la suite (modèle discret) ou la fonction (modèle continu) qui modélise l'évolution.

▶ Énoncé

Un biologiste souhaite contrôler l'évolution d'une population de lapins introduits par erreur sur une île. Les premières observations amènent à penser que cette population triple tous les dix ans.
Le biologiste compte 100 lapins dans l'île : il souhaite pouvoir estimer à tout instant la population de lapins, afin de pouvoir intervenir au plus vite s'il le fallait. **Modéliser l'évolution de la population**.

▶ Solution

Étape 1 L'indéterminée est le nombre de lapins. Il dépend du temps, qui prend ses valeurs à tout instant dans l'intervalle $[0\,;+\infty[$.
Je vais donc utiliser **un modèle continu**. Je cherche donc à déterminer une fonction f en fonction de t. **Réflexe 1**

Étape 2 La population de lapin triple tous les 10 ans. **Réflexe 2**
C'est une croissance exponentielle.
Je recherche donc une fonction d'expression du type $k \times a^t$.

Brouillon

À l'instant $t = 0$, la population est $f(0) = 100$ donc $k \times a^0 = 100$ et $k = 100$.
À $t = 1$, on doit avoir 300, donc $300 = 100 \times a^1$ et $a = 3$.

Coup de pouce Je peux aussi déterminer la suite : la population après n dizaines d'années serait $u_n = u_0 \times q^n$ avec $u_0 = 100$ et $q = 3$, soit $u_n = 100 \times 3^n$ puis, par analogie ou prolongement, je détermine la fonction $f(t) = 100 \times 3^t$.

Réponse rédigée

La population triple tous les dix ans, ce qui conduit à modéliser l'évolution de lapins par une croissance exponentielle et une fonction d'expression du type $f(t) = k \times a^t$ où t représente le nombre de dizaines d'années.
À l'instant $t = 0$, la population de lapins est de 100 donc $f(0) = 100$ et $k \times a^0 = 100$ d'où $k = 100$.
Au bout de dix ans, $t = 1$ et la population est de 300 donc $300 = 100 \times a^1$ et $a = 3$.
Le nombre de lapins peut être modélisé par la fonction $f : t \mapsto 100 \times 3^t$, où t représente le nombre de dizaines d'années et $f(t)$ le nombre de lapins.

Je m'entraîne à modéliser une évolution

9 Valorisation — Économie

Une nouvelle entreprise est valorisée 200 000 euros. On estime que sa valeur double chaque année.

1. Modéliser l'évolution de la valeur de l'entreprise en fonction du temps t.

2. Quelle serait la valorisation de l'entreprise au bout de 4 ans et 3 mois ?

10 Exploitation

Le gisement d'une mine de charbon est estimé à 22 millions de tonnes. On estime que 1 % de la quantité de charbon restante est extraite chaque mois.

1. Modéliser l'évolution de la quantité de charbon présente dans la mine.

2. Quelle serait la quantité de charbon restante au bout de 2 mois et demi ?

11 Décroissance — Économie

Leela a déposé 10 000 euros sur un livret d'épargne à intérêts composés, dont elle peut retirer le montant à tout instant. Au bout de deux ans, elle dispose déjà de 10 609 euros.

Modéliser l'évolution de son épargne.

Exercices automatismes

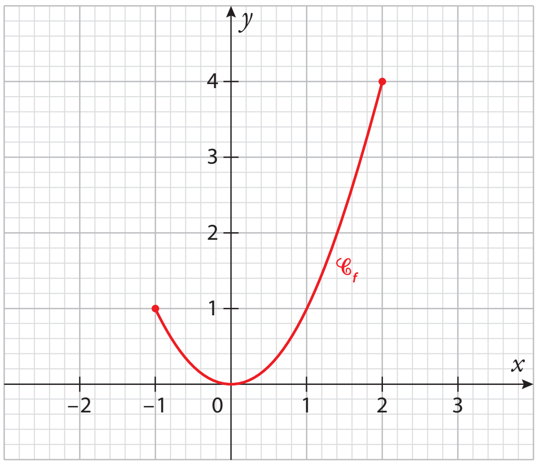
Rituel 1

Appliquer un pourcentage d'augmentation

12 Le prix d'une veste est de 30 euros.
Il augmente de 5 %. Déterminer le nouveau prix.

Estimer graphiquement une valeur atteinte

On donne la courbe d'une fonction *f*.



13 Donner le maximum de la fonction et indiquer pour quelle valeur de x il est atteint.

14 À partir de quelle valeur a-t-on $f(x) > 1$?

Lire sur un graphique les variations d'une grandeur

15 Décrire les variations de la fonction *f* ci-dessus.

Rituel 2

Effectuer des calculs simples avec des pourcentages

16 Un collège compte 440 élèves. 75 % d'entre eux sont demi-pensionnaires.

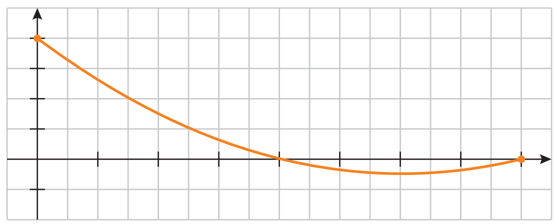
Déterminer le nombre d'élèves demi-pensionnaires.

17 6 élèves d'une classe de Première ont choisi l'option mathématiques, ce qui représente 18,75 % des élèves de la classe.

Déterminer combien la classe compte d'élèves

Préciser sur un graphique les grandeurs en jeu

La courbe ci-dessous donne la température en °C en fonction de l'heure de la journée.



18 Indiquer à quelle grandeur correspond chaque axe du graphique.

19 Ces températures ont été relevées entre 0 et 8 h et la température était de 4 °C à 0 h.

Indiquer comment graduer les axes du repère.

Rituel 3

Calculer un taux d'évolution global à partir de taux d'évolution successifs

20 Les intentions de vote pour un candidat baissent successivement de 20 % puis de 30 %. Déterminer le taux d'évolution global des intentions de vote.

Calculer un taux d'évolution réciproque

21 Un prix augmente de 25 %.

Déterminer le taux d'évolution qu'il doit subir pour revenir à sa valeur de départ.

Effectuer des calculs simples avec des fractions ou des décimaux

22 Mettre sous forme de fraction irréductible
$\frac{6}{35} \times \frac{21}{2}$ et $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$.

23 Calculer : $10{,}2 \times 1{,}5$.

Rituel 4

Calculer un taux d'évolution global à partir de taux d'évolution successifs

24 Le PIB d'un pays augmente de 20 % après avoir baissé de 30 %.

Déterminer son évolution globale en pourcentage.

Calculer un taux d'évolution réciproque

25 Le temps d'attente moyen en caisse dans un supermarché a baissé de 50 %.

Déterminer le taux d'évolution à appliquer pour que le temps d'attente reprenne sa valeur de départ.

Résoudre une équation du second degré

26 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 0{,}25$.

27 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = -3$.

28 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 0$.

↪ Travaillez les méthodes des automatismes p. 6

Exercices d'entraînement

Je consolide mes acquis

29 Calculer une image

Soit f la fonction définie sur $[-5 ; 5]$ par $f(x) = x^2 - 5x$. Calculer $f(1)$ et $f(-2)$.

30 Utiliser la calculatrice pour tabuler une fonction et observer sa courbe

On considère la fonction f définie sur $[-1 ; 4]$ par $f(x) = -x^2 - x + 12$.

1. À l'aide de la calculatrice, dresser un tableau de valeurs de la fonction comportant six valeurs.

2. Observer la courbe de la fonction à l'aide de la calculatrice.

3. Résoudre graphiquement $f(x) = 6$ et $f(x) > 6$.

31 Calculer avec des puissances

Simplifier les expressions suivantes :

a) $7^3 \times 7^4$ **b)** $\dfrac{2^9 \times 2^{-4}}{2^3}$

c) $(a^4)^2 \times a^2$ **d)** $\sqrt{11}^3 \times \sqrt{44}$

32 Déterminer un taux d'évolution global

Déterminer le taux d'évolution global associé aux évolutions suivantes :

a) une hausse de 10 % suivie d'une hausse de 60 %.

b) une baisse de 20 % suivie d'une hausse de 30 %.

c) deux baisses de 40 %.

d) trois hausses de 10 %.

33 Déterminer un taux d'évolution réciproque

Déterminer le taux d'évolution réciproque associé aux évolutions suivantes :

a) une hausse de 25 %.

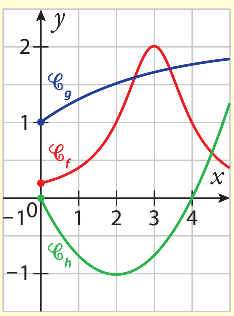
b) une baisse de 37,5 %.

c) une baisse de 75 %.

d) une baisse de 50 %.

34 Déterminer graphiquement un sens de variation

Dresser le tableau de variations des fonctions f, g et h dont voici les représentations graphiques dans un repère.



Questions de cours

35 Donner la définition d'une suite géométrique.

36 Soit u une suite géométrique de raison q et de premier terme positif. Donner le sens de variation de u en fonction des valeurs de q.

37 Recopier et compléter.

a) $a^x \times a^y = \ldots$

b) $(a^x)^y = \ldots$

c) $a^x \times b^x = \ldots$

d) $\dfrac{a^x}{b^x} = \ldots$

38 Rappeler la formule permettant d'obtenir le taux moyen en fonction du taux d'évolution global et du nombre de périodes.

Suite géométrique : définition

39 Déterminer les quatre premiers termes de la suite u qui est géométrique de raison -2 avec $u(0) = 0,5$.

40 Déterminer les quatre premiers termes de la suite v géométrique de raison 0,2 et telle que $v(1) = 750$.

41 Soit u une suite géométrique de raison 4 et de terme initial $u(0) = 1$.

1. Déterminer $u(2)$ et $u(4)$.

2. Donner $u(n + 1)$ en fonction de $u(n)$.

42 Justifier que les suites de nombres suivants sont les premiers termes d'une suite géométrique et déterminer les deux termes suivants.

a) $1 ; 3 ; 9 ; \ldots ; \ldots$

b) $48 ; 24 ; 12 ; \ldots ; \ldots$

c) $-2 ; 6 ; -18 ; \ldots ; \ldots$

d) $1 ; \dfrac{1}{3} ; \dfrac{1}{9} ; \ldots ; \ldots$

e) $\dfrac{2}{3} ; 1 ; \dfrac{3}{2} ; \dfrac{9}{4} ; \ldots ; \ldots$

43 Soit w la suite géométrique de raison 2 telle que $w(2) = 10$. Déterminer $w(3)$ et $w(1)$.

44 On considère une suite (u_n) géométrique dont les premiers termes sont donnés dans le tableau ci-dessous.

n	0	1	2	3
u_n	2	3	4,5	6,75

Construire le nuage de points associé à cette suite.

45 On considère la suite u définie par $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2}$.

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite.

2. Représenter le nuage de points associé à la suite u.

Croissance exponentielle discrète

Méthode 1 p.83

46 Indiquer si les suites de nombres suivants sont ou non caractéristiques d'une croissance exponentielle.
a) 4 ; 8 ; 12 ; 24
b) 2 ; 4 ; 6 ; 8
c) –10 ; 5 ; 2,5 ; –1,25
d) $2 ; -\frac{2}{3} ; \frac{2}{9} ; -\frac{2}{27}$

47 On suit l'évolution d'une quantité sur plusieurs périodes. Ces évolutions sont-elles caractéristiques d'une croissance exponentielle ?
a) La quantité augmente à chaque période de 50 %.
b) La quantité double à chaque période.
c) La quantité diminue de 30 % chaque période.
d) La quantité est augmentée de 100 à chaque période.

48 Indiquer dans chacun des cas suivants si la situation conduit à une modélisation caractérisée par une croissance linéaire ou exponentielle.
a) Le salaire d'Angela augmente de 1 % chaque année.
b) Jean lit chaque jour 10 % des pages restantes de son livre.
c) Rosa verse chaque mois 50 euros sur son livret d'épargne.
d) Le nombre de lentilles d'eau d'un lac double chaque semaine.
e) Le taux de chômage d'un pays augmente d'un point chaque année.

49 On considère les quatre suites ci-dessous :
- (u_n) définie par $u_n = 2n^2 + 3n$ pour $n \geqslant 0$.
- (v_n) définie par $v_n = \frac{4^n}{5^{n+1}}$ pour $n \geqslant 0$.
- (w_n) définie par $w_n = (n+2)^2 - n^2$ pour $n \geqslant 0$.
- (r_n) définie par $r_0 = 2$ et $r_{n+1} = 2r_n$ pour $n \geqslant 0$.

1. Calculer les quatre premiers termes de chaque suite.
2. Déterminer si les suites peuvent être géométriques, arithmétiques ou ni l'un ni l'autre.
3. Que peut-on en déduire sur le type de croissance qui leur est associé ?

Terme général d'une suite géométrique

Méthode 2 p. 83

50 Déterminer le terme de rang n des suites :
a) u géométrique de raison 3 avec $u(0) = -3$.
b) v géométrique de raison –4 avec $v(1) = 10$.
c) s géométrique de raison $\frac{1}{2}$ avec $s(0) = 4$.

51 Déterminer le terme général des suites :
a) w géométrique de raison 0,6 avec $w(0) = 5$.
b) r géométrique de raison $-\frac{1}{2}$ avec $r(1) = 8$.
c) t géométrique de raison $\sqrt{2}$ avec $t(1) = 1$.

52 Déterminer le terme de rang n des suites :
a) u définie par $u(0) = 2$ et $u(n+1) = 3u(n)$ pour $n \geqslant 0$.
b) u définie par $u(1) = -1$ et $u(n+1) = 0{,}5u(n)$ pour $n \geqslant 1$.

53 Pour chacune des suites ci-dessous, exprimer u_n en fonction de n.
a) (u_n) définie par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = -2u_n$ pour $n \geqslant 0$.
b) (u_n) définie par $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = 10u_n$ pour $n \geqslant 1$.
c) (u_n) définie par $u_0 = 20$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n$ pour $n \geqslant 0$.

54 Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 et de terme initial $u_0 = 3$.
1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. Déterminer le terme général de la suite (u_n).
3. Calculer u_5.

Sens de variation d'une suite géométrique

55 Déterminer le sens de variation des suites suivantes :
a) u est géométrique de raison 2 et $u(0) = 1$.
b) v est géométrique de raison 1,5 et $v(1) = 0{,}5$.

56 Déterminer le sens de variation des suites suivantes :
a) w est géométrique de raison 0,7 et $w(1) = 3$.
b) t est géométrique de raison $\frac{2}{3}$ et $t(0) = 0{,}8$.

57 Déterminer le sens de variation des suites suivantes, pour tout $n \in \mathbb{N}$:
a) u définie par $u(0) = 2$ et $u(n+1) = 4u(n)$.
b) v définie par $v(0) = 10$ et $v(n+1) = 0{,}75v(n)$.

58 Déterminer le sens de variation des suites suivantes, pour tout $n \in \mathbb{N}$:
a) (w_n) définie par $w_0 = 0{,}1$ et $w_{n+1} = \frac{4}{3}w_n$.
b) (r_n) définie par $r_0 = 7$ et $r_{n+1} = \frac{r_n}{2}$.

59 u est une suite géométrique telle que $u_3 = 5$ et $u_4 = \frac{20}{3}$.
Déterminer en justifiant le sens de variation de la suite u.

60 Parmi les suites ci-dessous, indiquer lesquelles sont décroissantes.
a) (u_n) est géométrique de raison 5 avec $u_0 = 4$.
b) (v_n) est géométrique de raison $\frac{4}{5}$ avec $v_1 = 10$.
c) $w_0 = 5$ et $w_{n+1} = \sqrt{5}\,w_n$ pour $n \geqslant 0$.
d) $t_1 = 99$ et $t_{n+1} = 0{,}97t_n$ pour $n \geqslant 1$.

61 u est une suite géométrique telle que $u(0) = \frac{6}{7}$ et $u(1) = \frac{7}{8}$.
1. Déterminer la raison de la suite u.
2. Déterminer le sens de variation de la suite u.

Exercices d'entraînement

Fonctions exponentielles

62 Soit f définie sur $\mathbb{R}+$ par $f(x) = 4 \times 2^x$.
1. Calculer $f(0)$ et $f(3)$.
2. Déterminer une valeur approchée de $f(1{,}5)$ à 10^{-2} près.

63 Soit f définie sur $\mathbb{R}+$ par $f(x) = 10 \times 0{,}2^x$.
1. Calculer $f(0)$ et $f(-1)$.
2. Déterminer une valeur approchée de $f(0{,}5)$ et de $f\left(\dfrac{1}{3}\right)$ à 10^{-3} près.

64 Chacune des fonctions suivantes a une expression de la forme $k \times a^x$. Pour chacune d'elles, indiquer les valeurs de k et de a puis donner son sens de variation.
a) $f(x) = 5 \times 0{,}5^x$ **b)** $g(x) = \dfrac{1}{2} \times 3^x$
c) $h(x) = 2 \times 1{,}05^x$ **d)** $k(x) = 6^x$
e) $m(x) = 4 \times 0{,}3^x$ **f)** $n(x) = 0{,}7^x$

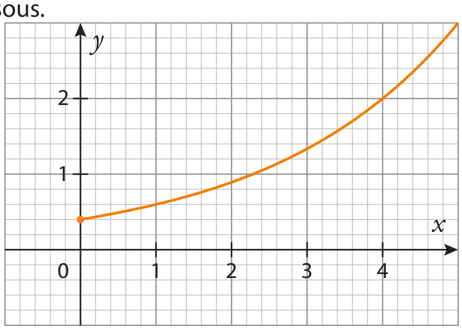
65 Donner le sens de variation des fonctions f, g, h et k définies sur $\mathbb{R}+$ par :
a) $f(x) = 4 \times 3^x$ **b)** $g(x) = 5 \times 0{,}4^x$
c) $h(x) = 2 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^x$ **d)** $k(x) = 4^x$

66 f est une fonction décroissante sur $\mathbb{R}+$.
Indiquer ses expressions possibles parmi les suivantes :
• 4×6^x • $2 \times 1{,}2^x$
• $6 \times 0{,}7^x$ • $\left(\dfrac{7}{8}\right)^x$

67 Tracer dans un repère l'allure des courbes des fonctions f, g, h et k définies sur $[0\ ;+\infty[$ dont voici les expressions :
a) $f(x) = 2 \times 0{,}9^x$ **b)** $g(x) = -4 \times 2^x$
c) $h(x) = -0{,}7^x$ **d)** $k(x) = 6 \times 1{,}1^x$

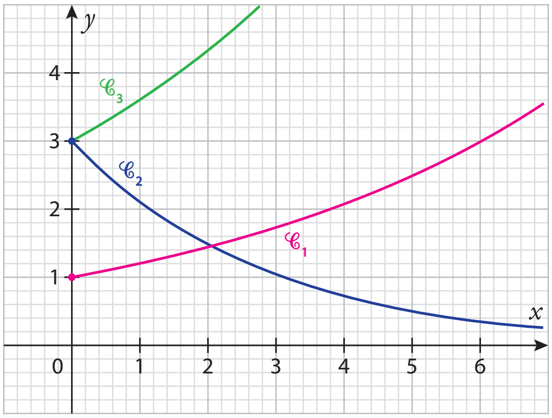
68 Dresser le tableau de variations et donner l'allure de la courbe représentative des fonctions suivantes.
a) f définie par $f(x) = 2 \times 0{,}7^x$ pour $x \geqslant 0$.
b) g définie par $g(x) = -0{,}4 \times 1{,}05^x$ pour $x \geqslant 0$.
c) h définie par $h(x) = 0{,}9^x$ pour $x \geqslant 0$.
d) k définie par $k(x) = -10 \times 2{,}7^x$ pour $x \geqslant 0$.

69 f est une fonction de la forme $x \mapsto k \times a^x$, définie sur $\mathbb{R}+$. Sa courbe représentative est donnée dans le repère ci-dessous.



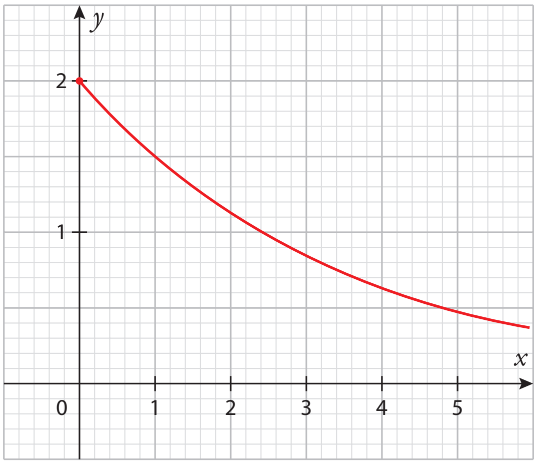
1. Déterminer graphiquement $f(0)$ et $f(1)$.
2. En déduire les valeurs de k et de a.

70 On considère les fonctions f, g et h dont les courbes sont tracées dans le repère ci-dessous.
Elles sont définies sur $\mathbb{R}+$ par :
• $f(x) = 3 \times 0{,}7^x$
• $g(x) = 3 \times 1{,}2^x$
• $h(x) = 1{,}2^x$



Associer chaque fonction à sa courbe représentative.

71 f est une fonction de la forme $x \mapsto k \times a^x$, dont on donne la représentation graphique dans le repère ci-dessous. Déterminer les valeurs de k et de a.



Propriétés algébriques

Méthode 3 p. 85

72 Simplifier les expressions suivantes.
a) $2^{1,7} \times 2^{4,3}$ **b)** $3^y \times 3^{-4}$
c) $\dfrac{5^{3x}}{5^x}$ **d)** $(0{,}7^4)^{1,5}$

73 Simplifier les expressions suivantes.
a) $2^4 \times 2^{1,5}$ **b)** $\dfrac{3^5}{3^{3,5}}$
c) $(0{,}6^{0,2})^{15}$ **d)** $0{,}8^x \times 5^x$
e) $\dfrac{4{,}5^{3,5}}{1{,}5^{3,5}}$ **f)** $z^2 \times z^{1,4}$

74 Écrire les nombres suivants sous la forme a^x, où a est un nombre entier.

a) $7^{3,1} \times 3^{3,1}$ **b)** $4 \times 2^{-2,3}$

c) $5 \times \dfrac{5^{2,1}}{5^{1,5}}$ **d)** $\dfrac{6^{4,6}}{2^{4,6}}$

e) $4^3 \times (4^{2,1})^2$ **f)** $\dfrac{13^{3,1} \times 13}{13^{4,2}}$

75 Soient f et g les fonctions définies sur $[0\ ;+\infty[$ par $f(x) = 0{,}8^x$ et $g(x) = 1{,}2^x$.
h est la fonction définie par $h(x) = f(x) \times g(x)$.
1. Déterminer l'expression de $h(x)$.
2. Déterminer le sens de variation de h.

Équation $x^n = c$

76 Résoudre les équations suivantes dans $[0\ ;+\infty[$:

a) $x^3 = 64$ **b)** $x^4 = 81$
c) $x^3 = 0{,}125$ **d)** $x^2 = 25$

77 Résoudre les équations suivantes dans $[0\ ;+\infty[$.
On donnera une valeur approchée au centième des solutions.
a) $2x^3 = 10$
b) $5x^4 - 100 = 0$

78 Résoudre les équations suivantes dans $[0\ ;+\infty[$.
On donnera une valeur approchée au millième des solutions.
1. $5x^4 - 1 = 0$
2. $3x^3 - 2 = 0$

79 u est une suite géométrique de raison q telle que $u_1 = 8$ et $u_4 = 12{,}167$.
1. Montrer que q est solution de l'équation $q^3 = 1{,}520\,875$.
2. Déterminer u_2, u_3 et u_0.

80 u est une suite géométrique croissante telle que $u(0) = 0{,}8$ et $u(4) = 4{,}05$. Déterminer sa raison.

81 Économie
On place une somme de 1 000 € sur un compte bancaire rapportant t % d'intérêts composés par an. Au bout de 5 ans, la somme présente sur ce compte est de 1 104,80 €.
Déterminer t.

Taux moyen

Méthode 4 p. 85

82 Déterminer les taux moyens associés au taux d'évolution global et au nombre de périodes données. On arrondira si besoin les résultats à 0,01 %.
a) Une hausse globale de 15 % sur cinq périodes.
b) Une baisse globale de 20 % sur quatre périodes.
c) Une hausse globale de 1,2 % sur deux périodes.
d) Une baisse globale de 70 % sur dix périodes.

83 Le montant des ventes d'un journal a augmenté de 21 % sur un an.
Déterminer le taux d'évolution semestriel moyen.

84 Esprit critique

L'indice des prix d'une céréale a augmenté de 36 % en un an.

Jocunda affirme que cela correspond à une hausse mensuelle de 3 %. Discuter de l'affirmation de Jocunda.

85 Une directrice de lycée a constaté qu'en dix ans, la fréquentation des cantines de sa ville avait doublé.
Déterminer le taux d'évolution annuel de la fréquentation de ses cantines.
On arrondira le résultat à 0,1 % près.

86 En 2023, le maire d'une ville de 10 000 habitants a constaté que la population a augmenté de 20 % en dix ans.
1. Déterminer le taux d'évolution annuel moyen de la population de la ville.
2. Déterminer une estimation de la population de la ville en 2024.

87 Entre 2015 et 2018, le record de hauteur du perchiste Armand Duplantis s'est amélioré chaque année, passant de 5,30 m à 6,05 m. Déterminer le taux d'évolution annuel moyen de son record.

Déterminer un seuil

88 Soit u la suite définie par $u(n) = 3^n$ pour $n \geqslant 0$.
1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite.
2. Déterminer la plus petite valeur de n telle que $u(n)$ dépasse 100.
3. Déterminer la plus petite valeur de n telle que $u(n)$ dépasse 1 000.

89 On considère la suite v telle que $v(n) = 10 \times 0{,}9^n$ pour $n \geqslant 0$.
1. Déterminer $v(0)$ et $v(4)$.
2. Déterminer la plus petite valeur de n telle que $v(n) < 5$.

90 On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour $n \geqslant 0$ par $u_n = 0{,}25 \times 2^n$ et $v_n = 10 \times 0{,}8^n$.
1. Calculer les cinq premiers termes de chaque suite.
On arrondira si besoin les résultats au centième.
2. Construire dans un même repère les nuages de points associés aux suites.
3. Déterminer la valeur du petit entier n tel que u_n dépasse v_n.

91 On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}+$ par $f(x) = 8 \times 0{,}5^x$ et $g(x) = 0{,}1 \times 1{,}5^x$.

1. Afficher les courbes de f et de g à la calculatrice.

2. Déterminer à partir de quelle valeur entière de x on a $f(x) < g(x)$.

92 Physique SVT

Soit la fonction N définie sur $[0\ ;+\infty[$ par $N(t) = 5 \times 0{,}917^t$ dont on admet que $N(t)$ donne le nombre de noyaux, exprimé en millions, d'iode 131 présents dans un échantillon à l'instant t exprimé en jours. Déterminer à partir de quand il y aura moins de 2,5 millions de noyaux d'iode 131 dans cet échantillon.

Modélisations

93 Le premier numéro d'une revue est publié le 1er janvier 2023. On compte à son lancement 1 000 abonnés. Sa rédactrice en chef estime qu'elle devrait compter 1 200 abonnés le 1er janvier 2024, et que la progression devrait suivre le même pourcentage d'évolution les années suivantes.

On souhaite modéliser l'évolution par une croissance exponentielle. Soit f la fonction qui donne le nombre d'abonnés à la revue, x années après 2023.

1. Donner la forme générale de l'expression $f(x)$.

2. Que vaut $f(0)$? En déduire la valeur de k.

3. Simplifier $\dfrac{f(1) - f(0)}{f(0)}$.

En déduire l'expression complète de la fonction f.

4. Déterminer à combien d'abonnés on peut s'attendre le 1er janvier 2025 et le 1er juillet 2025 selon cette modélisation.

94 **Modéliser une évolution**

Les dépenses annuelles de fonctionnement de deux services d'une entreprise, nommés ici A et B, ont été étudiées sur une assez longue période, ce qui a conduit à la modélisation suivante. Les dépenses du service A augmentent de 4 000 euros chaque année, tandis que celles du service B augmentent de 15 % chaque année.

En 2023, les deux services ont effectué des dépenses identiques : 20 000 euros.

On note a_n le total des dépenses du service A et b_n le total des dépenses du service B la n-ième année.

1. a) Déterminer le type de croissance de la suite (a_n).

b) Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n.

c) Donner le montant des dépenses du service A en 2027.

2. a) Déterminer le type de croissance de la suite (b_n).

b) Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n.

c) Donner le montant des dépenses du service B en 2027.

3. Déterminer en quelle année les dépenses du services B seront plus importantes que celles du service A.

→ Résolution de problèmes p. 86

95 **Histoire des sciences** Économie

Dans *Essai sur le principe de la population*, Thomas Robert Malthus écrit en 1798 :


Thomas Robert Malthus (1766-1834)

« Chaque période de vingt-cinq ans ajoute à la production annuelle [de ressources alimentaires] de la Grande-Bretagne une quantité égale à sa production actuelle. […] Comptons pour onze millions la population de la Grande-Bretagne et supposons que le produit actuel de son sol suffit pour la maintenir. Au bout de vingt-cinq ans, la population sera de vingt-deux millions ; et la nourriture ayant également doublé, elle suffira encore à l'entretenir. Après une seconde période de vingt-cinq ans, la population sera portée à quarante-quatre millions : mais les moyens de subsistance ne pourront plus nourrir que trente-trois millions d'habitants. Dans la période suivante, la population – arrivée à quatre-vingt-huit millions – ne trouvera des moyens de subsistance que pour la moitié de ce nombre. »

1. Quel type de croissance Malthus considère-t-il pour la population de la Grande-Bretagne ?

2. Modéliser la population de la Grande-Bretagne et la population pouvant être nourrie d'après ce modèle par deux suites u et v où u_n et v_n donnent ces populations (en millions) après n quarts de siècle.

3. Expliquer la problématique soulevée par Malthus et la discuter.

→ Résolution de problèmes p. 20

96 Sciences de la vie

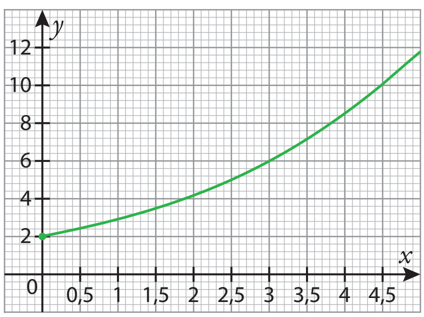
Le nombre de bactéries d'un échantillon de laboratoire augmente de 50 % chaque jour. On suppose que l'échantillon contient 2 000 bactéries le premier jour, et on note $u(n)$ le nombre de bactéries (en milliers) présentes au bout de n jours. Ainsi, $u(0) = 2$.

1. a) Donner la nature de la suite u.

b) Donner le terme général de la suite u.

c) En calculant les premiers termes de la suite, déterminer au bout de combien de jours la population de bactérie dépassera 10 000.

2. On a représenté dans le graphique ci-dessous la courbe de la fonction f définie sur $[0\ ;+\infty[$ par $f(x) = 2 \times 1{,}5^x$.



a. En utilisant la courbe représentative de la fonction f, retrouver le résultat de la question **1 c)**.

b. Déterminer le nombre de bactéries au bout de 12 h.

97 Un échantillon de noyaux radioactifs voit son nombre de noyaux diminuer en fonction du temps en raison de leur désintégration. La période de demi-vie de l'iode de 131 est d'environ 8 jours : la moitié des noyaux se sont désintégrés au bout de 8 jours.

Physique SVT

1. a) Quel type de croissance est caractéristique de l'évolution du nombre d'atomes d'iode 131 ?

b) Au bout de combien de temps le nombre de noyaux aura-t-il été divisé par 4 ?

c) Déterminer le taux d'évolution quotidien moyen du nombre d'atomes d'iode 131 dans un échantillon.

d) On veut modéliser par une fonction f le nombre de noyaux d'iode 131 dans échantillon qui en contient un nombre initial N_0 en fonction du temps. Déterminer l'expression $f(t)$ où t correspond au temps écoulé en jours.

2. L'iode 131 est administré à des patients pour des traitements de radiothérapie. Il est alors recommandé au patient de s'isoler jusqu'à ce que l'activité radioactive résiduelle redescende sous le seuil recommandé de 55 MBq.
L'activité résiduelle est proportionnelle au nombre de noyaux d'iode 131 présents. On mesure après administration de l'iode radioactive une activité résiduelle de 800 MBq. On modélise donc l'activité résiduelle (en MBq) par la fonction $g(t) = 800 \times 0{,}917^t$ où t correspond au nombre de jours écoulés depuis la prise du traitement.

a) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir si besoin les valeurs à l'unité).

t	0	5	10	15	20	25	30
$g(t)$							

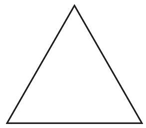
b) Construire la courbe associée dans un repère.

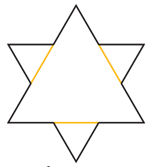
c) Déterminer au bout de combien de jours le patient n'a plus besoin de s'isoler.

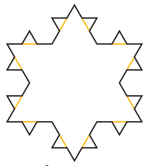
98 À partir d'un triangle équilatéral de côté 1, on construit un flocon en ajoutant à chaque segment une pointe, et en itérant le processus à chaque étape.

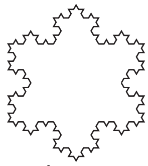
Dénombrement

On forme ainsi une figure appelée flocon de von Koch.
Les figures ci-dessous indiquent les premières étapes de construction du flocon.


Étape 0


Étape 1


Étape 2


Étape 3

1. a) Déterminer le nombre de segments lors des quatre premières étapes.

b) Déterminer l'expression du nombre de segments présents à l'étape n.

2. a) Déterminer la longueur de chaque segment de la figure lors des quatre premières étapes.

b) Déterminer l'expression de la longueur de chaque segment présent à l'étape n.

3. a) Déterminer le périmètre total de la figure à l'étape n.

b) Étudier la variation du périmètre.

c) Déterminer à quelle étape le périmètre aura triplé.

À chacun son rythme

99 Dans une ville, on compte 1 000 voitures électriques en circulation. On estime qu'à partir de 2023, le nombre de voitures électriques en circulation augmentera de 12 % par an. Au 1er janvier 2023, cette ville proposait 1 500 places de parking spécifiques avec borne de recharge. La commune prévoit de créer chaque année 130 places supplémentaires.

Énoncé A

1. Déterminer le nombre de voitures électriques en 2024 et en 2025.
2. Déterminer le nombre de places de parking en 2024 et en 2025.
3. Quel type de croissance suivent les voitures électriques ?
Et le nombre de places de parking ?

Énoncé B

On note $u(n)$ le nombre de voitures n années après 2023.
1. Déterminer la nature de la suite u.
2. Déterminer une expression de $u(n)$ en fonction de n.
3. Déterminer en quelle année le nombre de voitures doublera.
4. Déterminer le nombre de voitures en 2050.
Que dire de cette modélisation ?

Énoncé C

1. Déterminer en quelle année le nombre de places de parking sera insuffisant.
2. Déterminer quel devrait être le nombre de places créées chaque année pour qu'il y ait suffisamment de places disponibles en 2040.

Exercices de synthèse

100 Étude d'une suite

Soit u la suite géométrique de raison 0,9 et de terme initial $u(0) = 10$, avec $n \in \mathbb{N}$.

1. Déterminer $u(1)$ et $u(3)$.

2. Déterminer le terme général de la suite u.

3. Déterminer en justifiant le sens de variation de u.

4. Dans un repère, placer les quatre premiers termes de la suite.

5. Déterminer à partir de quelle valeur de n on a $u(n) < 5$.

101 Cours du blé

Économie

Le prix d'une tonne de blé est de 300 euros en 2021. Il passe à 350 euros un an plus tard. On note $f(x)$ le coût, en euros, d'une tonne de blé x années après 2021 pour $x \in [0\,;+\infty[$.
On suppose que f suit une croissance exponentielle, avec une expression de la forme $f(x) = k \times a^x$.

1. Déterminer $f(0)$ et en déduire k.

2. Déterminer $f(1)$ et en déduire a.

3. Selon ce modèle, déterminer le coût de la tonne de blé à la mi-2024.

102 Pour une raison inconnue

On considère une suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 5$, de raison q positive et telle que $u_{10} = 295\,245$.

1. Déterminer q.

2. En déduire u_{11} et u_9.

103 Désintoxication

Sciences de la vie

À la suite d'une intoxication alimentaire, on étudie l'élimination d'une toxine chez un cheval au cours du temps. À l'instant initial, la concentration est de 30 µg/L. On sait que la concentration de la toxine dans le sang baisse de 4,5 % chaque jour. On note $f(t)$ la concentration de la toxine en µg/L au bout de t jours.

1. Expliquer pourquoi on peut utiliser un modèle de décroissance exponentielle pour décrire l'évolution de la concentration.

2. Déterminer les valeurs de k et de a telles que $f(t) = k \times a^t$ pour $t \geqslant 0$.

3. Déterminer la concentration présente au bout de 12 h.

4. Déterminer le sens de variation de la fonction f.

5. Afficher la courbe représentative de la fonction f à l'aide de la calculatrice et déterminer au bout de combien de jours la concentration aura diminué de moitié.

6. On considère que la toxine ne représente plus un danger pour le cheval lorsque la concentration tombe en dessous de 15 % de la concentration initiale. Déterminer au bout de combien de temps le cheval sera hors de danger.

104 Épargnes

Économie

1. Simon dépose sur son livret d'épargne 20 000 euros au taux composé annuel de 5 % le 1er janvier 2023. Les intérêts sont calculés par rapport à la somme disponible en début d'année. On note $u(n)$ le montant disponible sur son livret d'épargne n années après.

a) Calculer $u(1)$ et $u(2)$.

b) Exprimer $u(n+1)$ en fonction de $u(n)$. En déduire la nature de la suite u.

c) Déterminer le terme général de la suite u.

d) Combien d'années Simon devra-t-il laisser son argent en banque s'il veut doubler son dépôt initial ?

2. Son banquier lui propose une autre formule : son épargne lui rapporterait chaque année 6 % de la somme initiale.
On note $v(n)$ le montant disponible sur son livret d'épargne n années après.

a) Déterminer la somme disponible au bout de deux ans.

b) Déterminer la nature de la suite v. Préciser le premier terme et la raison.

c) En déduire une expression de $v(n)$ en fonction de n.

3. Quelle formule peut-on conseiller à Simon ?
Discuter selon la durée du placement.

105 Réduction de déchets

Développement durable

En 2017, la production annuelle de déchets par habitant en France était estimée à 4,9 tonnes.
La maire d'une ville souhaite ramener cette production à 3,9 tonnes en 2028 en favorisant le recyclage.

1. a) Déterminer le taux d'évolution global entre ces deux dates si la prévision de la maire se réalise.

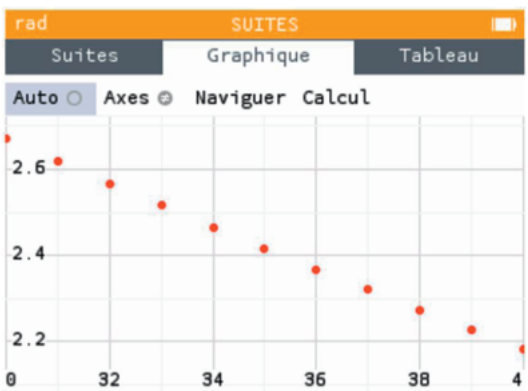
b) Déterminer le taux moyen t annuel de la quantité de déchets.

2. On suppose que la quantité de déchets diminue de t chaque année.
On note u_n la quantité de déchets produits par habitant dans la ville, en tonnes, n années après 2017.

a) Déterminer la nature de la suite u. Préciser son premier terme et sa raison.

b) Déterminer une expression de $u(n)$ en fonction de n.

c) On donne ci-dessous une capture d'écran du nuage représentant la suite pour n entre 30 et 40. Déterminer à quelle année la production de déchets aura diminué de moitié.



106 Datation au carbone 14 Physique SVT

Le carbone présente deux isotopes, 12 et 14. Le second est faiblement radioactif et se désintègre en azote au fil du temps. À leur mort, les organismes n'assimilent plus de carbone : la quantité de carbone 12 reste alors constante quand celle de carbone 14 diminue. La datation au carbone 14 évalue la proportion entre les deux isotopes de carbone pour estimer le moment où l'organisme a cessé d'intégrer du carbone 14 (^{14}C). La demi-vie du ^{14}C est de 5 730 ans : la quantité de ^{14}C présente dans un échantillon est divisée par 2 au bout de 5 730 ans.
On souhaite étudier l'évolution au cours du temps de la quantité de ^{14}C dans un échantillon provenant d'un organisme qui, au moment de sa mort, contenait 10 µg de ^{14}C. Pour cela, on note $f(t)$ la quantité, en µg, de ^{14}C présente au bout de t années.
1. Donner la valeur de $f(0)$ et de $f(5\,730)$.
2. On modélise l'évolution de la quantité de carbone 14 par une fonction f de la forme $f(x) = k \times a^x$.
Déterminer la valeur de k puis la valeur de a arrondie à 10^{-6}.
3. Selon ce modèle, quelle serait la quantité de carbone 14 présente au bout de 10 000 ans ?
4. On mesure que la proportion de ^{14}C dans un ossement correspond à 13 % de celle présente lors de la mort de l'organisme. Dater l'ossement.

107 Interpolation

La ville de Montargis est passé de 14 616 habitants en 2011 à 14 976 en 2019. (*Source* : INSEE)
1. Estimer la population en 2015 selon les hypothèses suivantes.
a) La croissance de la population suit un modèle linéaire.
b) La croissance de la population suit un modèle exponentiel.
2. Estimer selon chacun des modèles en quelle année la population dépasserait 16 000 habitants.

108 Suite auxiliaire

Soit u la suite définie par $u(n+1) = 4u(n) + 9$ pour $n \geqslant 0$ et $u(0) = 1$.
1. Calculer $u(1)$ et $u(2)$.
2. Montrer que la suite u n'est ni arithmétique ni géométrique.
3. Soit v la suite définie par $v(n) = u(n) + 3$.
a) Calculer $v(0)$.
b) Montrer que v est géométrique de raison 4.
c) En déduire une expression de $v(n)$ en fonction de n.
d) Déduire de la question précédente une expression de $u(n)$ en fonction de n.

109 Taux de reproduction d'un virus SVT

On s'intéresse à l'évolution d'une épidémie de rhume causée par un virus au sein d'une population. On note R_0 le taux de reproduction d'une maladie. Cela correspond au nombre de personnes qu'une personne malade va contaminer.
On suppose que la maladie est bénigne et que chaque personne guérit spontanément au bout d'une semaine.
On estime à 60 000 le nombre de personnes malades actuellement. On note (u_n) le nombre de personnes (en milliers) contaminées au bout de n semaines.
Ainsi, $u_0 = 60$.

Partie A ▶ Une première modélisation

On suppose ici que $R_0 = 1{,}4$.
1. Justifier que $u_1 = 84$ puis calculer u_2 et u_3.
2. Déterminer une expression de u_{n+1} en fonction de u_n.
3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
4. Quelle limite présente cette modélisation ?

Partie B ▶ Cas général

1. Déterminer une expression de u_{n+1} en fonction de u_n et de R_0.
2. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) en discutant selon les valeurs de R_0.

110 Propagation d'une rumeur Sciences sociales

Une enquête de l'Institut National des Hautes Études de la Sécurité et de la Justice s'intéresse à la diffusion des informations à travers les réseaux sociaux. L'institut cite une étude du chercheur D. Watts, qui a relevé que :
- 93 % du temps, une information est diffusée par un utilisateur, mais elle n'est jamais relayée.
- 6,8 % du temps, une information est relayée à une ou deux personnes qui vont la relayer au maximum une seule fois.
- 0,2 % du temps, l'information est cascadée de manière exponentielle.

Interpréter dans chacun des cas ce qui se passe si une personne diffuse une rumeur sur un réseau social. On pourra discuter des limites de ces modélisations.

Exercices d'approfondissement

111 Télétravail

En mai 2022, une entreprise de 5 000 salariés a fait le choix de développer le télétravail. Au départ, en mai 2022, 200 d'entre eux ont choisi le télétravail. Chaque mois, depuis la mise en place de cette mesure, la PDG constate que 85 % de ceux qui avaient choisi le télétravail le mois précédent choisissent de continuer, et que, chaque mois, 450 salariés supplémentaires choisissent le télétravail.

On note u_n le nombre de collaborateurs de cette entreprise en télétravail n mois après mai 2022.

Ainsi, $u_0 = 200$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Donner l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n pour $n \geqslant 0$.

3. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 3\,000$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique et que sa raison est 0,85.

b) Donner l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n.

c) Déterminer au bout de combien de temps la moitié des salariés sera en télétravail.

112 Suite particulière

Soit (u_n) définie par $u_n = \dfrac{2^n}{4^{n+1}}$ pour $n \geqslant 0$.

1. Déterminer une expression de u_{n+1} en fonction de n.

2. Montrer que u est géométrique.

Préciser le terme initial et la raison.

113 Absorbance

SVT

On cherche à estimer la présence de microbes en observant l'absorbance d'une préparation. Les données conduisent à modéliser l'absorbance au bout de t minutes par $f(t) = 1{,}2 \times 1{,}05^t$.

1. Calculer l'absorbance à l'instant 0 puis au bout de 2 et de 4 minutes.

2. Pourquoi peut-on penser que l'absorbance suit bien une croissance exponentielle ?

3. Exprimer $\dfrac{f(t+h)}{f(t)}$ en fonction de h.

Que peut-on en déduire ?

Vers les Maths complémentaires

114 Avec une suite auxiliaire

Soit u définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 3u_n + 2$.

1. Démontrer que la suite u n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2. Soit v la suite définie pour tout entier n par $v_n = u_n + 1$.

a) Démontrer que la suite v est géométrique.

b) En déduire v_n puis u_n en fonction de n.

c) Déterminer pour quelle valeur de n u_n dépasse 100.

115 Seuil et Python

Python

On considère les suites u et v définies par :

- $u_{n+1} = 2u_n - 3$ pour $n \geqslant 0$ et $u_0 = 4$.
- $v_n = \dfrac{4}{2n+1}$ pour $n \geqslant 0$.

On considère la fonction en langage **Python** suivante.

```
def u(n):
    u=4
    for i in range(n):
        u=2*u-3
    return(u)
```

1. Que renvoie `u(3)` ?

2. Écrire une fonction en langage Python qui permet de renvoyer le terme de rang n de la suite v.

3. Écrire une fonction en langage Python qui permet de déterminer la plus petite valeur de n telle que u_n dépasse 1 000.

116 Variations

Soit (u_n) la suite géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = -1$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n).

3. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = -u_n$.

Justifier que (v_n) est géométrique puis démontrer la conjecture réalisée à la question précédente.

117 Une formule pour une somme

Soit n un entier naturel et q un réel avec $q \neq 1$.

1. Développer l'expression $(1-q)(1+q+q^2+\ldots+q^n)$.

2. En déduire que $1+q+q^2+\ldots+q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

3. Soit u une suite géométrique, de terme initial u_0 et de raison $q \neq 1$.

a) Rappeler le terme général de la suite u.

b) En déduire une expression de $u_0 + u_1 + \ldots + u_n$ en fonction de q, n et u_0.

118 Et maintenant des sommes

En utilisant la formule de la question **2** de l'exercice **117**, déterminer la valeur de :

a) $1+2+2^2+\ldots+2^8$

b) $1+3+9+\ldots+243$

c) $1+\dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+\ldots+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{10}$

d) $1+4+16+\ldots+4^n$

e) $2+6+18+\ldots+2\times 3^n$

Préparer le contrôle Je révise

Objectif

1 Utiliser les suites géométriques

Calculer les premiers termes d'une suite géométrique

Une suite u est une **suite géométrique** s'il existe un nombre réel $\boldsymbol{q}$ tel que $\boldsymbol{u(n+1) = q \times u(n)}$ pour tout entier naturel n.

Déterminer le terme général d'une suite géométrique

Soient $n \in \mathbb{N}$ (ou $n \in \mathbb{N}^*$) et $q \in \mathbb{R}$.
Le **terme de rang n** (ou terme général) de la suite géométrique u de raison q est donné par :

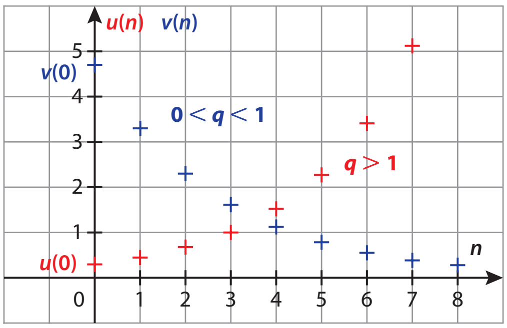
- $\boldsymbol{u(n) = u(0) \times q^n}$
- $\boldsymbol{u(n) = u(1) \times q^{n-1}}$

Déterminer les variations d'une suite géométrique

Soit u une suite géométrique de raison q et de **terme initial positif**.

Alors :

- si $\boldsymbol{0 < q < 1}$, alors u est **décroissante**.
- si $\boldsymbol{q > 1}$, alors u est **croissante**.



Objectif

2 Utiliser les fonctions exponentielles

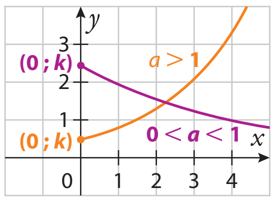
Calculer avec les fonctions exponentielles

- $a^0 = 1$
- $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- $(a^x)^y = a^{x \times y}$
- $\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$
- $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $a^x \times b^x = (ab)^x$

Déterminer le sens de variation d'une fonction exponentielle

Soient $k > 0$ et $a > 0$. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}+$ par $f(x) = k \times a^x$. Alors :

- si $\boldsymbol{a > 1}$, alors la fonction f est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}+$.
- si $\boldsymbol{0 < a < 1}$, alors la fonction f est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R}+$.



Objectif

3 Modéliser

On peut modéliser des phénomènes de croissance exponentielle, soit de **manière discrète** avec des **suites géométriques**, soit de **façon continue** avec des **fonctions exponentielles** de la forme $x \mapsto \boldsymbol{k \times a^x}$.

Objectif

4 Déterminer un taux moyen

Résoudre une équation de la forme $x^n = c$

Soit $c \geqslant 0$. L'équation $\boldsymbol{x^n = c}$ admet une unique solution réelle positive. Cette solution est $x = \boldsymbol{c^{\frac{1}{n}}}$.

Déterminer un taux d'évolution moyen

- On suppose qu'au cours de n périodes, le taux d'évolution d'une quantité est t_{global}.
Alors le taux d'évolution moyen par période est
$$\boldsymbol{t_{\text{moyen}} = \left(1 + t_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1.}$$
- Si au cours de n périodes, le coefficient multiplicateur global est c_{global}, alors le taux d'évolution moyen par période est
$$\boldsymbol{t_{\text{moyen}} = \left(c_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1.}$$

Préparer le contrôle Je me teste

QCM INTERACTIF
Tester ses connaissances
www.lienmini.fr/7822-18

QCM Choisir la (les) bonne(s) réponse(s).

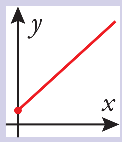
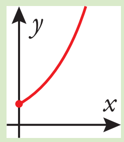
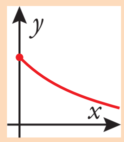
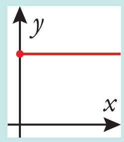
Objectif 1 Utiliser les suites géométriques

Soit u la suite géométrique de raison 1,5 et de terme initial $u_0 = 0{,}8$.

	A	B	C	D
119 u_2 est égal à :	2,4	3,8	2,3	1,8
120 u est :	croissante	décroissante	constante	non monotone
121 u_n est égal à :	$1{,}5 \times 0{,}8^n$	$1{,}5 \times 0{,}8^{n-1}$	$0{,}8 \times 1{,}5^n$	$0{,}8 \times 1{,}5^{n-1}$
122 u_n dépasse 100 à partir de n égal à :	6	11	12	67

Objectif 2 Utiliser les fonctions exponentielles

Soient f et g les fonctions définies sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = 3 \times 4^x$ et $g(x) = 0{,}5^x$.

	A	B	C	D
123 $f(1{,}5)$ est égal à :	12,5	18	24	30
124 g est :	croissante	décroissante	constante	non monotone
125 Une courbe représentative possible pour la fonction f est :				
126 $f(x) \times g(x)$ est égal à :	$3 \times 4{,}5^x$	6^x	3×2^x	$6x$

Objectif 3 Modéliser

Un réservoir contenant du dioxygène est ouvert ; on suppose que la concentration du dioxygène diminue de 10 % chaque seconde. On note u_n la concentration présente au bout de n secondes.

	A	B	C	D
127 Le type de croissance de la concentration en dioxygène est :	linéaire	exponentielle	nulle	négative
128 u_n est égal à :	$0{,}9n$	$0{,}1n$	$0{,}9^n$	$0{,}1^n$
129 La concentration aura diminué de moitié au bout de :	1 seconde	7 secondes	8 secondes	12 secondes

Objectif 4 Déterminer un taux moyen

	A	B	C	D
130 Une valeur approchée au dixième de la solution positive de l'équation $x^3 = 10$ est :	2,1	2,2	3,2	3,3
131 Un prix augmente de 69 % en deux ans. Le taux d'évolution annuel moyen est de :	25 %	30 %	34,5 %	138 %
132 La fréquentation d'un cinéma baisse de 40 % en un an. Le taux d'évolution trimestriel moyen, arrondi à 1 % près, est de :	−8 %	−12 %	8 %	9 %
133 Une population de bactéries double tous les jours. Le taux d'évolution horaire moyen, arrondi à 0,1 % près, est de :	8,3 %	4,2 %	2 %	2,9 %

Corrigés p. 141

Parcours différenciés

	Objectif 1	Objectif 2	Objectif 3	Objectif 4
Parcours A	3 134	5 137	1 140	7 143
Parcours B	52 135	73 138	47 141	83 144
Parcours C	52 136	64 139	47 142	83 145

Exercices

Objectif 1 Utiliser les suites géométriques

134 Soit u une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et avec $u(0) = 50$. Déterminer $u(1)$, $u(2)$ et $u(4)$.

135 **1.** Déterminer le sens de variation de la suite w définie par $w(0) = 1$ et $w(n+1) = \frac{5}{2}w(n)$ pour $n \geqslant 0$.
2. Exprimer $w(n)$ en fonction de n.
3. Déterminer la plus petite valeur de n telle que $w(n)$ dépasse 200.

136 u est une suite géométrique de raison positive telle que $u_1 = 4$ et $u_3 = 36$.
1. Déterminer la raison de la suite u.
2. Déterminer une expression du terme général de u.

Objectif 2 Utiliser les fonctions exponentielles

137 Simplifier les expressions suivantes :

a) $3^{5,7} \times 3^{1,5}$ **b)** $\frac{5^{2,6}}{5^{3,1}}$ **c)** $5^{2,5} \times 7^{2,5}$

138 Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = 5 \times 0{,}8^x$.
1. Déterminer une valeur approchée de $f\left(\frac{1}{4}\right)$ au centième.
2. Déterminer les variations de la fonction f.
3. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

139 Soient f et g les fonctions définies sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = 0{,}2 \times 8^x$ et $g(x) = 10 \times 0{,}9^x$.
1. Déterminer une valeur exacte de $f\left(\frac{1}{3}\right)$ sans calculatrice.
2. Déterminer le sens de variation de ces fonctions.
3. Résoudre graphiquement $f(x) > g(x)$ à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel.
4. Soit h la fonction définie par $h = f \times g$.
Donner une expression simplifiée de $h(x)$.

Objectif 3 Modéliser

140 On modélise l'évolution de la concentration d'un médicament dans le sang par $f(t) = 5 \times 0{,}7^t$ où $f(t)$ représente la concentration en µg/L et t le temps en jours. Déterminer la concentration présente dans le sang au bout :
a) d'un jour. **b)** de 12 h.

141 Une association sportive compte 50 adhérents en 2023. Son président compte sur une augmentation annuelle de 15 % du nombre d'adhérents.
1. Modéliser la situation à l'aide d'une suite.
2. Déterminer en quelle année le nombre d'adhérents aura doublé.

142 Un menuisier constate que le prix du bois a augmenté de 5 % l'an dernier pour atteindre 100 euros pour une stère. Il suppose que l'augmentation va se poursuivre au même rythme. Il modélise l'évolution du prix du bois par une fonction exponentielle de la forme $f(t) = k \times a^t$ où t représente le temps écoulé (en années).
1. Déterminer les valeurs de k et de a.
2. Selon ce modèle, déterminer le prix au bout :
a) de six mois **b)** d'un mois.

Objectif 4 Déterminer un taux moyen

143 Résoudre les équations suivantes sur $[0\,;+\infty[$, en donnant une valeur approchée au millième.
a) $x^3 = 6$ **b)** $x^5 = 0{,}4$

144 La population d'éléphants a augmenté de 10 % en deux décennies. Déterminer le taux d'évolution annuel moyen du nombre d'éléphants.

145 Un théâtre a vu ses ventes de tickets chuter de 30 %. Il établit un plan sur cinq ans pour retrouver le même niveau de fréquentation. Déterminer le taux d'évolution annuel moyen que doit suivre le nombre de ventes pour atteindre son objectif.

Corrigés p. 141

5

Variation instantanée

Les maths au quotidien

En France, plusieurs types de **radars** permettent de surveiller la **vitesse** des automobilistes et de repérer des infractions de vitesse au code de la route.

Quelle différence y a-t-il entre un radar tronçon et un radar de vitesse ?

↪ Exercice 57 p. 112

Comment fonctionne un radar tronçon ?
www.lienmini.fr/7822-19

Pour prendre un bon départ

EXERCICES Sésamath
Réviser ses acquis
www.lienmini.fr/7822-s8

1 Tracés Vu en 2de

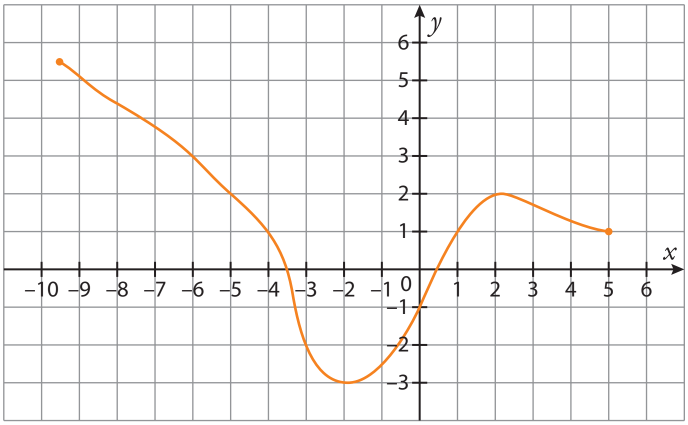
On considère les droites d_1, d_2 et d_3 d'équations réduites respectives :

$y = 2x - 3$, $y = -3x + 4$ et $y = \frac{2}{3}x - 2$.

Tracer ces droites dans un repère orthonormé.

2 Image et antécédent Vu en 2de

On considère la représentation graphique de la fonction f définie sur $]-9,5\ ;\ 5]$.



Estimer graphiquement :

a) les images de –3 ; –10 et –4.

b) les éventuels antécédents de –3 ; 2 et 6.

3 Lecture graphique Vu en 2de

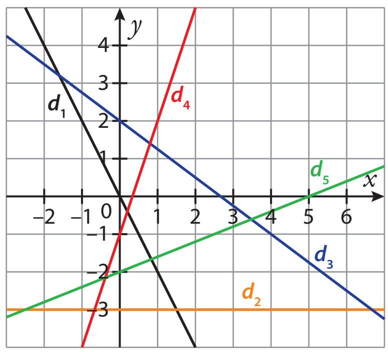
On considère cinq droites représentées dans le repère ci-contre.

Pour chacune des cinq droites, par lecture graphique :

a) donner son coefficient directeur.

b) donner son ordonnée à l'origine.

c) en déduire son équation réduite.



4 Coefficient directeur par le calcul Vu en 2de

Calculer les coefficients directeurs des droites (AB), (CD), (EF) et (GH) :

a) A(1 ; 2) et B(–2 ; –1).

b) C(0 ; 2) et D(2 ; –1).

c) E(–1 ; 3) et F(–3 ; 1).

d) G(2 ; –3) et H(4 ; –3).

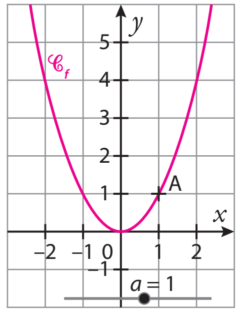
5 Équation réduite Vu en 2de

Déterminer par le calcul les équations réduites des quatre droites précédentes.

Géométrie dynamique — 15 min

1 Sécante ou tangente

A ▸ Sécante



1. À l'aide de GeoGebra, tracer la courbe représentative de la fonction f définie par : $f(x) = x^2$.

a) Créer un curseur a.

b) Placer le point A d'abscisse a sur cette courbe. On prendra la valeur $a = 1$.

c) Zoomer sur le point A. Quelle semble être la forme de la courbe autour de A ?

2. Créer un curseur b et le placer sur la valeur 4.

a) Placer le point B d'abscisse b sur la courbe.

b) Tracer la droite (AB).

Cette droite est appelée **sécante** à la courbe.

c) Calculer le coefficient directeur de la droite (AB).

d) Vérifier votre réponse à l'aide de GeoGebra.

e) Faire varier le curseur b en rapprochant sa valeur de celle de a.
Que remarque-t-on ?

Coup de pouce
On pourra zoomer si besoin.

B ▸ Tangente

1. À l'aide de l'outil tangente de GeoGebra, tracer la tangente à la courbe au point A.

2. Comparer cette droite avec la dernière sécante obtenue dans la partie A.

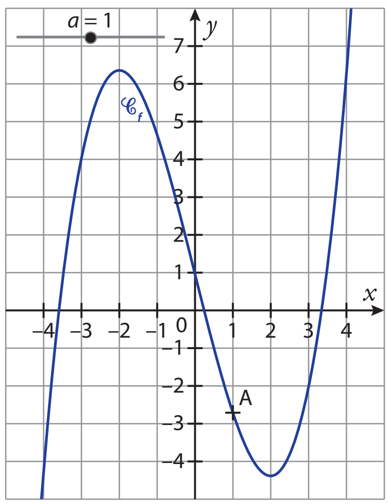
3. Recommencer avec une autre valeur de a.

4. Pour aller plus loin Recommencer avec une autre fonction pour vérifier qu'on observe le même résultat.

↪ Cours 1 p. 104

Géométrie dynamique — 15 min

2 Courbe et tangentes



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$.

1. Tracer sa courbe représentative à l'aide de GeoGebra.

2. Créer un curseur a de -5 à 5 avec un incrément de 1.

3. Placer le point A de la courbe d'abscisse a et tracer la tangente à la courbe en A.

4. Lire dans la fenêtre d'algèbre les coefficients directeurs des tangentes quand a varie et recopier et remplir le tableau suivant.

Abscisse de A	–4	–3	–1	0	1	3	4
Coefficient directeur de la tangente en A							

5. Trouver les abscisses possibles de deux points tels que le coefficient directeur de leurs tangentes soit égal à zéro.

6. Pour aller plus loin Essayer à l'aide du tableau de trouver la relation entre la valeur de a et le coefficient directeur de la tangente correspondante à la courbe.

↪ Cours 1 p. 104

Physique 15 min

3 Vitesse moyenne et vitesse instantanée

Une voiture se déplace sur une route horizontale et on observe pendant une durée de 10 secondes, à partir de $t = 4$ s, la distance parcourue depuis le départ, en mètres, sur cette route. Cette distance est donnée par la fonction, notée x en physique, définie en fonction du temps t, en secondes, par : $x(t) = \frac{1}{4}t^3 - 2t^2 + 5t + 3$.

1. Quelle est la position de la voiture au bout de 5 secondes ? Au bout de 6 secondes ?

2. En déduire la vitesse moyenne de la voiture entre 5 s et 6 s.

3. Recopier et compléter le tableau ci-contre qui calcule la vitesse moyenne entre l'instant t et l'instant 5 s.

t	5,1	5,01	5,001	5,000 1
$\frac{x(t) - x(5)}{t - 5}$				

4. De même, recopier et compléter le tableau ci-contre qui calcule la vitesse moyenne entre l'instant t et l'instant 6 s.

t	6,1	6,01	6,001	6,000 1
$\frac{x(t) - x(6)}{t - 6}$				

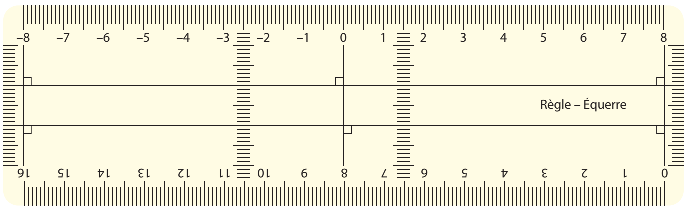
5. La vitesse instantanée correspond à la vitesse moyenne sur un temps très court. À l'aide des deux tableaux précédents, en déduire les vitesses instantanées pour $t = 5$ s et pour $t = 6$ s de cette voiture.

↪ Cours 2 p. 104

Économie 15 min

4 Coût marginal et coût moyen

Une entreprise lyonnaise fabrique des « règles-équerres » appelées réquerres. Le coût de fabrication, en euros, est modélisé par la fonction C définie par :
$C(q) = 0{,}1q^3 - 1{,}5q^2 + q + 50$
où q représente la quantité de réquerres fabriquées en dizaines.



1. Quel est le coût de fabrication de 20 réquerres ? de 30 ?

2. En déduire la diminution du coût résultant de la fabrication d'une dizaine de réquerres supplémentaires.

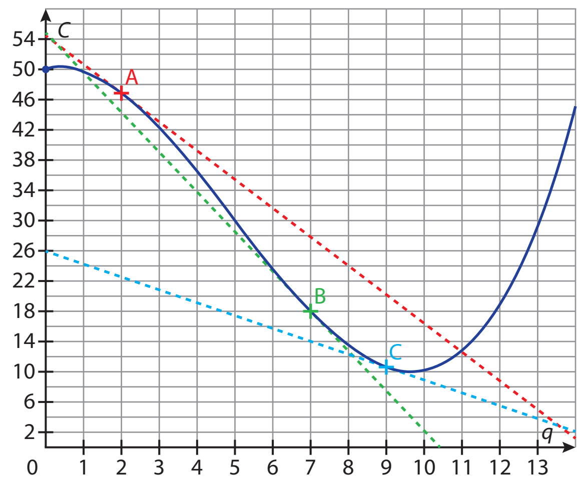
3. Reprendre les deux questions précédentes pour 80 et 90.

4. Cette diminution est-elle constante ?

5. Recopier et remplir le tableau ci-dessous, donnant le coût marginal C_m représentant la variation du coût total induite par la production d'une unité supplémentaire et défini par :

$$C_m(q) = \frac{C(q+1) - C(q)}{(q+1) - q} = C(q+1) - C(q).$$

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$C_m(q)$										

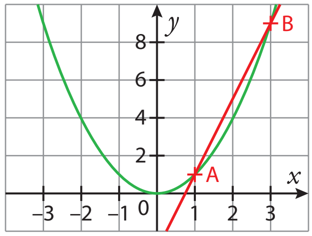


6. On donne ci-dessus la représentation graphique de la fonction C et on a tracé les tangentes aux points d'abscisses 2, 7 et 9. Lire des valeurs approchées des coefficients directeurs de ces tangentes et comparer avec le tableau précédent.

↪ Cours 2 p. 104

1 Tangente à une courbe

Dans toute cette page, *f* est une fonction définie sur un intervalle I, *a* et *b* sont deux réels de I, et A et B les points de la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de *f* d'abscisses respectives *a* et *b*.



Définition **Sécante**

On appelle sécante à la courbe $\mathscr{C}_f$ toute droite passant par deux points A et B distincts de la courbe.

Exemple

Dans tous les exemples suivants on considère la fonction carré.

La droite passant par les points A(1 ; 1) et B(3 ; 9) est une sécante à la courbe.

Propriété **Taux d'accroissement et sécante**

Le coefficient directeur de la sécante (AB) est le taux d'accroissement de *f* entre *a* et *b*.

Il est défini par le quotient : $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

Exemple

Le taux d'accroissement entre 1 et 3 vaut : $\dfrac{f(3)-f(1)}{3-1}=\dfrac{9-1}{3-1}=\dfrac{8}{2}=4$.

Le coefficient directeur de la sécante (AB) est 4.

Définition **Tangente**

Quand B se rapproche de A, la sécante (AB) semble se rapprocher d'une position limite.

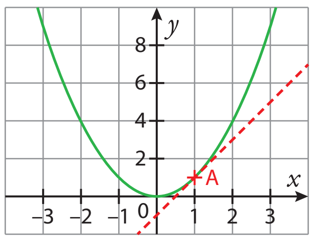
Cette droite limite s'appelle la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.

Propriété **Unicité**

Quand elle existe, cette tangente est unique et vient frôler la courbe $\mathscr{C}_f$ autour du point A.

Exemple

Quand le point B se rapproche du point A alors la droite en pointillés passant par le point A frôle la courbe en ce point, c'est la tangente à la courbe au point A.



Définition **Nombre dérivé et tangente**

Si la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente non verticale au point d'abscisse *a* alors le coefficient directeur de cette tangente est appelé nombre dérivé de *f* en *a*, et on le note *f*′(*a*).

Comment lit-on ?

f*′(*a*)** se lit : « ***f* prime de *a ».

2 Modélisation

Propriété **Modélisation**

Soit *f* une fonction modélisant une évolution. Alors :

- **le taux d'accroissement correspond à la vitesse moyenne, en valeur absolue, de cette évolution entre *a* et *b* ;**
- ***f*′(*a*) correspond à la vitesse instantanée, en valeur absolue, de cette évolution quand $x = a$.**

Remarque Le nombre dérivé peut avoir d'autres interprétations concrètes comme le coût marginal en économie.

Exemple ↪ Méthode 2 p. 105

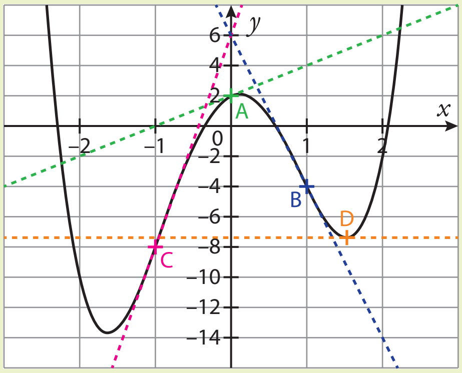
Exercices résolus

VIDÉO ALL MATHS PARNAK
Comprendre une méthode
www.lienmini.fr/7822-21

Méthode 1 Lire graphiquement un nombre dérivé

Énoncé

On considère la fonction f et sa représentation graphique ci-contre.
On a représenté les points A, B, C et D de la courbe d'abscisses respectives 0, 1, –1 et $\frac{3}{2}$, ainsi que leurs tangentes respectives.
Lire graphiquement le nombre dérivé de la fonction f en –1.



Solution

La droite en rose est la tangente à la courbe en C. **1**

Son coefficient directeur est 14. **2**

On en déduit donc que le nombre dérivé en –1 vaut 14, c'est-à-dire que : $f'(-1) = 14$. **3**

Conseils & Méthodes

1 Repérer la droite tangente à la courbe au point d'abscisse souhaité.
2 Lire le coefficient directeur de cette droite en faisant attention aux unités sur les axes.
3 Donner le nombre dérivé.

À vous de jouer !

1 À l'aide du graphique de la **méthode 1**, donner le nombre dérivé de f en 0.

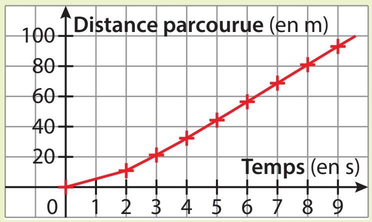
2 À l'aide du graphique de la **méthode 1**, donner les nombres dérivés de f en 1 et en $\frac{3}{2}$.

↪ Exercices 39 à 47 p. 109

Méthode 2 Modéliser une évolution

Énoncé

Sur le graphique ci-contre, on observe la distance d parcourue en mètres par un coureur en fonction du temps en secondes.
1. **Donner la vitesse moyenne entre 1 s et 3 s.**
2. **Estimer graphiquement la vitesse instantanée à $t = 5$ s.**



Solution

1. La vitesse moyenne vaut : $\frac{d(3) - d(1)}{3 - 1} \approx 7{,}5$ m/s. **1**

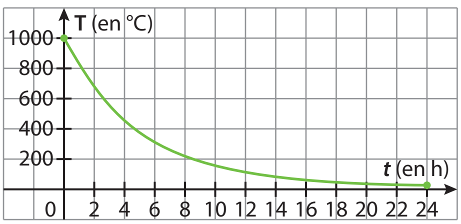
2. La vitesse instantanée est d'environ 12 m/s. **2**

Conseils & Méthodes

1 On calcule la vitesse moyenne à l'aide du taux d'accroissement.
2 Le coefficient directeur de la tangente est le nombre dérivé.

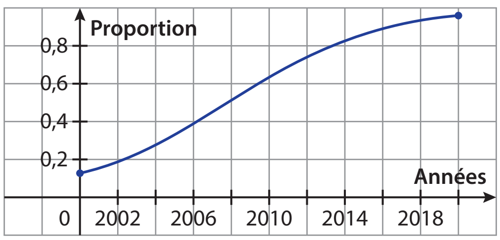
À vous de jouer !

3 La température d'un four, en degrés Celsius, à l'instant t, en heures, est donnée par la fonction représentée ci-dessous.



1. Estimer graphiquement la vitesse instantanée à $t = 6$ h.
2. Donner une estimation de la température moyenne sur les 14 premières heures.

4 La courbe ci-dessous représente la proportion de ménages possédant une connexion fixe entre 2000 et 2020.



1. Estimer graphiquement la vitesse instantanée en 2008.
2. Comparer la vitesse de croissance avant 2014 et après 2014.

↪ Exercices 51 à 55 p. 110

Exercices résolution de problèmes

J'apprends à vérifier un résultat

Réflexe 1
Vérifier que la solution n'est pas aberrante.

Réflexe 2
Vérifier que la solution est cohérente avec le problème posé.

Réflexe 3
Si cela est possible, faire une vérification numérique.

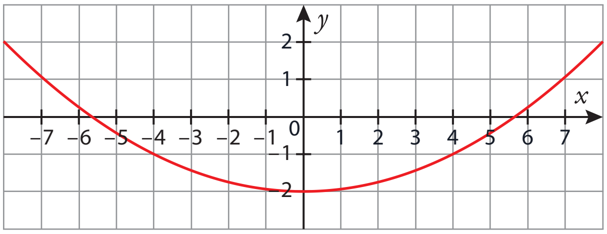
▶ Énoncé

On considère la courbe de la fonction f ci-contre.

Déterminer la valeur de $f'(4)$ parmi les propositions suivantes.

a) 0 **b)** 1

c) -2 **d)** $\frac{1}{2}$



▶ Solution

Étape 1 $f'(4)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe en 4.
Je recopie la courbe de l'énoncé et je trace à main levée une droite représentant la tangente.

Étape 2 Je constate que la réponse 0 n'est pas adaptée car la droite serait alors horizontale.
Je peux donc exclure cette valeur aberrante. **Réflexe 1**

Étape 3 Je constate que la réponse -2 n'est pas adaptée car la droite monte, ce qui veut dire que je cherche un coefficient directeur positif.
Je peux donc exclure cette valeur incohérente. **Réflexe 2**

Étape 4 Je peux :

- soit lire le coefficient directeur sur la tangente tracée à main levée, mais dans ce cas il n'aura servi à rien d'exclure 0 et -2.
- soit tracer une des deux droites restantes.

Ici, je teste $f'(4) = 1$. La droite passant par le point de la courbe d'abscisse 4 de coefficient directeur 1 ne frôle pas la courbe. C'est clairement une sécante. 1 n'est pas la bonne réponse.

La bonne réponse est donc $\frac{1}{2}$.

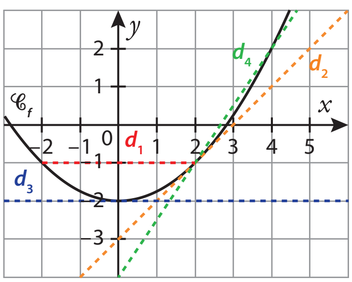
Réponse rédigée

La bonne réponse est la réponse d : $f'(4) = \frac{1}{2}$.

Je m'entraîne à vérifier un résultat

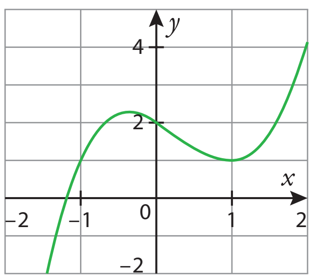
5 Reconnaître une tangente

On considère la courbe de la fonction f en noir.
Déterminer la droite permettant de lire $f'(2)$.



6 Déterminer un nombre dérivé

On considère la fonction g dont la courbe est donnée ci-dessous.

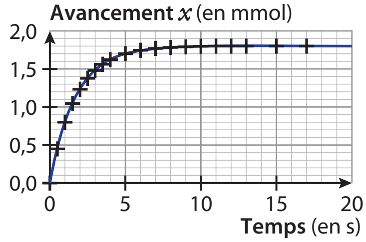


Quelle est la valeur de $g'(0)$?

a) -1 **b)** 0 **c)** 1 **d)** 2

7 Vitesse de réaction

On a tracé l'évolution de la quantité de produit x lors d'une réaction chimique.



La vitesse instantanée de la réaction à $t = 3$ s est :

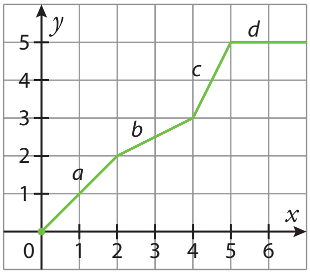
a) $-1{,}5$ **b)** 5 **c)** 0 **d)** 0,2

Exercices automatismes

Rituel 1

Lire sur un graphique les variations d'une grandeur

8 Un parcours est divisé en 4 parties : a, b, c et d. Quelle partie a la plus grande croissance ?



Calculer un taux d'évolution global à partir de taux d'évolution successifs

9 On considère une augmentation de 30 % suivie d'une baisse de 30 %.
Quel est le taux d'évolution global ?

Passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire

10 Écrire le nombre décimal 12,48 sous forme d'une fraction irréductible.

11 Écrire le nombre décimal 15,012 sous forme de fraction irréductible.

Rituel 2

Appliquer un pourcentage d'augmentation

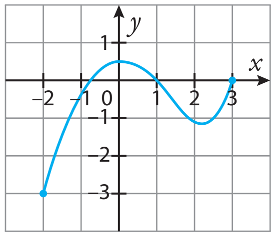
12 Un livre de maths coûtait 30 euros. Son prix augmente de 12 %. Quel est son nouveau prix ?

Résoudre une équation du premier degré

13 Résoudre l'équation $\dfrac{x+2}{3} = -4$.

Lire sur un graphique les variations d'une grandeur

14 On considère la courbe représentative d'une fonction définie sur [–2 ; 3]. Décrire ses variations.



Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat

15 On sait que la sonde Voyager 1 a parcouru une dizaine de milliards de km environ. Maxence a effectué le calcul $1\,057 \times 10^7$ km afin d'avoir plus de précision. Son calcul est-il cohérent ?

Rituel 3

Effectuer une application numérique

16 Le volume d'une boule est donné par la formule : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$ où R est le rayon de la boule.
Donner, en fonction de π, le volume d'une boule de rayon $R = \dfrac{3}{2}$ cm.

Effectuer des calculs simples avec des décimaux et des fractions

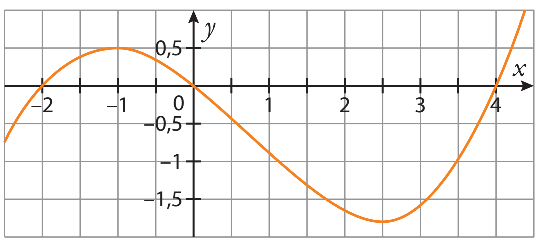
17 Calculer mentalement le produit $2{,}4 \times 5$.

18 Calculer mentalement le produit $54\,250 \times 10^{-3}$.

19 Simplifier au maximum le calcul de fractions : $\dfrac{15}{22} \times \dfrac{11}{5}$.

Estimer graphiquement une valeur atteinte

On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction.



20 Quelle est la plus grande valeur atteinte par la fonction f sur l'intervalle [–2 ; 4] ?

21 Quelle est la plus petite valeur atteinte par la fonction f sur l'intervalle [–2 ; 4] ?

Travaillez les méthodes des automatismes p. 6

Je consolide mes acquis

22 Tracés de droites

Dans un repère orthonormé, tracer les droites d'équations réduites suivantes :

a) $y = 2x + 3$

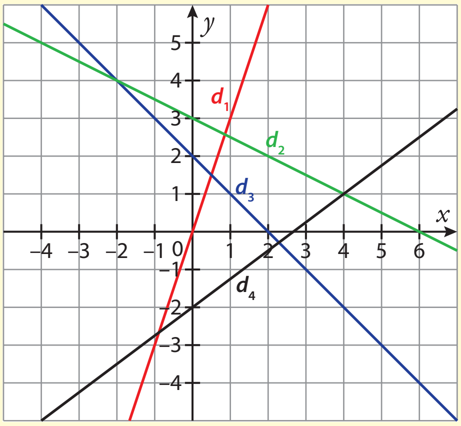
b) $y = -\frac{2}{3}x + 1$

c) $y = 5$

d) $x = 4$

23 Coefficient directeur

Déterminer graphiquement le coefficient directeur de chacune des droites tracées dans le repère orthonormé ci-dessous.

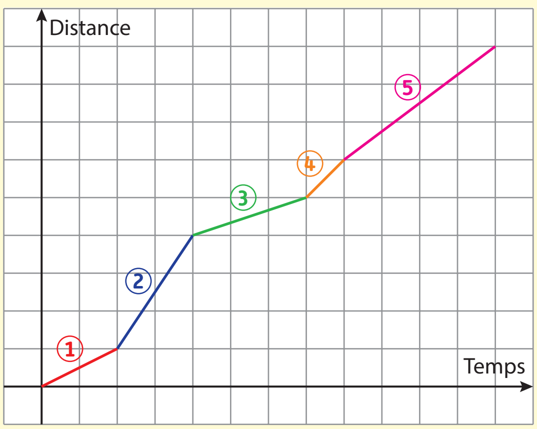


24 Équations réduites

Donner les équations réduites de chacune des droites représentées à l'exercice 23.

25 Vitesse

Un cycliste part en randonnée. Le graphique ci-dessous représente la distance parcourue en fonction du temps. Les graduations se sont effacées mais sauriez-vous classer les parcours de la plus grande à la plus petite vitesse ?



Questions de cours

26 **1.** Qu'est-ce qu'une droite sécante à une courbe ?
2. Qu'est-ce qu'une droite tangente à une courbe en un point A ?

27 Quelle est la formule du taux d'accroissement d'une fonction f entre les réels a et b ?

28 **1.** Quelle est la définition du nombre dérivé d'une fonction f en a ?
2. Si f donne la distance parcourue par un mobile en fonction du temps, que représente le nombre dérivé de f en a pour ce mobile ?

Taux d'accroissement

29 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^3 - 4$.
1. Calculer les images par f de –1 et 2.
2. Calculer le taux d'accroissement de f entre ces deux valeurs.

30 On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2 + 4x$.
1. Calculer les images par f de 2, 3, –5 et –4.
2. Calculer le taux d'accroissement entre les réels 2 et 3.
3. De même, calculer le taux entre –5 et –4.

31 Soit la fonction g définie sur $]-\infty\,;3[\cup]3\,;+\infty[$ par :
$g(x) = \frac{1}{x-3}$.
1. Calculer les images par g de –2, 0, 6 et 6,1.
2. Calculer le taux d'accroissement entre les réels –2 et 0.
3. De même, calculer le taux entre 6 et 6,1.

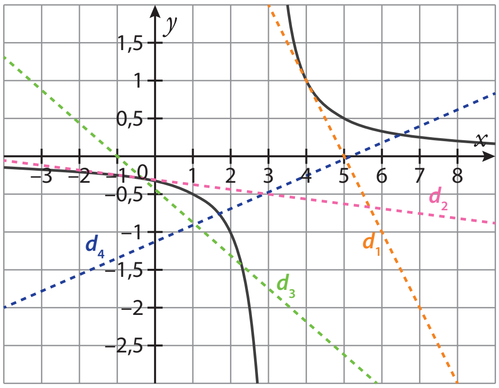
32 On considère la fonction k définie sur $[-4\,;+\infty[$ par :
$k(x) = -4\sqrt{x+4}$.
1. Calculer les images par k de –2, –1, 5 et 5,01.
2. Calculer le taux d'accroissement entre les réels –2 et –1.
3. De même, calculer le taux entre 5 et 5,01.

33 Soit la fonction h définie sur $]-\infty\,;-1[\cup]-1\,;+\infty[$ par :
$h(x) = \frac{2x+3}{x+1}$.
1. Calculer les images par h de –4, –3, 2 et 2,1.
2. Calculer le taux d'accroissement entre les réels –4 et –3.
3. De même, calculer le taux entre 2 et 2,1.

34 Soit la fonction k définie sur $]-\infty\,;3]$ par :
$k(x) = \sqrt{3-x}$.
1. Calculer les images par k de –6, –5, –4, 0 et 0,1.
2. Calculer le taux d'accroissement entre les réels –5 et –4.
3. De même, calculer le taux entre 0 et 0,1.
4. De même, calculer le taux entre –6 et –5.

Reconnaître et tracer des tangentes et des sécantes

35 Sur la représentation graphique ci-dessous, on a représenté une fonction et quatre droites d_1, d_2, d_3 et d_4.

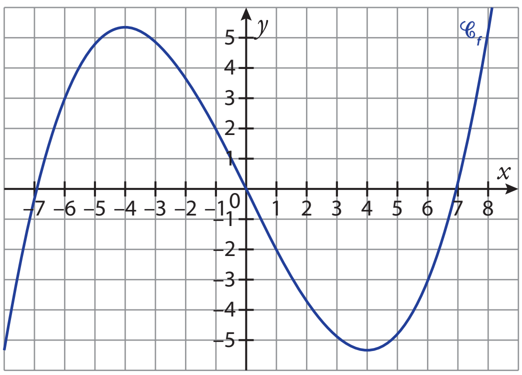


1. Quelles sont les droites qui sont des sécantes à la courbe ?
2. Quelles sont celles qui sont des tangentes à la courbe ? Préciser alors en quel(s) point(s).

36 On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-6\ ;\ 12]$.
1. Tracer une représentation graphique possible de la fonction f.
2. Tracer deux sécantes à la courbe passant par le point A d'abscisse 6.

37 On donne ci-dessous la représentation graphique de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^3}{24} - 2x$$



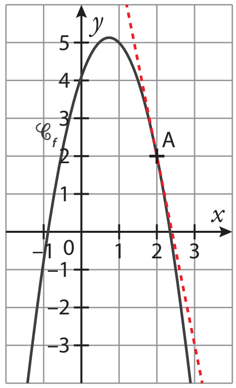
1. Le point de coordonnées $(1\ ;\ -2)$ semble-t-il appartenir à la tangente à la courbe au point d'abscisse 6 ?
2. Le point de coordonnées $(-6\ ;\ 3)$ semble-t-il appartenir à la tangente à la courbe au point d'abscisse 3 ?

38 Soit la droite d d'équation $y = 2x - 3$.
1. Tracer la droite d dans un repère orthonormé.
2. Tracer en bleu la courbe d'une fonction dont la droite d est la tangente au point d'abscisse 2.
3. Tracer en rouge la courbe d'une fonction dont la droite d est la tangente au point d'abscisse -1.

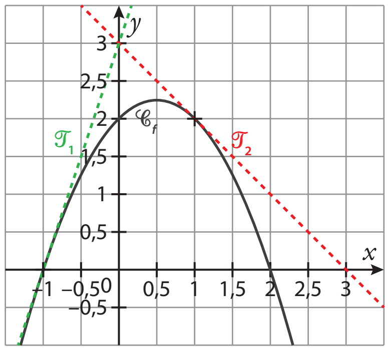
Nombre dérivé

Méthode 1 p. 105

39 On considère la représentation graphique ci-contre d'une fonction f et la tangente au point A d'abscisse 2 de la courbe.
Déterminer graphiquement :
a) la valeur de $f(2)$.
b) la valeur de $f'(2)$.

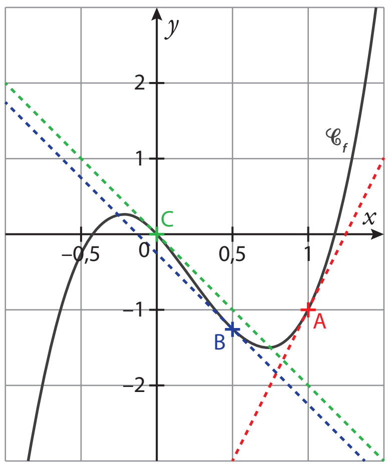


40 On considère la représentation graphique ci-dessous d'une fonction f dont on a tracé les tangentes aux points d'abscisses -1 et 1.



1. Déterminer graphiquement $f'(-1)$ et $f'(1)$.
2. En quel point la tangente à la courbe a-t-elle un coefficient directeur nul ?

41 On considère la représentation graphique d'une fonction f et les tangentes à la courbe aux points A, B et C.



1. Lire graphiquement les abscisses des trois points A, B et C.
2. Lire graphiquement le coefficient directeur de chacune des tangentes en ces trois points.
3. En déduire les nombres dérivés correspondants.

42 Oral

On considère une fonction f et sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$.

On place les points A, B et C d'abscisses respectives 1 ; 4 et 5.

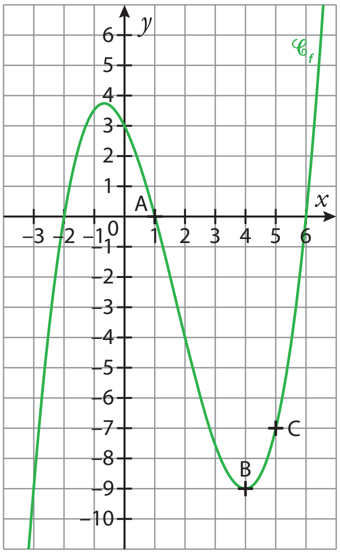
À l'aide du graphique, déterminer :

a) les images de 1, 4 et 5.

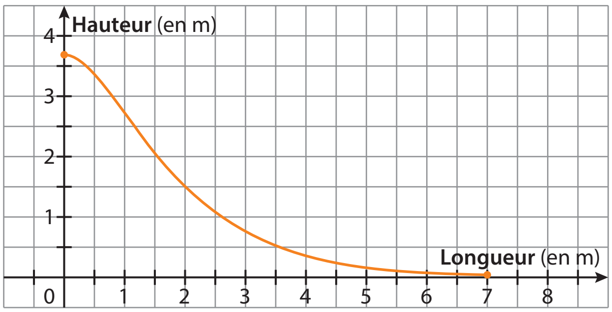
b) les signes de $f'(1)$, $f'(4)$ et $f'(5)$.

c) le nombre de tangentes horizontales à la courbe.

d) les solutions de l'équation $f'(x) = 0$.



43 Une pente pour skateur est modélisée par une fonction f donnant la hauteur en fonction de la longueur (en m), représentée ci-dessous.



1. Déterminer approximativement à quelle hauteur et au bout de quelle longueur l'inclinaison est la plus importante.

2. Comment cela s'interprète-t-il pour le nombre dérivé ?

44 On considère la fonction f définie par : $f(x) = -x^2 + 4x$.

1. Faire un tableau de valeurs de $\dfrac{f(2) - f(x)}{2 - x}$ pour x variant de 1,9 à 2 avec un pas de 0,01.

2. Conjecturer alors le nombre dérivé de f en 2.

45 On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{1}{2}x^3 - 2x$.

1. Faire un tableau de valeurs de $\dfrac{f(1) - f(x)}{1 - x}$ pour x variant de 1,001 à 1,01 avec un pas de 0,001.

2. Conjecturer alors la valeur de $f'(1)$.

46 On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2}$.

1. Faire un tableau de valeurs de $\dfrac{f(-2) - f(x)}{-2 - x}$ pour x variant de –2,01 à –2 avec un pas de 0,01.

2. Conjecturer alors le nombre dérivé de f en –2.

47 On considère la fonction f définie sur $]-\infty\,;4]$ par : $f(x) = \sqrt{4 - x}$.

1. Calculer le taux d'accroissement entre 3 et 4.

2. De même, calculer le taux entre 3 et 3,5 en fonction de $\sqrt{2}$.

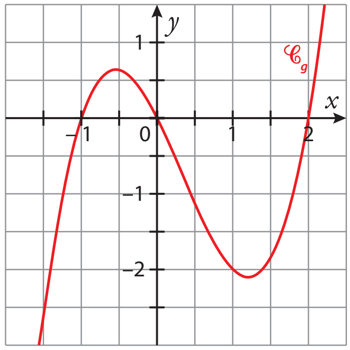
3. Faire un tableau donnant le taux, arrondi à 0,01, entre a et 4 pour des valeurs de a allant de 3,9 à 4 tous les 0,01.

4. Que peut-on en déduire sur le nombre dérivé au point d'abscisse 4 ?

Utilisation du nombre dérivé

48 On considère la fonction g dont la courbe est donnée ci-contre.

De plus, on sait que : $g'(-1) = 3$; $g'(0) = -2$ et $g'(1) = -1$.



1. Recopier cette courbe et placer les points d'abscisses –1 ; 0 et 1.

2. Tracer les tangentes en chacun de ces trois points.

3. Tracer les tangentes horizontales à la courbe.

49 Vérifier un résultat

Soit f une fonction et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative. Quelles sont les assertions justes ?

a) Si $f'(0) = 4$, alors la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4 est horizontale.

b) Si $f'(3) = -2$, alors la tangente au point d'abscisse 3 a pour coefficient directeur –2.

c) Si $f'(-1) = 0$, alors la tangente au point d'abscisse –1 est horizontale.

d) Si $f'(2) = 1$, alors la tangente au point d'abscisse 1 a pour coefficient directeur 2.

→ Résolution de problèmes p. 106

50 Tracer une représentation graphique d'une fonction f vérifiant les données suivantes :

$f(2) = 4$; $f(0) = 1$; $f(3{,}5) = 0$; $f(-4) = 4$; $f(-2) = -2$;
$f'(-2) = f'(2) = 0$; $f'(-4) = -5$; $f'(0) = 2$.

Modèle d'évolution

Méthode 2 p. 105

51 Physique

On considère la fonction d qui donne la distance, en mètres, parcourue par un cheval en fonction du temps t, en minutes.

On donne le tableau de valeurs de la fonction dérivée.

t	0	10	50	100	200	500	1 000
$d'(t)$	10	20	200	700	1 000	600	400

1. Quelle pourrait être la vitesse instantanée à $t = 700$ min ?

2. Au bout de combien de temps le cheval atteint-il sa vitesse maximale ?

52 La concentration d'un médicament dans le sang (en mg/L) est donnée par une fonction C représentée en fonction du temps t (en h) par la courbe suivante. **Chimie**

1. Quelle est la vitesse instantanée de l'évolution de la concentration : **a)** au départ ? **b)** après 8 h ?
2. Pour quelle valeur de t la vitesse d'évolution de la concentration est-elle nulle ?
3. Sur quel intervalle $C'(t) > 0$?

53 On donne ci-dessous le tableau de valeurs d'une fonction f représentant le nombre de bactéries en fonction du temps. **Sciences de la vie**

t	0	10	30	50	100	400
***f*(*t*)**	10	20	50	100	300	500

1. Quelle est la vistesse d'évolution moyenne entre les instants $t = 10$ et $t = 30$?

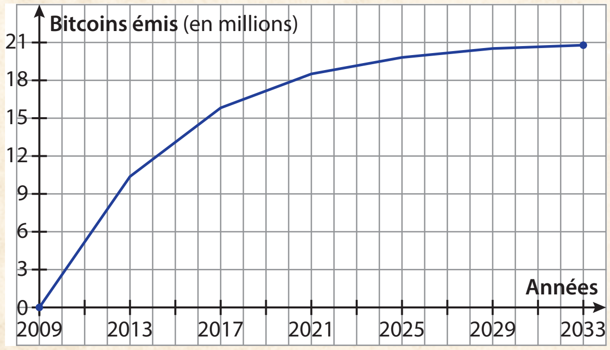
2. Recopier et completer le tableau ci-dessous donnant la vitesse d'évolution moyenne sur chacun des intervalles.

Intervalle de temps	[0 ; 10]	[30 ; 50]	[50 ; 100]	[100 ; 400]
Vitesse moyenne				

3. Comment interpréter le résultat sur l'intervalle [100 ; 400] ?

54 **Esprit critique** **Économie**

On représente le nombre de bitcoins émis, en millions, par année depuis 2009 et en prévision jusqu'en 2033.



1. Quelle est la vitesse instantanée d'émission de bitcoins en 2022 ?
2. Sur quelle période l'émission de bitcoins a-t-elle été la plus importante ?
3. En donner une interprétation en termes de nombre dérivé.
4. Que peut-on dire de la prévision à partir de 2029 ?
5. En donner une interprétation en termes de nombre dérivé.

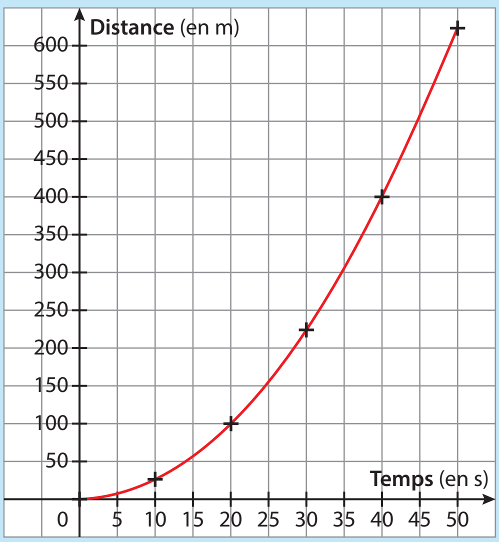
55 **Extraire les données utiles** **SVT**

Soit une fonction f donnant l'évolution d'une population de bactéries, en milliers, en fonction du temps t, en heures. La population de départ est de 1 000 bactéries et la vitesse d'évolution instantanée 3 h après le début est de 2 000 bactéries par heure. Au bout de 7 h, la population compte 9 000 bactéries et la vitesse d'évolution instantanée est de 500 bactéries par heure. Après 13 h, la population est de 1 100 bactéries et reste alors globalement constante. Tracer une courbe susceptible de représenter cette fonction f.

→ Résolution de problèmes p. 20

À chacun son rythme

56 Le graphique ci-contre représente la distance parcourue en mètres par une voiture en fonction du temps, en secondes.



Énoncé A

1. Quelle est la vitesse de cette voiture sur tout son parcours ?
2. Donner une valeur approchée des nombres dérivés suivants : $f'(20)$, $f'(30)$ et $f'(40)$.

Énoncé B

1. Quelle est la vitesse moyenne de la voiture entre 20 s et 30 s ?
2. Quelle est sa vitesse instantanée à partir de 40 s ?

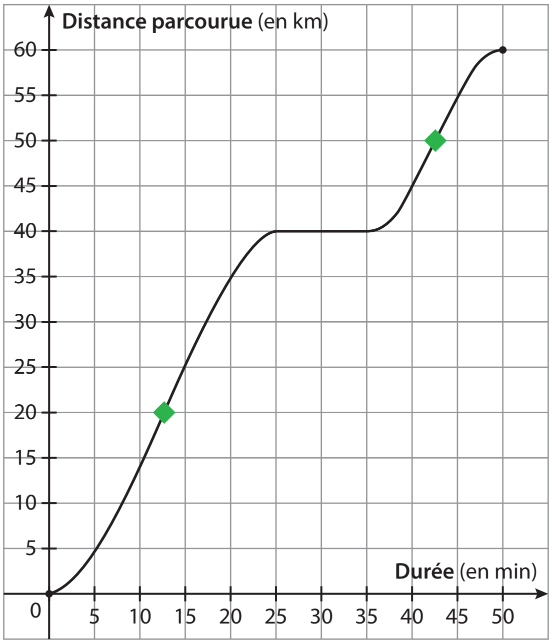
Énoncé C

En quelle valeur cette voiture a-t-elle la plus grande vitesse instantanée ?

Exercices de synthèse

57 Radars
Physique

On donne la courbe représentant la distance parcourue par une voiture en fonction du temps. La balise verte placée au 20e km représente un radar mobile.



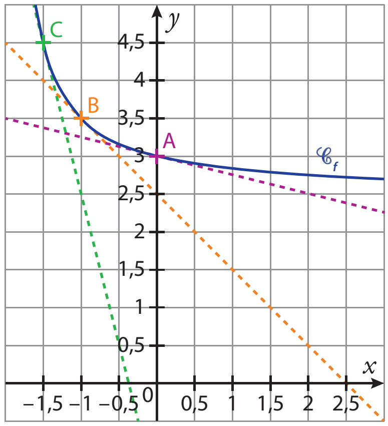
1. Donner une valeur approchée du nombre dérivé à l'instant où la voiture passe devant le radar.
2. En déduire la vitesse instantanée de la voiture en km/h.
3. La limitation de vitesse étant de 90 km/h, l'automobiliste se fera-t-il flasher ?
4. La gendarmerie décide de changer son radar mobile pour un radar tronçon entre les kilomètres 20 et 50.
a) À quels instants, approximativement, la voiture passe-t-elle devant chacun des radars ?
b) En déduire la vitesse moyenne de la voiture sur ce tronçon.
c) L'automobiliste est-il en excès de vitesse ?

58 Courbe
Le tableau ci-dessous donne les images et les nombres dérivés en certaines valeurs de a pour une fonction h.

a	–4	–2	0	2	4	6
$h(a)$	7	1	3	5	4	2
$h'(a)$	–4	0	1,5	0	–1	–3

1. Dans un repère orthonormé, placer les points correspondants de la courbe.
2. En chacun de ceux-ci, tracer la tangente à la courbe représentant la fonction h.
3. Tracer alors une allure possible de la courbe.

59 Tangente et variation
On considère la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$ et les points A, B et C de la courbe d'abscisses respectives 0, –1 et –1,5.

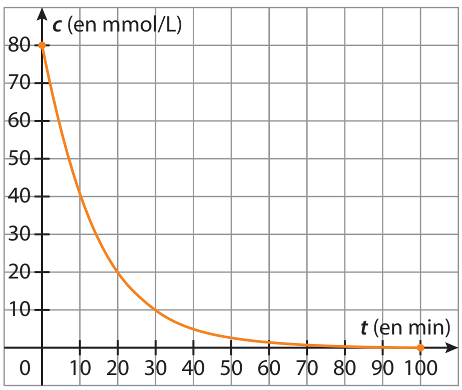


1. Quels sont les coefficients directeurs des tangentes en ces trois points ?
2. En déduire les valeurs $f'(-1)$, $f'(0)$ et $f'(-1{,}5)$.

60 Taux et tangente
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par : $f(x) = \dfrac{x+2}{1-x}$.
1. Calculer le taux d'accroissement entre 3 et 5.
2. De même, calculer le taux d'accroissement entre 3 et 4.
3. Que peut-on en déduire pour $f'(3)$?

61 Réactif chimique
Chimie

On verse une solution d'ions argent (Ag^+) sur du fer (Fe) et on mesure la concentration $c(t)$ des ions d'argent, en mmol/L, en fonction du temps, en minutes, comme représentée par le graphique ci-dessous.



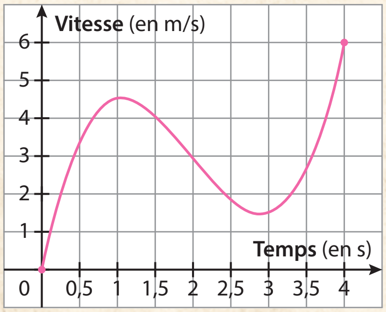
1. La vitesse d'évolution de la concentration est-elle plus grande entre les minutes 20 et 30 ou entre les minutes 30 et 40 ?
2. À quel moment la vitesse d'évolution de la concentration semble-t-elle être la plus grande ?
3. À partir de quel instant la vitesse d'évolution de la concentration semble-t-elle presque nulle ?

62 Calcul infinitésimal

Histoire des maths

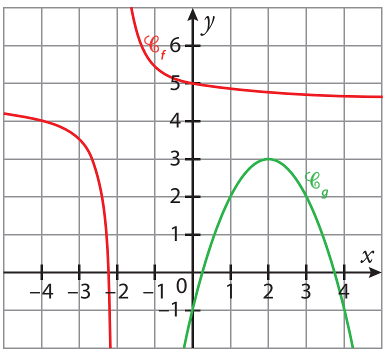
Isaac Newton (1642-1727)

En s'intéressant à la notion d'accélération, Isaac Newton a eu l'idée de l'étudier sur un intervalle de temps très court car la courbe peut alors être assimilée à une droite.
On donne ci-dessous une représentation de la vitesse en fonction du temps d'un cycliste.



1. Sur quels intervalles l'accélération du cycliste est-elle la plus élevée ?
2. Interpréter en termes d'accélération les variations de la vitesse en fonction du temps.

63 Tangente commune



On considère les représentations graphiques de deux fonctions f, en rouge, et g, en vert.
On place un point A d'abscisse a sur la courbe verte et on trace sa tangente correspondante.
1. Quand $g'(a) > 0$, existe-t-il des points de la courbe rouge qui possède la même tangente ?
Justifier votre réponse.
2. Quand $g'(a) < 0$, combien y a-t-il de solutions possibles ?
Justifier votre réponse.

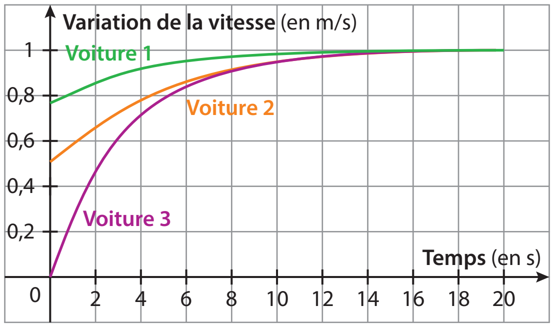
64 Concavité Défi

On dit qu'une fonction est concave si sa représentation graphique est toujours en dessous de ses tangentes et qu'une fonction est convexe si sa représentation graphique est toujours au-dessus de ses tangentes.
Parmi les fonctions de référence connues, quelles sont celles qui sont concaves et celles qui sont convexes ?

65 Vitesse

Physique

On donne ci-dessous les variations de la vitesse pour trois voitures différentes entre 0 et 20 secondes.



1. Interpréter les variations de la vitesse pour chacune des trois voitures.
2. Sachant que l'accélération est le quotient de la variation de la vitesse par la variation du temps, comment peut-on interpréter l'accélération sur le graphique ?
3. Pour chacune des voitures, interpréter alors les variations de son accélération en fonction du temps.

66 À la calculatrice

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{-8}{x^2 - 3x + 4}.$$

1. Rentrer cette fonction sur la calculatrice.
2. Afficher sa représentation graphique.
3. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous à l'aide de la calculatrice.

a	–2	–1	0	1	2	3	4
$f(a)$							
$f'(a)$							

67 Variations

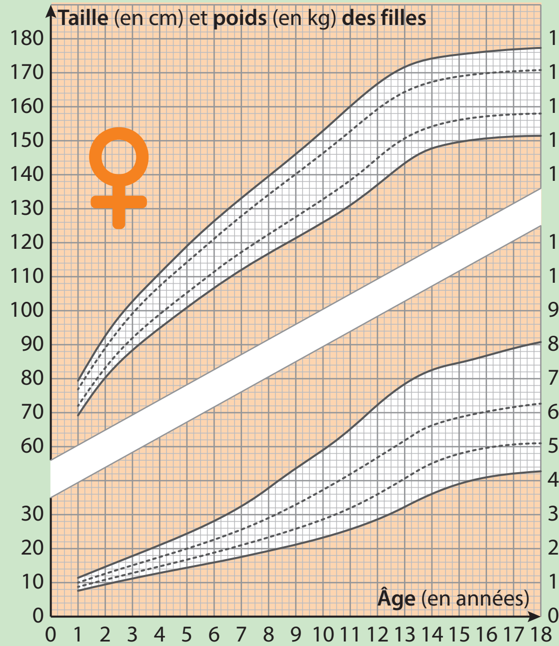
Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - 6x$.
1. Calculer le taux entre les réels a et b en fonction de a et b.
2. Mettre en facteur $b - a$ au numérateur de la fraction et simplifier.
3. Étudier le signe de $f(b) - f(a)$ selon les deux cas suivants :
a) $a < b < 3$
b) $3 < a < b$
4. En déduire les variations de la fonction f sur chacun des intervalles $]-\infty\,;3]$ et $[3\,;+\infty[$.

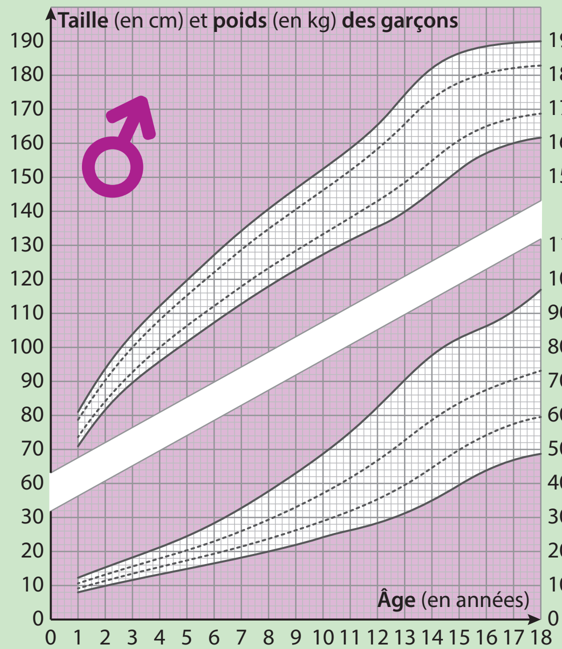
Vers les Maths complémentaires

68 Évolutions

Sciences de la vie

On donne un extrait des courbes de croissance, en taille et en poids, des filles et des garçons de 1 à 18 ans.





1. Déterminer graphiquement les vitesses instantanées des évolutions du poids et de la taille à 12 ans et à 17 ans.
2. Déterminer graphiquement dans quel(s) intervalle(s) de temps l'évolution semble être la plus rapide et la traduire en termes de vitesse moyenne.
3. Déterminer à partir de quel âge la taille et le poids semblent stagner.

69 Équation de la tangente

On considère la fonction $f(x) = -\dfrac{3}{x}$ et le point A d'abscisse 1 de la courbe.
1. Donner l'ordonnée du point A.
2. On ajoute de plus que : $f'(1) = 3$.
Déterminer par le calcul l'équation réduite de la tangente à la courbe passant par le point A.

70 Nombre dérivé

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ par : $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$.
1. Pour tout réel h, calculer le taux d'accroissement entre 3 et $3 + h$ en fonction de h.
2. Vers quelle valeur se rapproche ce taux quand h se rapproche de 0 ?
3. Que peut-on en déduire pour le nombre dérivé $f'(3)$?

71 Coûts

Économie

Une entreprise fabrique une quantité q d'objets dont le coût en milliers d'euros est donné par la fonction C définie pour $q \in [0\,;7]$ par : $C(q) = 0{,}15q^3 - 0{,}8q^2 + 1{,}2q + 0{,}9$.
1. Calculer le coût de fabrication pour un nombre d'objets q de 1 à 6.
2. En déduire le coût moyen C_M de fabrication d'un seul objet, pour chacun des cas précédents.
3. Pour quel nombre d'objets fabriqués ce coût moyen semble-t-il minimal ?
4. On rappelle que le coût marginal C_m est défini en économie par le taux d'accroissement $C_m(q) = C(q+1) - C(q)$ correspondant au coût de fabrication d'un objet supplémentaire. Calculer ce coût marginal pour q variant de 1 à 6.
5. Pour quelle valeur q_0 ce coût marginal semble-t-il minimum ?
Remarque Pour q_0 le coût marginal est égal au coût moyen.

72 En physique

On observe le déplacement d'un coureur sur une route droite pendant une durée de 6 secondes. Sa position d est donnée, en mètres, en fonction du temps t par la fonction : $d(t) = \dfrac{1}{9}t^3 - t^2 + 3t + 1$.
1. Quelle est la position initiale du coureur donnée par $t = 0$?
2. Quelle est la position finale du coureur ?
3. En déduire la vitesse moyenne du coureur sur tout son parcours.
4. Calculer le taux d'accroissement entre 2,5 et 3, puis entre 3 et 3,5.
5. En déduire la vitesse instantanée à l'instant $t = 3$.
6. Qu'est-ce que cela signifie pour le coureur ?

CARTES FLASH
Mémoriser le cours
www.lienmini.fr/7822-5

Préparer le contrôle Je révise

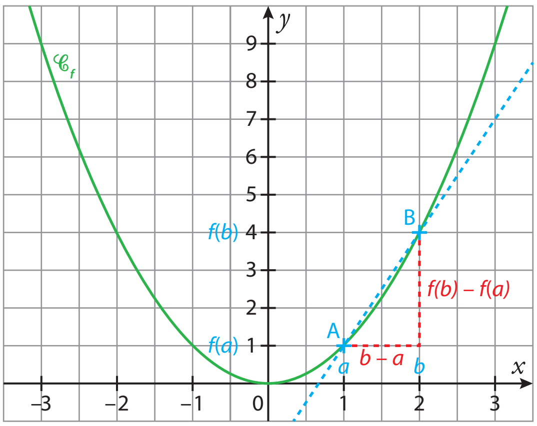
Objectif

1 Utiliser des sécantes et des tangentes

On considère une fonction f et sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$.

Sécante

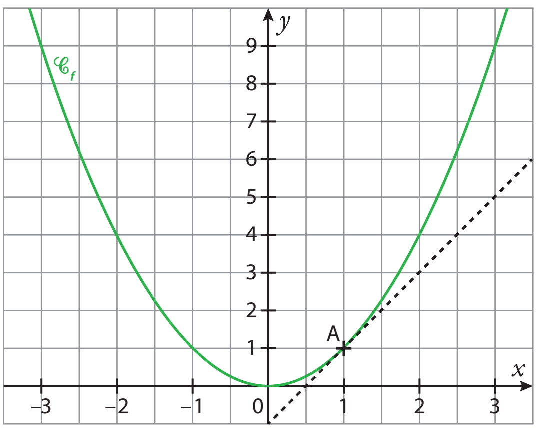
- On appelle **sécante** à $\mathscr{C}_f$ toute droite passant par deux points distincts A et B de la courbe.
- Son **coefficient directeur** est le **taux d'accroissement** $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ où a et b sont les abscisses des points A et B.



Tangente

Soit A un point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a.

- On appelle **tangente à $\mathscr{C}_f$ en A** la droite qui vient frôler la courbe autour du point A.
- C'est également la position limite de la sécante quand le point B se rapproche du point A.



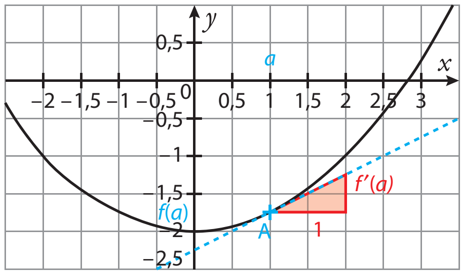
Objectif

2 Lire et utiliser un nombre dérivé

Nombre dérivé

Soient f une fonction définie sur un intervalle I, $a \in$ I et A le point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a.

On appelle **nombre dérivé** de la fonction f en a le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A et on le note $\boldsymbol{f'(a)}$.

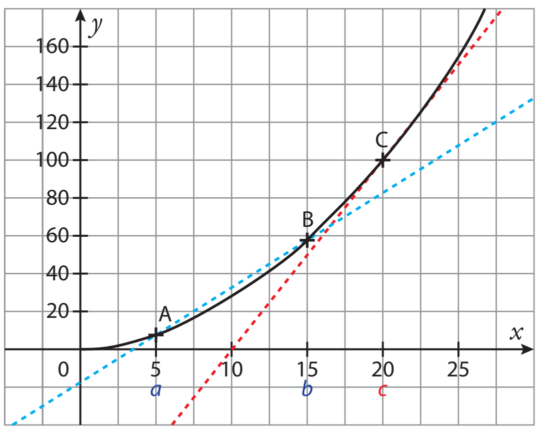


Objectif

3 Modéliser une évolution

Soit f une fonction modélisant une évolution.

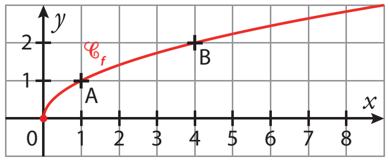
- Le taux d'accroissement correspond à la **vitesse moyenne** de cette évolution entre a et b. Autrement dit, la vitesse moyenne de l'évolution entre les points A et B correspond au coefficient directeur de la droite (AB).
- $f'(c)$ correspond à la **vitesse instantanée** de cette évolution quand $x = c$. Autrement dit, la vitesse instantanée au point C correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point C d'abscisse c.



QCM Choisir la (les) bonne(s) réponse(s).

Objectif 1 Utiliser des sécantes et des tangentes

On considère la fonction $f(x) = \sqrt{x}$. On trace les tangentes d_1 et d_2 à la courbe respectivement aux points A et B d'abscisses respectives 1 et 4.

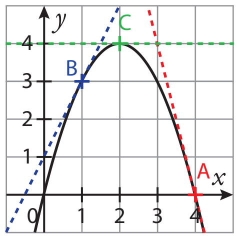


	A	B	C	D
73 d_1 passe par :	(0 ; 0)	(1 ; 1)	(4 ; 2)	(2 ; 4)
74 d_2 passe par :	(4 ; 2)	(0 ; 0)	(0 ; 1)	(1 ; 0)
75 Le taux d'accroissement entre 1 et 4 est :	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	3
76 La droite d'équation $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ est :	tangente en A	tangente en B	sécante à la courbe	tangente en un autre point

Objectif 2 Lire et utiliser un nombre dérivé

On considère la représentation graphique d'une fonction f ci-contre et les tangentes à la courbe aux points B, C et A d'abscisses respectives 1, 2 et 4.
De plus on donne le tableau ci-contre :

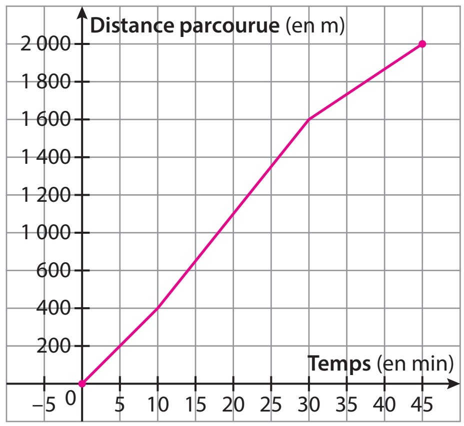
x	5,1	5,01	5,001	5,000 1
$\frac{f(x)-f(5)}{x-5}$	−6,1	−6,11	−6,011	−6,001 1



	A	B	C	D
77 La valeur de $f'(1)$ est :	2	−2	0,5	3
78 La valeur de $f'(2)$ est :	2	−4	0	4
79 La valeur de $f'(4)$ est :	0	4	2	−4
80 −6 semble être la valeur de :	$f(6)$	$f'(6)$	$f(5)$	$f'(5)$

Objectif 3 Modéliser une évolution

On considère ci-contre la représentation graphique de la distance parcourue, en mètres, par un nageur, en fonction du temps en minutes.



	A	B	C	D
81 La vitesse moyenne sur tout le parcours est :	$\frac{8}{3}$ km/h	45 min	$\frac{400}{9}$ m/min	2 000 km/min
82 La vitesse instantanée à $t = 10$ min est :	45 m/min	50 m/min	60 m/min	75 m/min
83 La vitesse moyenne entre $t = 30$ min et $t = 45$ min est :	10 m/min	$\frac{400}{3}$ m/min	$\frac{800}{3}$ m/min	$\frac{80}{3}$ m/min

Corrigés p. 141

Parcours différenciés

	Objectif 1	Objectif 2	Objectif 3
Parcours A	35 84	1 87	3 90 91
Parcours B	35 85	39 88	51 92
Parcours C	35 86	39 89	51 93

Exercices

Objectif 1 Utiliser des sécantes et des tangentes

84 Soit f définie sur $[-3\,;+\infty[$ par : $f(x)=\sqrt{x+3}$. Calculer le taux d'accroissement sur l'intervalle $[-2\,;1]$.

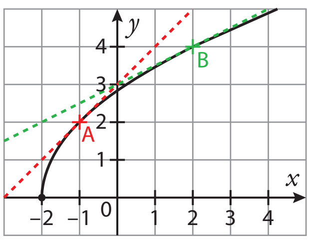
85 **1.** Tracer la représentation graphique de la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{2}{x}$.

2. Tracer les tangentes aux points de la courbe d'abscisses $\dfrac{1}{2}$ et 2.

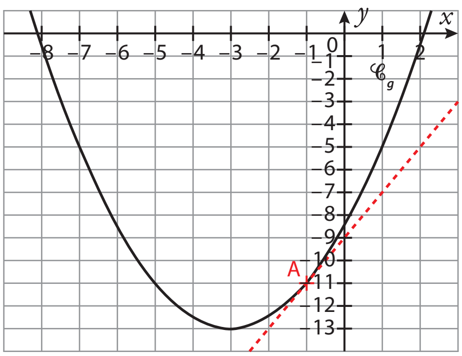
86 Représenter une fonction dont la droite d'équation $y=-x+1$ est tangente à la courbe au point d'abscisse -1 et la droite d'équation $y=3x-2$ est une sécante aux points d'abscisses 1 et 2.

Objectif 2 Lire et utiliser un nombre dérivé

87 On donne la représentation graphique d'une fonction et les tangentes aux points A et B d'abscisses respectives -1 et 2.
Donner les valeurs de $f'(-1)$ et de $f'(2)$.



88 La fonction g est représentée ci-dessous.



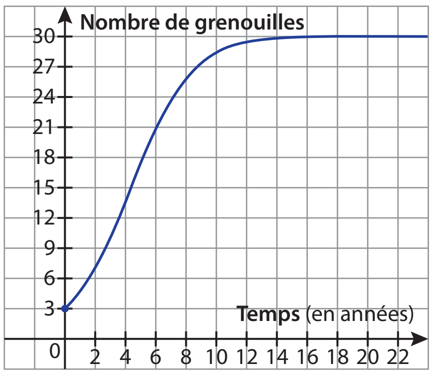
1. Donner $g'(-1)$.
2. En déduire $g'(-5)$.

89 Tracer la représentation graphique d'une fonction f à l'aide du tableau ci-contre.

x	-2	-1	1	3	4	7
$f(x)$	-1	1	3	3	0	-1
$f'(x)$	0	3	0,5	-1	-3	3

Objectif 3 Modéliser une évolution

La représentation graphique de la fonction p ci-dessous donne la population de grenouilles sur une île, en centaines, en fonction du temps en années depuis l'année 2020.



90 Quelle était la population en 2020 ?

91 **1.** Quelle est la vitesse moyenne d'évolution de la population de grenouilles entre 2022 et 2026 ?
2. Quelle est la vitesse instantanée d'évolution de la population de grenouilles en 2022 ?

92 Comment semble être le nombre dérivé à partir d'un certain temps ? Quelle est son interprétation en termes de vitesse d'évolution de la population ?

93 Sur quel intervalle de temps la vitesse est-elle la plus importante ? Comment l'interpréter ?

Corrigés p. 141

6 Variations globales

Les maths au quotidien

Lors d'un lancer-franc au basket, la trajectoire du ballon peut être modélisée par une courbe représentant une fonction numérique.

Comment peut-on optimiser le lancer afin d'obtenir la meilleure trajectoire possible et atteindre le panier ?

→ Exercice 88 p. 131

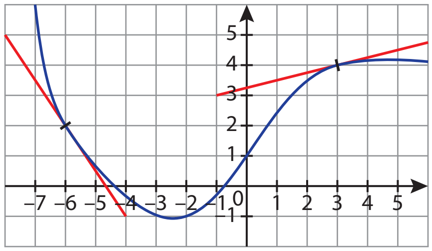
La trajectoire d'un tir au basket
www.lienmini.fr/7822-23

Pour prendre un bon départ

EXERCICES Sésamath
Réviser ses acquis
www.lienmini.fr/7822-s10

1 Utiliser la tangente en un point Vu au chap 5

La courbe bleue représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Les droites rouges sont les tangentes respectives à la courbe en –6 et en 3.
Déterminer $f(-6)$ et $f'(-6)$, puis $f(3)$ et $f'(3)$.



2 Développer – Factoriser Vu en 2de

1. Développer les expressions suivantes.
a) $A(x) = (4x + 5)^2$ **b)** $B(x) = (2x - 6)(2x + 6)$ **c)** $C(x) = -3(x - 1)^2$

2. Factoriser les expressions suivantes.
a) $D(x) = x^2 - 7x$ **b)** $E(x) = x^2 + 10x + 25$ **c)** $F(x) = 4x^2 - 49$

3 Étudier le signe Vu en 2de

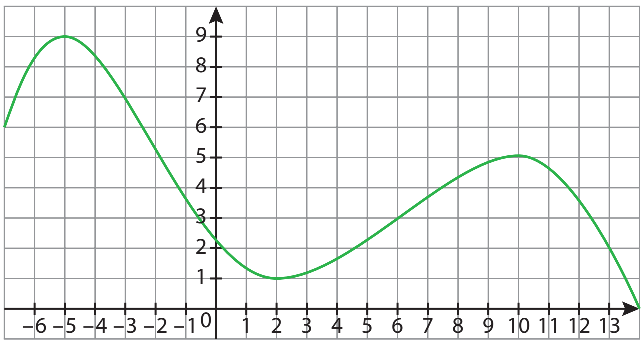
Étudier le signe des expressions suivantes sur $\mathbb{R}$.
a) $A(x) = 3x - 12$ **b)** $B(x) = -5x + 4$ **c)** $C(x) = x^2 + 7$
d) $D(x) = (8 - 7x)^2$ **e)** $E(x) = \left(-x - \dfrac{1}{4}\right)(x + 9)$ **f)** $F(x) = 0{,}1x(3 - x)$

4 Décrire les variations de fonctions usuelles Vu en 2de

1. Décrire les variations de la fonction carré $f : x \mapsto x^2$ sur $\mathbb{R}$.
2. Décrire les variations de la fonction cube $f : x \mapsto x^3$ sur $\mathbb{R}$.

5 Réaliser un tableau de variations Vu en 2de

Dresser le tableau de variations de la fonction f définie sur [–7 ; 14] par la courbe ci-dessous.



6 Représenter une fonction Vu en 2de

Dans un repère du plan, dessiner une courbe représentative possible de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par le tableau de variations ci-contre.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
Variations de g	↘	–2	↗ 5	↘

CORRIGÉS www.lienmini.fr/7822-24

Géométrie dynamique · 20 min

1 Découvrir la fonction dérivée

GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE
Fonction carré et tangentes
www.lienmini.fr/7822-ge1

A ▸ Dérivée de la fonction carré

1. Télécharger le fichier Geogebra « Fonction carré et tangentes ».

2. À l'aide du bouton d'animation ▶ faire varier le curseur a de −3 à 3 et observer le déplacement de la tangente au point A d'abscisse a sur la parabole de la fonction carré.

3. Ouvrir simultanément une autre fenêtre graphique en allant dans le déroulé du menu, puis Affichage, puis Graphique 2.

4. a) Créer sur ce deuxième graphique le point A′ de même abscisse que A et d'ordonnée le coefficient directeur de la tangente en A : pour cela saisir A′=(a,m).

Remarque S'il apparaît sur les deux graphiques, l'effacer du premier graphique.

b) Comment pourrait-on écrire l'ordonnée de A′ en fonction de a ?

5. a) Déplacer le point A et observer la position du point A′ associé, puis recopier et compléter le tableau ci-contre.

a	−2	−1	−0,5	0	1,5	2,4	3
$f'(a)$							

b) Afficher la trace de A′ (clic droit sur le point A′), puis lancer l'animation ▶.

c) On note f' la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f' : x \mapsto f'(x)$ et ainsi représentée sur le deuxième graphique par la « trace » du point A′.

En déduire une conjecture sur la nature de cette fonction f' et son expression algébrique en fonction de x.

B ▸ Dérivée de la fonction cube

1. Dans la fenêtre de saisie, remplacer la fonction carré par la fonction cube.

2. Déplacer le point A et observer la position du point A′ associé, puis recopier et compléter le tableau ci-contre.

a	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f'(a)$							
$\frac{f'(a)}{3}$							

3. En observant la trace du point A′, déduire une conjecture sur la courbe de cette fonction f' et son expression algébrique en fonction de x.

4. **Pour aller plus loin** Déterminer les valeurs exactes des abscisses des points de la courbe de la fonction cube pour lesquels la tangente a pour coefficient directeur 15.

↪ Cours 1 p. 122

Calcul formel · 15 min

2 Effectuer des opérations sur les dérivées

1. Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x^2$ et $g(x) = x + 4$.
Avec le logiciel Xcas on a obtenu (ci-contre) les dérivées des fonctions f et g. En observant ces résultats, quelle conjecture peut-on faire sur la dérivée d'une somme de deux fonctions ?

```
1 deriver (x^3+x^2)
                3*x²+2*x
2 deriver (x+4)
                1
```

Coup de pouce Écrire : « Si $f(x) = u(x) + v(x)$, où u et v sont des fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$, alors $f'(x) = \dots$ »

2. Soit h, p et q les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 4x^3$; $p(x) = -9x$ et $q(x) = 5x^2$.
Avec le logiciel Xcas on a obtenu (ci-contre) les dérivées des fonctions h, p et q. En observant ces résultats, quelle conjecture peut-on faire sur la dérivée du produit d'une fonction par un réel ?

```
1 deriver (4*x^3)
                12*x²
2 deriver (-9*x)
                -9
3 deriver (5*x^2)
                10*x
```

↪ Cours 1 p. 122

Géométrie dynamique 30 min

3 Établir un lien entre fonction f et fonction f'

On considère la fonction f définie sur [0 ; 8] par $f(x) = 0{,}5x^2 - 4x + 5$.

A ▸ Conjecturer avec un logiciel de géométrie dynamique

1. a) Tracer la courbe de la fonction f, pour cela saisir :

« $f(x) = 0{,}5x^2 - 4x + 5$ ».

b) Créer un curseur a variant de 0 à 8, avec un incrément de 1 en cliquant sur l'icône .

c) Créer un point A d'abscisse a sur la courbe de f, pour cela saisir : « A=(a,f(a)) ».

d) Créer la tangente à la courbe de f en A : cliquer sur l'outil , puis sélectionner , cliquer ensuite successivement sur le point A puis sur la courbe.

e) Afficher le coefficient directeur (ou pente) de la tangente à la courbe en A en cliquant sur l'outil , puis en sélectionnant .

Le renommer m.

2. En déplaçant le point A sur la courbe de f à l'aide du curseur, recopier et compléter le tableau suivant.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$									
m									

3. f est une fonction polynôme, elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$. Soit f' sa fonction dérivée.
À partir de l'observation du tableau de la question précédente, conjecturer le signe de $f'(x)$ sur chacun des intervalles :

a) [0 ; 4] **b)** [4 ; 8]

4. Pour quelle valeur de x a-t-on $f'(x) = 0$?

5. a) Reproduire et compléter le tableau suivant à partir de vos observations.

x	0		4		8
Signe de $f'(x)$		…		…	
Variations de f	… ↘		…		

b) Faire une conjecture sur le lien qui semble exister entre le signe de $f'(x)$ et les variations de f.

B ▸ Étude algébrique du signe de $f'(x)$

1. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur [0 ; 8].

3. Vérifier que les résultats trouvés correspondent à ceux de la partie A.

4. Pour aller plus loin Déterminer la fonction dérivée de la dérivée, notée f''.
Peut-on faire la même conjecture sur le lien entre le signe de $f''(x)$ et les variations de f' qu'à la question **A. 5. a)** ?

↪ Cours 2 p. 122

1 Fonction dérivée

Définition **Fonction dérivée**

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et admettant un nombre dérivé en tout x de I.
On dit que la fonction f est dérivable sur I et on appelle fonction dérivée de f sur I la fonction qui, à tout réel x de I, associe $f'(x)$, le nombre dérivé de f en x. On la note f'.

Remarque f' est donc la fonction qui donne, pour chaque réel x de I, le coefficient directeur $f'(x)$ de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse x.

Propriétés **Dérivées des fonctions usuelles**

Soit c un nombre réel. Les fonctions constantes définies par $f(x) = c$ sont dérivables sur $\mathbb{R}$, et leur fonction dérivée est la fonction nulle $f'(x) = 0$.
La fonction identité définie par $f(x) = x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, et sa fonction dérivée est $f'(x) = 1$.
La fonction carré définie par $f(x) = x^2$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, et sa fonction dérivée est $f'(x) = 2x$.
La fonction cube définie par $f(x) = x^3$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, et sa fonction dérivée est $f'(x) = 3x^2$.

Propriété **Dérivée de la somme de deux fonctions**

Soit u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I.
La fonction f définie par $f(x) = u(x) + v(x)$ est dérivable sur I et $f'(x) = u'(x) + v'(x)$.

↪ Méthode 1 p. 123

Propriété **Dérivée du produit d'une fonction par un réel**

Soit k un nombre réel et u une fonction dérivable sur un intervalle I.
La fonction f définie par $f(x) = k \times u(x)$ est dérivable sur I, et $f'(x) = k \times u'(x)$.

↪ Méthode 1 p. 123

2 Variations d'une fonction

Théorème **Lien entre le signe de la dérivée et les variations de la fonction**

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.
La fonction f est croissante sur I si et seulement si, pour tout réel x de I, $f'(x) \geqslant 0$.
La fonction f est décroissante sur I si et seulement si, pour tout réel x de I, $f'(x) \leqslant 0$.
La fonction f est constante sur I si et seulement si, pour tout réel x de I, $f'(x) = 0$.

↪ Méthode 2 p. 123

Exemple

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 5x$.
On a pour tout réel x : $f'(x) = 3x^2 + 5 \times 1$; c'est-à-dire $f'(x) = 3x^2 + 5$.
Or x^2 est toujours positif, donc $3x^2 + 5$ est positif quel que soit le réel x.
Ainsi, sur $\mathbb{R}$, on a $f'(x) \geqslant 0$. Donc, d'après le théorème, f est croissante sur $\mathbb{R}$.

Remarque L'étude des variations d'une fonction f, et donc du signe de sa dérivée $f'(x)$, permet de mettre en évidence des extremums de la fonction lorsqu'il y en a. On prêtera particulièrement attention aux valeurs en lesquelles $f'(x)$ s'annule en changeant de signe. Par exemple, la fonction f de l'activité 3 admet un minimum en $x = 4$ qui vaut $f(4) = 0{,}5 \times 4^2 - 4 \times 4 + 5 = -3$.

x	0		4		8
Signe de $f'(x)$		−	0	+	
Variations de f	5	↘	−3	↗	5

Exercices résolus

Méthode 1 Déterminer une fonction dérivée

Énoncé

Pour chaque fonction dont l'expression est donnée ci-dessous, déterminer sa fonction dérivée.

a) $f(x) = 100$ **b)** $g(x) = 3x$ **c)** $h(x) = x^2 - 11$ **d)** $i(x) = \frac{x^3}{3}$ **e)** $j(x) = 7x^2 - 3x + 40$

Solution

a) f est une fonction constante, donc sa dérivée est $f'(x) = 0$. 1

b) g est de la forme ku avec $k = 3$ et $u(x) = x$ 2, alors sa dérivée est de la forme $g'(x) = k \times u'(x)$. Or $u'(x) = 1$. Donc $g'(x) = 3 \times 1 = 3$.

c) h est de la forme $u + v$ avec $u(x) = x^2$ et $v(x) = -11$ 3,
alors sa dérivée est de la forme $h'(x) = u'(x) + v'(x)$.
Or $u'(x) = 2x$ et $v'(x) = 0$. Donc $h'(x) = 2x + 0 = 2x$.

d) i est de la forme ku avec $k = \frac{1}{3}$ et $u(x) = x^3$ 2,
alors sa dérivée est de la forme $i'(x) = k \times u'(x)$. Or $u'(x) = 3x^2$. Donc $i'(x) = \frac{1}{3} \times 3x^2 = x^2$.

e) j est de la forme $k_1u + k_2v + w$ avec $k_1 = 7$; $u(x) = x^2$; $k_2 = -3$; $v(x) = x$ et $w(x) = 40$ 4, alors sa dérivée est de la forme $j'(x) = k_1u'(x) + k_2v'(x) + w'(x)$. Or $u'(x) = 2x$; $v'(x) = 1$ et $w'(x) = 0$. Donc $j'(x) = 7 \times 2x + (-3) \times 1 + 0 = 14x - 3$.

Conseils & Méthodes

On commence par repérer la forme de la fonction :
1 fonction usuelle
2 de la forme $k \times u(x)$
3 de la forme $u(x) + v(x)$
4 On associe l'ensemble des formes connues.

À vous de jouer !

1 Pour chaque fonction dont l'expression est donnée, déterminer sa fonction dérivée.

a) $f(x) = \pi$ **b)** $g(x) = 4 - x$
c) $h(x) = x + x^2$ **d)** $i(x) = 0{,}2x^3$

2 Pour chaque fonction dont l'expression est donnée, déterminer sa fonction dérivée.

a) $f(x) = 2x + 3$ **b)** $g(x) = -x^2 + 5x - 1$
c) $h(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{4}$ **d)** $i(x) = 8{,}7x^2$

Exercices 27 à 44 p. 126

Méthode 2 Étudier les variations d'une fonction

VIDÉO ALL MATHS PARNAK
Comprendre une méthode
www.lienmini.fr/7822-25

Énoncé

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 7$.
1. **Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.**
2. **Étudier le signe de $f'(x)$, puis en déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.**

Solution

1. On a, pour tout réel, $f'(x) = 2x - 6 \times 1 + 0$, c'est-à-dire $f'(x) = 2x - 6$.
2. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2x > 6 \Leftrightarrow x > 3$.

x	$-\infty$		3		$+\infty$	
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$		1
Variations de f		$\searrow$	-2	$\nearrow$		2

Conseils & Méthodes

1 Dans la 1re ligne, on place le nombre 3 qui annule la dérivée entre les bornes de l'ensemble de définition de la fonction.
Dans la 2e ligne, on place en premier le signe « + » dans l'intervalle qui correspond à la résolution de l'inéquation $f'(x) > 0$.

2 Dans la dernière ligne, on indique par des flèches les variations de la fonction en utilisant le théorème du cours.

À vous de jouer !

3 f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 5$.
1. Déterminer f', fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$, puis en déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

4 f est définie sur $[0 ; 20]$ par $f(x) = 0{,}25x^2 - 6x - 7$.
1. Déterminer f', fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$, puis en déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Exercices 45 à 61 p. 127

Exercices résolution de problèmes

J'apprends à analyser un problème pour le résoudre

Réflexe 1
Identifier la conclusion ou la question posée.

Réflexe 2
En déduire les étapes du raisonnement ainsi que les propriétés utiles et leurs hypothèses.

Réflexe 3
Reprendre le raisonnement dans l'ordre en suivant toutes les étapes.

▶ Énoncé

Un confiseur produit et commercialise chaque jour entre 0 et 15 kg de bonbons de toutes sortes.
On note $B(x)$ le bénéfice réalisé, en euros, par le confiseur lors de la production et la vente de x kilogrammes de bonbons.
On a, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;15]$, $B(x) = -x^2 + 18x - 55$.
Pour quelle quantité de bonbons produits et vendus le bénéfice est-il maximal ?

▶ Solution

Étape 1 Le terme *maximal* de la question fait penser à la recherche du maximum d'une fonction **Réflexe 1** ; la question posée peut donc se traduire ainsi : « Pour quelle valeur du réel x, entre 0 et 15, la fonction B atteint-elle son maximum ? »

Étape 2 Pour trouver le maximum de la fonction B, je dois étudier ses variations. Pour étudier les variations de la fonction B, je dois étudier le signe de sa fonction dérivée B'. **Réflexe 2**

Brouillon

$B'(x) = -2x + 18$

$B'(x) > 0 \Leftrightarrow -2x + 18 > 0 \Leftrightarrow -2x > -18$

et $-2x > -18 \Leftrightarrow x < \dfrac{-18}{-2} \Leftrightarrow x < 9$

Étape 3 Je remets le raisonnement dans l'ordre. **Réflexe 3**

Réponse rédigée

- B est dérivable sur $[0\,;15]$.
- $B'(x) = -2x + 18$
- $B'(x) > 0 \Leftrightarrow -2x + 18 > 0 \Leftrightarrow x < 9$

x	0		9		15
Signe de $B'(x)$		+	0	−	
Variations de B	−55	↗	26	↘	−10

Le bénéfice est maximal lorsque le confiseur produit et vend 9 kg de bonbons.

Je m'entraîne à analyser un problème pour le résoudre

5 Effet de marée

La hauteur d'eau dans un port entre 6 h 00 et 18 h 00 peut être modélisée par la fonction f définie sur $[6\,;18]$ par $f(x) = 0{,}1x^2 - 2{,}8x + 23$ où x est l'heure (h) de la journée et $f(x)$ est la hauteur, en mètres (m).

À quelle heure la hauteur d'eau dans le port est-elle minimale ?

6 Taux d'intérêts

Entre 2006 et 2016, les taux d'intérêts d'une banque ont été modélisés par la fonction définie sur $[0\,;10]$ par $g(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}09x^2 + 2$ avec $g(x)$ le taux, en pourcentage, et x le temps, en années, depuis 2006.
En quelle année le taux était-il minimal ?

7 Tangentes

Dans un repère du plan, on considère la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = -x + 4$ et la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 7$.

La courbe $\mathscr{C}_f$ a-t-elle une (ou plusieurs) tangente(s) parallèle(s) à la droite $\mathscr{D}$?
Si oui, préciser en quel(s) point(s).

CARTES FLASH
Acquérir des automatismes
www.lienmini.fr/7822-4

Exercices automatismes

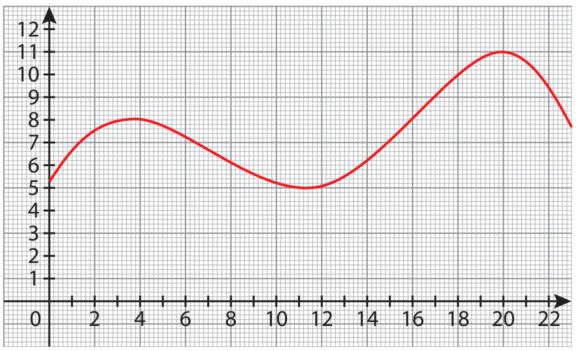
Rituel 1

Résoudre une équation du second degré

8 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 16$.

Préciser sur un graphique les grandeurs et unités

9 Le niveau d'eau, en m, dans un port selon l'heure de la journée est donné par la courbe ci-dessous.
Préciser pour chaque axe les grandeurs concernées ainsi que leurs unités.



Résoudre une équation du premier degré

10 Un véhicule a effectué un trajet de 15 km à la vitesse moyenne de 60 km/h.
Combien de temps, en min, a duré son trajet ?
Donnée : $v = \dfrac{d}{t}$.

Effectuer mentalement des calculs simples

11 Calculer mentalement $54\,250 \times 10^{-3}$.

Rituel 2

Résoudre une équation du premier degré

12 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3x - 2 = -2x - 12$.

Effectuer des calculs simples avec des fractions

13 Simplifier au maximum le calcul de fractions :

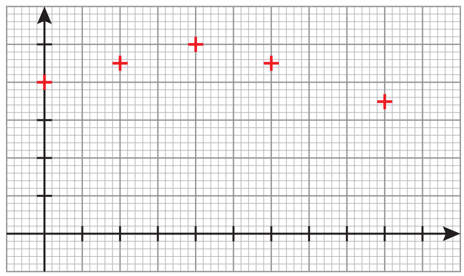
$$\frac{15}{22} \times \frac{11}{5}.$$

Préciser sur un graphique les échelles

14 On a relevé le taux de glycémie d'un patient pendant 1 h 30.

Temps écoulé (en min)	0	20	40	60	90
Taux de glycémie (en g/L)	0,8	0,9	1	0,9	0,7

Indiquer les grandeurs, les unités et l'échelle de chaque axe du graphique suivant.



Rituel 3

Résoudre une équation du second degré

15 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

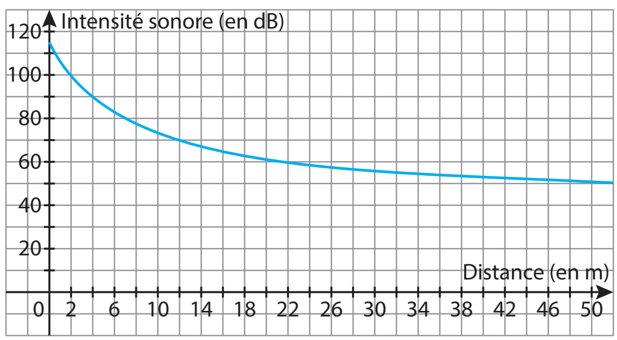
$$x^2 - 25 = 0.$$

Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat

16 On sait que la sonde Voyager 1 a parcouru une dizaine de milliards de km environ.
Maxence a effectué le calcul $1\,057 \times 10^7$ km afin d'avoir plus de précision.
Son calcul est-il cohérent ?

Estimer graphiquement un seuil

17 Dans une salle de concert, on a relevé l'intensité sonore en fonction de la distance à la scène.



À quelle distance minimale de la scène est-il préférable de se placer afin de protéger son audition (l'intensité doit être inférieure à 80 dB) ?

Exercices d'entraînement

Je consolide mes acquis

18 **Résolution d'inéquation**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-5x + 18 > 0$.

19 **Signe de $ax + b$**

Étudier le signe de $2x + 3$ sur $\mathbb{R}$ en recopiant et complétant le tableau de signes ci-dessous.

x	$-\infty$		…		$+\infty$
Signe de $2x + 3$		…	0	…	

20 **Signe de $(ax + b)(cx + d)$**

Étudier le signe de $A(x) = (x - 9)(-2x - 7)$ en recopiant et complétant le tableau de signes.

x	$-\infty$	…	…	$+\infty$
Signe de $x - 9$				
Signe de $-2x - 7$				
Signe de $A(x)$				

21 **Résolution d'inéquation**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$-4(x - 3)(x + 6) < 0.$$

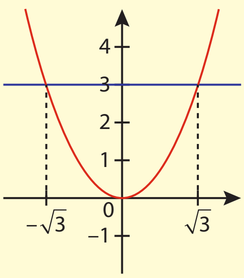
22 **Utiliser un tableau de variations**

x	$-\infty$		-2		4		10
Variations de f		$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	-2

1. Comparer les nombres $f(5)$ et $f(7)$.
2. Comparer les nombres $f(0)$ et $f(10)$.
3. Déterminer le minimum de f et la valeur de x pour laquelle il est atteint.
4. Déterminer le maximum de f sur $[-2 ; 10]$ et la valeur de x pour laquelle il est atteint.

23 **Résolution de l'inéquation $x^2 < a$**

La parabole ci-dessous représente la fonction carré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.



À l'aide du graphique résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 < 3$.

Questions de cours

24 **1.** Quelle est la dérivée de la fonction carré ?
2. Quelle est la dérivée de la fonction cube ?
3. Quelle est la dérivée de la fonction identité ?

25 Recopier et compléter les phrases suivantes :
1. Si f est une fonction croissante sur un intervalle I, alors sa fonction dérivée f' est …
2. Si $f'(x) < 0$ pour tout réel x de I, alors la fonction f est …

26 u et v sont des fonctions dérivables sur un intervalle I, et k est un nombre réel.
1. Quelle est la dérivée de la fonction $u + v$?
2. Quelle est la dérivée de la fonction ku ?

Dériver une fonction

Méthode 1 p. 123

Dans les exercices suivants, les fonctions sont définies sur $\mathbb{R}$, déterminer leur fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.

27 $f(x) = 1{,}5x$

28 $g(x) = -120x^2$

29 $h(x) = 25x^3$

30 $i(x) = x + 36$

31 $j(x) = x^2 - 0{,}5$

32 $l(x) = x^3 + 4x$

33 $m(x) = 7x^2 - x$

34 $n(x) = 3x - 4$

35 $o(x) = -x^2 + 5x - 7$

36 $p(x) = -3x^3 + 5x^2 - 3x + 1$

37 On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^3 - 4x + 1$ et $g(x) = x^2 + 7x - 8$.
1. Déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
2. Déterminer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
3. En déduire $f'(x) + g'(x)$.
4. Soit h la fonction définie par $h(x) = f(x) + g(x)$. Donner $h(x)$, l'expression de h en fonction de x.
5. Déterminer $h'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ et comparer avec $f'(x) + g'(x)$.

38 On donne les fonctions f et h définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 5$ et $h(x) = -5f(x)$.
1. Déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
2. En déduire $h'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

39 Calculer $f'(x)$ dans chacun des cas suivants.

a) $f(x) = \dfrac{1}{5}x$ **b)** $f(x) = \dfrac{4x^2}{3}$ **c)** $f(x) = \dfrac{-x^3}{7}$

40 Déterminer pour chaque fonction suivante sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.

a) $f(x) = \dfrac{5x^4}{7} - \dfrac{2x^3}{3} + x - \dfrac{9}{10}$ **b)** $g(x) = \dfrac{x^2 + x - 1}{2}$

c) $h(x) = \dfrac{3x - 8}{5}$

41 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x(2x - 7)$.
Déterminer sa fonction dérivée f'.

42 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x^2 + 1)(4 - x)$.
Déterminer sa fonction dérivée g'.

43 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \dfrac{(4x+9)^2}{6}$.
Déterminer sa fonction dérivée h'.

44 **Histoire des maths**

G. W. Leibniz est un mathématicien et philosophe allemand qui inventa avec I. Newton le concept de *différentielle* qui donnera plus tard la dérivation et les fonctions dérivées. La *différentielle de y fonction de x* se note dy.
Par exemple, si $y = x^2 - x$, on a :
$\mathrm{d}y = (2x - 1)\mathrm{d}x$ ou $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 2x - 1$.
On considère l'équation $y = -5t^2 + 3$.
Déterminer la *différentielle de y fonction de t*.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Étudier les variations d'une fonction

Méthode 2 p. 123

45 Soit f la fonction définie sur $[-10 ; 6]$ par :
$$f(x) = 2x^2 + 8x - 3.$$
1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $[-10 ; 6]$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x.
3. En déduire les variations de la fonction f sur $[-10 ; 6]$.

46 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = -x^2 + 8x - 5.$$
1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x.
3. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

47 f est définie sur $[-5 ; 5]$ par $f(x) = 1 - 3x^2$.
1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $[-5 ; 5]$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x.
3. En déduire les variations de la fonction f sur $[-5 ; 5]$.

48 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^3$.
1. Déterminer f' la fonction dérivée de f.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

49 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$g(x) = x^3 - 1.$$
1. Déterminer g' la fonction dérivée de g.
2. Étudier le signe de $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. En déduire les variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

50 Soit h la fonction définie sur $[0 ; 1]$ par :
$$h(x) = -5x^3 - x.$$
1. Déterminer h' la fonction dérivée de h.
2. Étudier le signe de $h'(x)$ sur $[0 ; 1]$.
3. En déduire les variations de la fonction h sur $[0 ; 1]$.

51 Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = -\frac{1}{5}x^2 - x + 3 \text{ et } g(x) = 5x^2 - \frac{3}{4}x - 9.$$
1. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
2. Étudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.

52 **Esprit critique**

Un professeur a demandé à ses élèves d'étudier les variations de la fonction g définie sur $[0 ; 9]$ par $g(x) = 3x - 12$.
Voilà la réponse d'un élève :

$g(x) > 0 \Leftrightarrow 3x - 12 > 0 \Leftrightarrow 3x > 12 \Leftrightarrow x > 4$

x	0		4		9
Signe de $g(x)$		−	0	+	
Variations de g	↘			↗	

Cet élève a-t-il fait une erreur ? Qu'en pensez-vous ?

53 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7.$$
1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$ et montrer que $f'(x) = (3x - 9)(x + 1)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$.
3. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

54 f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x$.
1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x.
3. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

55 Soit f la fonction définie sur $[0 ; 10]$ par :
$$f(x) = -2x^3 + \frac{25}{2}x^2 - 4x - 1.$$
1. Montrer que $f'(x) = (-6x + 1)(x - 4)$.
2. Étudier les variations de la fonction f sur $[0 ; 10]$.

56 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = -2x^3 + 6x^2 - 1.$$
Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Coup de pouce Factoriser $f'(x)$ par x.

57 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : **Calcul formel**
$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 8.$$
1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
2. Voici la capture d'écran de calculs effectués avec le logiciel Xcas.

```
resoudre(−x^2−2.5*x+1.5)
                                list [−3.0, 0.5]
resoudre(−x^2−2.5*x+1.5>0)
                         list[((x>−3) and (x<(1/2)))]
```

En déduire le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x et les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

58 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : Calcul formel

$$f(x) = x^3 - 9{,}5x^2 - 14x + 5.$$

1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.

2. Résoudre $f'(x) = 0$ et $f'(x) > 0$ avec Xcas.

3. En déduire le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x et les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

59 On injecte un médicament à un malade. SVT

La quantité de substance, exprimée en cm³, présente dans le sang du malade à l'instant t, exprimé en heures, est donnée par la fonction f définie sur $[0\ ;12]$ par :

$$f(t) = 0{,}02t^3 - 0{,}48t^2 + 2{,}88t.$$

1. Déterminer $f'(t)$ et vérifier que :

$$f'(t) = (0{,}06t - 0{,}24)(t - 12).$$

2. Étudier le signe de $f'(t)$ et en déduire les variations de f sur $[0\ ;12]$.

3. Au bout de combien d'heures la substance présente dans le sang commence-t-elle à diminuer ?

60 Pendant une épidémie sur une période de 18 jours, on a pu modéliser l'évolution de la maladie au cours du temps avec la fonction f définie sur $[0\ ;18]$ par : SVT

$$f(x) = -0{,}5x^3 + 9x^2.$$

Ainsi, le nombre de personnes atteintes par la maladie est donné, en milliers, par $f(x)$ et la variable x représente le temps écoulé, en jours.

Décrire l'évolution de cette maladie au cours du temps.

61 f est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f'(x) = 6x - 1$.

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse en justifiant.

a) $f(x) = 2x^3 - x$

b) f est décroissante sur $]-\infty\ ;0]$.

Déterminer le coefficient directeur d'une tangente

Pour les exercices suivants on appelle $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

62 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - x.$$

1. Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x.

2. En déduire le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

63 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + x.$$

Déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

64 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

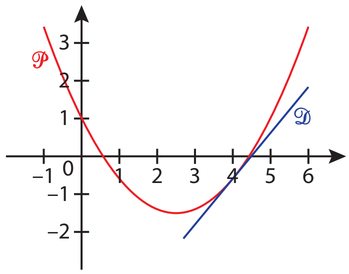
$$f(x) = x^2 - 2x + 1.$$

Démontrer que la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est horizontale.

65 La parabole $\mathscr{P}$ ci-dessous a pour équation :

$$y = 0{,}4x^2 - 2x + 1.$$

La droite $\mathscr{D}$ est tangente à la parabole au point d'abscisse 4. Calculer son coefficient directeur.



66 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 1.$$

1. Déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

3. Que peut-on en déduire pour la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f ?

67 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = ax^2 + bx + c$$

où a, b et c sont des nombres réels.

Sa représentation graphique dans un repère orthogonal est la parabole $\mathscr{P}$.

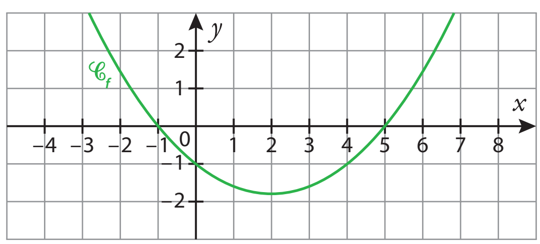
1. Sachant que $\mathscr{P}$ coupe l'axe des ordonnées au point C(0 ; –5) et admet une tangente de coefficient directeur –1 en ce point, déterminer les réels b et c.

2. On sait aussi que $\mathscr{P}$ passe par le point A(5 ; 10). En déduire le réel a.

3. En déduire l'expression de $g(x)$.

Lien entre la fonction f et sa dérivée f'

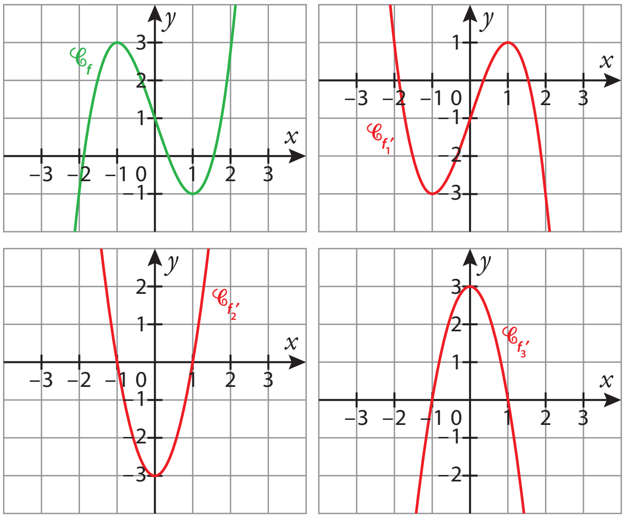
68 Oral On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



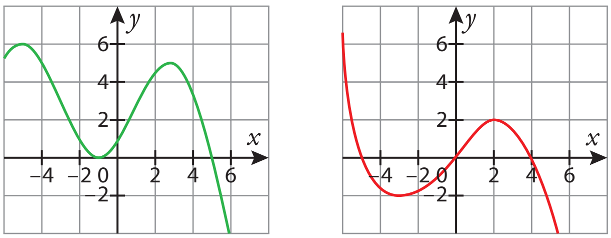
1. Décrire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

2. Soit f' la dérivée de f sur $\mathbb{R}$. Expliquer à l'oral comment on peut trouver le signe de $f'(x)$, puis le donner selon les valeurs du réel x.

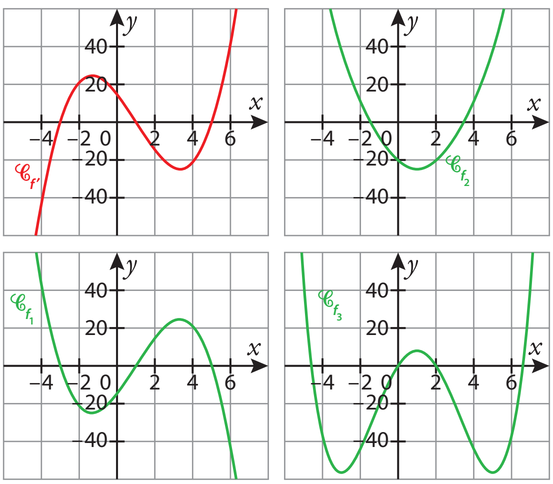
69 On donne ci-dessous, en vert, la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et, en rouge, trois représentations graphiques de fonctions f_1', f_2' et f_3' définies sur $\mathbb{R}$.
Parmi les trois fonctions f_1', f_2' et f_3', laquelle pourrait être la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$?



70 On donne ci-dessous les représentations graphiques d'une fonction f (en vert) et d'une fonction g (en rouge) définies sur $\mathbb{R}$. La fonction g est-elle la dérivée de la fonction f ? Justifier.



71 On donne ci-dessous, en rouge, la représentation graphique d'une fonction f' définie sur $\mathbb{R}$ et, en vert, trois représentations graphiques de fonctions f_1, f_2, et f_3 définies sur $\mathbb{R}$. Parmi les trois fonctions f_1, f_2, et f_3, laquelle pourrait-avoir pour dérivée f' ? Justifier.



72 Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ de dérivée f'. On donne ci-dessous le tableau de variations de f' sur $\mathbb{R}$. Déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f'		↘	5	↗	

73 Soit g une fonction dérivable sur $[0\,;+\infty[$ de dérivée g'. On donne ci-dessous le tableau de variations de g' sur $[0\,;+\infty[$.
Déterminer les variations de g sur $[0\,;+\infty[$.

x	0		1		$+\infty$
g'	-2	↗	0	↘	

74 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + px + q$ où p et q sont des réels.
Sachant que $f'(1) = 3$ et $f(2) = 0$, déterminer les réels p et q.

Déterminer un extremum

75 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = -x^2 + 3x + 1.$$
1. Déterminer f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x et en déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. La fonction f atteint-elle une valeur maximum ? Si oui, laquelle ?
4. La fonction f atteint-elle une valeur minimum ? Si oui, laquelle ?

76 Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par :
$$f(x) = x^3 - 12x - 5.$$
1. Déterminer f' la fonction dérivée de f.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de la fonction f sur $[0\,;+\infty[$.
3. Déterminer la valeur minimale de f sur $[0\,;+\infty[$.

77 **1.** À l'aide d'un logiciel de calcul formel, étudier les variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : **Calcul formel**
$$f(x) = -2x^3 + 21x^2 + 264x - 2\,700.$$
2. En déduire que f admet un maximum sur $[0\,;+\infty[$ et préciser la valeur de ce maximum.

78 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = -2x^2 + px + 12$$
où p est un nombre réel.
1. Exprimer $f'(x)$ en fonction de p.
2. Sachant que la fonction f atteint son maximum en 1, déterminer le réel p.

Modélisation

79 Analyser un problème Physique

Lors du transport de l'électricité depuis un générateur vers un récepteur, les câbles électriques fonctionnent comme des résistances et dissipent par effet Joule une partie de l'énergie destinée au récepteur. La puissance perdue par effet Joule dépend de l'intensité du courant et de la résistance du câble.

1. Dans un réseau électrique donné dont l'intensité peut varier entre 1 A et 5 A, on a obtenu la formule suivante, reliant la puissance P dissipée, en watts, et l'intensité I du courant, en ampères : $P(I) = 0{,}3I^2 - 2{,}4I + 9$.
Déterminer la valeur de l'intensité du courant pour laquelle la puissance dissipée est minimale.

2. Dans un second réseau électrique différent du premier, l'intensité peut varier entre 1 A et 4,5 A, et on a : $P(I) = 0{,}3I^2 - 3I + 14$. Déterminer la valeur de l'intensité du courant pour laquelle la puissance dissipée est minimale.

↪ Résolution de problèmes p. 124

80 Modéliser une évolution

Un artisan produit des vases en terre cuite. Sa capacité de production est limitée à 60 vases. Le coût de production, en euros, dépend du nombre de vases produits et peut être modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle [0 ; 60] par $C(x) = x^2 - 10x + 500$. Un vase est vendu 50 €. Les recettes, qui dépendent du nombre de vases produits et vendus, sont modélisées par une fonction R définie sur [0 ; 60].

1. Calculer le coût et la recette réalisés lorsque l'artisan produit et vend 50 vases.

2. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.

3. Le résultat, en euros, réalisé par l'artisan est modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle [0 ; 60] par $B(x) = R(x) - C(x)$.

a) Vérifier que $B(x) = -(x - 10)(x - 50)$.

b) Déterminer le nombre de vases à produire et à vendre pour que l'artisan réalise des bénéfices (c'est-à-dire pour que le résultat $B(x)$ soit positif).

4. On note B' la fonction dérivée de la fonction B sur l'intervalle [0 ; 60].

a) Déterminer $B'(x)$.

b) Dresser le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle [0 ; 60] et en déduire le nombre de vases à produire et vendre pour réaliser un bénéfice maximum.

(E3C 1re)

↪ Résolution de problèmes p. 65

81 Économie

Une entreprise fabrique des masques chirurgicaux. Le coût moyen de production d'un masque dépend de la quantité produite. Ce coût moyen est donné, en euros, par la fonction f définie sur]0 ; 5] par $f(x) = 0{,}5x^2 - 3x + 4{,}52$, où x est le nombre de masques fabriqués, en millions.

1. Lorsque l'entreprise produit 500 000 masques, quel est le coût moyen de fabrication d'un masque ?

2. Pour quelle quantité de masques produits le coût moyen est-il minimal ?

3. Quel est alors le coût moyen minimal de fabrication d'un masque ?

82 Analyser un problème Économie Calcul formel

L'évolution de l'emploi en France du 1er janvier 2007 au 1er janvier 2011 peut être modélisée par la fonction f définie sur [0 ; 4] par :

$$f(x) = 0{,}08x^3 - 0{,}47x^2 + 0{,}57x + 16{,}25$$

où $f(x)$ est le nombre de personnes ayant un emploi, en millions, et la variable x représente le temps, en années, depuis le 1er janvier 2007. À quel moment le nombre de personnes en emploi était-il maximal ?

Coup de pouce Utiliser un logiciel de calcul formel.

↪ Résolution de problèmes p. 124

83 Une coopérative laitière produit et vend jusqu'à 2 000 litres de lait par jour. La fonction f, définie sur [0 ; 2] par $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$, modélise le bénéfice journalier réalisé, en centaines d'euros, en fonction de la quantité de lait x produite et vendue, en milliers de litres.

1. Vérifier que $f'(x) = (x - 2)(x - 4)$.

2. En déduire que le bénéfice journalier est croissant.

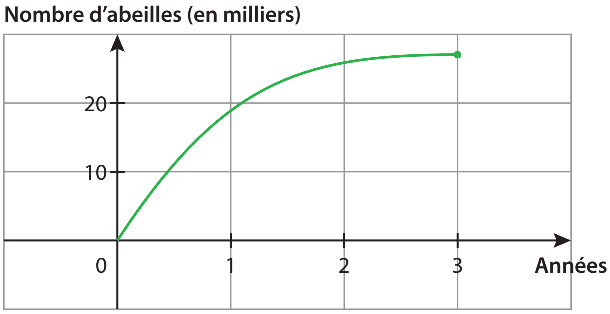
3. La coopérative souhaite augmenter sa production de 1 000 litres. Elle suppose que son bénéfice va suivre le modèle donné par la fonction f. Son bénéfice va-t-il continuer à augmenter pour chaque litre supplémentaire produit et vendu entre 2 000 et 3 000 litres ?

84 Une entreprise a évalué les performances des microprocesseurs qu'elle fabrique depuis dix ans. La fonction f, définie sur [0 ; 10] par $f(x) = -0{,}01x^2 + 0{,}4x + 1$, modélise la performance, en Ghz, des modèles successifs de microprocesseurs en fonction du temps x, en années.
On suppose que ce modèle se poursuivra dans les années à venir.
Pour chaque affirmation suivante, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant.

a) La directrice de production affirme que les performances du microprocesseur vont augmenter tout au long des dix années à venir.

b) La vitesse de progression des performances sera encore meilleure dans 10 ans qu'actuellement.

85 La population d'abeilles dans un rucher a été étudiée pendant trois ans. Les résultats obtenus ont permis de réaliser la courbe suivante.



L'apiculteur aimerait connaître l'évolution possible du nombre d'abeilles pour les prochaines années.
La courbe étant celle de la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x$, que répondre à cet apiculteur ?

Coup de pouce Montrer que $f'(x) = 3(x-3)^2$.

86 Calcul formel

D'après les prévisions météo, la température, en degrés Celsius, dans une ville pendant les prochaines 24 heures pourrait être modélisée par la fonction f définie sur $[0 ; 24]$ par $f(x) = -0{,}01x^3 + 0{,}3x^2 - 1{,}92x + 25{,}1$.
Les autorités météo peuvent signaler une « vigilance jaune canicule » si la température atteint 31 °C.
1. Déterminer $f'(x)$.
2. À l'aide de Xcas, étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0 ; 24]$, puis dresser le tableau de variations de f sur $[0 ; 24]$ en indiquant les valeurs des extremums.
3. Les autorités météo doivent-elles déclarer une « vigilance jaune canicule » ?
4. Entre quelles heures la température sera-t-elle supérieure à 30 °C ?

87 Le prix d'une œuvre d'art a fluctué pendant douze ans.
La fonction f définie sur $[0 ; 12]$ par $f(x) = \dfrac{2}{30}x^3 - x^2 + 3{,}2x + 10{,}5$ donne le prix, en milliers d'euros, de l'œuvre d'art en fonction du temps, en années écoulées depuis son achat en 2010.
1. À quel prix a-t-elle été vendue en 2010 ?
2. **a)** Démontrer que $f'(x) = 0{,}2(x-2)(x-8)$.
b) En quelle année son prix a-t-il été minimal ? Justifier.
c) En déduire, à l'euro près, la valeur de ce prix minimal.

À chacun son rythme

88 Trois joueurs de basket tirent successivement un lancer-franc. Le panier est situé à 5,8 m du lanceur et à une hauteur de 3,05 m. On s'intéresse aux conditions de réussite des lancers-francs de ces trois joueurs.

Énoncé A

La courbe ci-contre représente la trajectoire du ballon de basket lancé par le premier joueur situé au point J vers le panier situé au point P.
Cette courbe correspond à la fonction f définie sur $[0 ; 5{,}8]$ par $f(x) = -0{,}4x^2 + 2{,}5x + 2{,}006$.
1. Déterminer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f sur l'intervalle $[0 ; 5{,}8]$.
3. Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon ?

Énoncé B

Le deuxième joueur effectue un lancer qui suit une trajectoire différente modélisée par la fonction g définie sur $[0 ; 5{,}8]$ par $g(x) = -\dfrac{4}{9}x^2 + \dfrac{25}{9}x + 1{,}89$.
1. À quelle distance du joueur le ballon a-t-il atteint sa hauteur maximale ?
2. Le joueur va-t-il atteindre le panier ?

Énoncé C

Le troisième joueur lance le ballon. Soit h la fonction modélisant la trajectoire du ballon et h' sa dérivée. Les données initiales du lancer sont telles que $h(0) = 1{,}8$ et $h'(0) = 2{,}1$. Sachant que le joueur a réussi à marquer le panier, déterminer la fonction h sous la forme $h(x) = ax^2 + bx + c$.

Exercices de synthèse

89 Fonction et dérivée

Associer chaque expression de fonctions polynômes avec l'expression de sa fonction dérivée.

	$f(x)$
1	$x^2 - 3x$
2	$5 - x^3 + x$
3	$-2x^2 + 3x - 4$
4	$3x^3 + 2x + 1$
5	$3x^2 - 7x^3$
6	$2x^3 - x + 6$

	$f'(x)$
a	$6x - 21x^2$
b	$2x - 3$
c	$-4x + 3$
d	$6x^2 - 1$
e	$-3x^2 + 1$
f	$9x^2 + 2$

90 Vrai ou faux ?

On considère la fonction f dont on donne le tableau de variations.

x	$-\infty$	-5	$+\infty$
Variations de f	↘	0	↗

On note f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
Pour chaque affirmation ci-dessous, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant.

a) f' est négative sur l'intervalle $]-\infty\,;-5]$.
b) f est négative sur l'intervalle $]-\infty\,;-5[$.
c) Pour tout réel x de l'intervalle $[-5\,;+\infty[$, $f'(x) \geqslant 0$.
d) f admet un maximum sur $\mathbb{R}$.
e) f admet un minimum sur $\mathbb{R}$, pour $x = -5$.
f) Pour tout réel x, $f(x) \geqslant 0$.
g) f est croissante sur $[0\,;+\infty[$.

91 Variations de population

L'évolution de la population, en milliers d'habitants, du département de la Mayenne peut être modélisée, entre 1866 et 2006 par la fonction f définie sur $[0\,;140]$ par $f(x) = 0{,}02x^2 - 3{,}4x + 380$ où x représente le nombre d'années écoulées à partir de 1866.

1. Combien d'habitants y avait-il en Mayenne en 1866 selon ce modèle ? Et en 2000 ? (Arrondir au millier près.)
2. En quelle année le nombre d'habitants était-il le plus bas ?
3. Décrire l'évolution de la population en Mayenne entre 1866 et 2006.
4. Si l'évolution se poursuit à l'avenir selon ce modèle, combien d'habitants pourrait-il y avoir en 2040 en Mayenne ?

92 Chiffre d'affaires – Coût = Bénéfice

Économie

Une entreprise produit des tablettes tactiles avec un maximum de production de 30 000 unités par mois. Soit x le nombre de milliers de tablettes produites. Le coût de production, en milliers d'euros, est modélisé par la fonction C définie sur $[0\,;30]$ par :

$$C(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 22x^2 + 96x.$$

1. Chaque tablette est vendue 480 €. Le chiffre d'affaires de l'entreprise correspond au total des ventes. Déterminer en fonction de x l'expression du chiffre d'affaires, que l'on notera $A(x)$.
2. Le bénéfice $B(x)$ de l'entreprise est la différence entre le chiffre d'affaires et le coût de production.
Montrer que le bénéfice de l'entreprise est égal à :

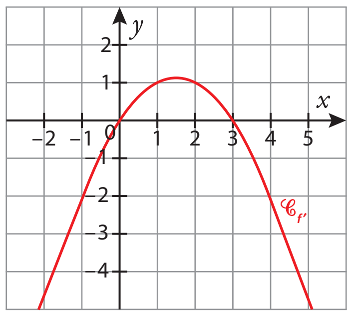
$$B(x) = \frac{1}{3}x^3 - 22x^2 + 384x.$$

3. a) Montrer que $B'(x) = (x - 12)(x - 32)$ sur $[0\,;30]$.
b) Étudier le signe de $B'(x)$, puis les variations de B.
4. Donner la production à réaliser pour obtenir le bénéfice maximal et donner la valeur de ce bénéfice.

(D'après bac.)

93 Courbe représentative de la dérivée

On donne ci-dessous la représentation graphique de la dérivée f' d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



1. Dresser le tableau de signes de f' sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.
3. Quel est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2 ?

94 Paramètre

Soit m un réel. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + mx^2 + 8$ et $\mathscr{C}_f$ est sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. À quelle valeur doit être égal m pour que la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -1 soit parallèle à l'axe des abscisses ?
2. En utilisant la valeur de m trouvée à la question précédente, étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Coup de pouce Factoriser $f'(x)$ par x.

3. En déduire que 8 est le minimum de f sur l'intervalle $[-1{,}5\,;+\infty[$.

95 Coût margial et coût moyen minimum

Économie

Une entreprise fabrique un produit cosmétique. Son coût total de fabrication C_T, en milliers d'euros, dépend de la quantité q, en tonnes, de produit fabriqué. Il peut être modélisé par la fonction C_T définie sur [0 ; 10] par :

$$C_T(q) = q^3 - 12q^2 + 60q.$$

1. Déterminer $C_T'(q)$ et montrer que $C_T'(q) = 3(q-4)^2 + 12$.

2. En déduire les variations de C_T sur [0 ; 10].

3. Le coût moyen par tonne est égal à :

$$C_M(q) = \frac{C_T(q)}{q}, \text{ avec } q > 0.$$

a) Calculer $C_M(4)$. Interpréter le résultat.

b) Déterminer l'expression du coût moyen C_M en fonction de q.

c) Déterminer la quantité fabriquée pour laquelle le coût moyen est minimal.

4. Le coût marginal de fabrication est le coût induit par une variation de la production. Il peut se calculer en dérivant le coût total. On a $C_m(q) = C'_T(q)$.

Déterminer $C_m(q)$ pour tout réel q.

5. Résoudre l'équation $C_m(q) = C_M(q)$ sur l'intervalle]0 ; 10].

6. Commenter l'affirmation : « Le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal. »

96 Courbe de tendance polynomiale

Tableur

Dans un supermarché ouvert de 10 h à 18 h 30, on a relevé le nombre de clients présents dans le magasin à différentes heures de la journée. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Heure	10	12	14	16	18
Nombre de clients	72	25	56	117	160

1. À l'aide d'un tableur, représenter le nuage de points associé à ce tableau, puis afficher la courbe de tendance polynomiale de degré 3, ainsi que son équation. L'écrire.

Coup de pouce Clic droit sur les points du nuage ; « Ajouter une courbe de tendance » ; cocher les cases « polynomiale degré 3 » et « afficher l'équation sur le graphique ».

2. Le gérant du supermarché hésite à ouvrir entre 18 h 30 et 20 h. Que peut-on lui conseiller ?

Coup de pouce Montrer que :
$-3t^2 + 91{,}5t - 666 = (-3t + 36)(t - 18{,}5)$.

97 Choisir le bon schéma

Économie

Un fabricant de briques de lait a la contrainte suivante : pour des questions de conditionnement, les briques (qui sont des pavés droits) ont une base rectangulaire dont la longueur est le double de la largeur. Quelles doivent être les dimensions de cette brique pour que son volume soit 1 litre et que la quantité de carton utilisée pour la confectionner soit minimale ?

Coup de pouce Utiliser un logiciel de calcul formel pour déterminer la dérivée et étudier son signe.

Résolution de problèmes p. 42

98 Dérivée d'un produit de fonctions

Soit u et v les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x^2$ et $v(x) = x$.

1. Donner $u'(x)$ et $v'(x)$.

En déduire, pour tout réel x, le produit $u'(x) \times v'(x)$.

2. a) Justifier que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = u(x) \times v(x)$ est la fonction cube.

b) En déduire, pour tout réel x, $g'(x)$.

3. Que peut-on penser de la proposition suivante : « La dérivée du produit de deux fonctions est égale au produit des dérivées de chacune de ces fonctions » ?

4. On admet que si u et v sont des fonctions dérivables sur I, alors la fonction f définie par $f(x) = u(x) \times v(x)$ est dérivable sur I et $f'(x) = u'(x) \times v(x) + v'(x) \times u(x)$.

En utilisant cette formule, calculer la dérivée des fonctions suivantes.

a) $f(x) = x^3(1 - 5x)$ **b)** $h(x) = (x^2 - 11)(7x^2 - 2x + 9)$

99 Distance minimale

Défi

Le plan est muni d'un repère orthonormé. Soit A(4 ; 5) un point du plan et M(x ; y) un point de la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 0{,}5x$. Déterminer les coordonnées du point M de façon que la distance AM soit minimale.

Coup de pouce On admettra que AM est minimale lorsque AM^2 est minimale.

100 Polynôme de degré 4

Calcul formel

À l'aide d'un logiciel de calcul formel, étudier les variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 0{,}25x^4 - x^3 - 6{,}5x^2 + 15x.$$

101 Fonction inconnue

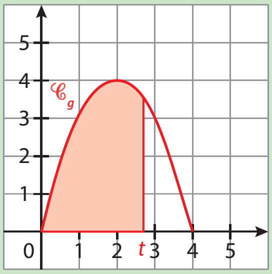
Soit f la fonction polynôme de degré 3 dont la courbe représentative passe par l'origine O du repère et a une tangente en O de coefficient directeur égal à 5. On sait aussi qu'elle admet deux tangentes parallèles à l'axe des abscisses respectivement en –1 et en 5.

Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Vers les Maths complémentaires

102 Calcul d'aire

On considère le domaine orange sur la figure ci-contre, délimité par la courbe de la fonction g définie sur $[0\,;4]$ par $g(x) = -x^2 + 4x$, par l'axe des abscisses et par la droite verticale d'équation $x = t$, où t est un réel compris entre 0 et 4.



Soit f la fonction qui au réel t associe l'aire $f(t)$ du domaine orange.

1. Quel est le sens de variation de la fonction f sur $[0\,;4]$?

2. On admet que f est la fonction telle que, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;4]$, $f'(t) = g(t)$ et $f(0) = 0$.

Vérifier que la fonction h définie par $h(t) = -\dfrac{t^3}{3} + 2t^2$ vérifie ces deux conditions.

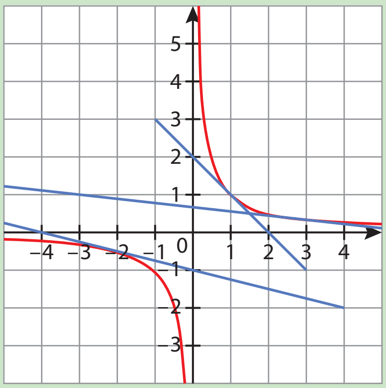
Dans la suite on admettra $f(t) = h(t)$ pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;4]$.

3. En déduire l'aire du domaine orange lorsque $t = 4$.

103 Dérivée de la fonction inverse

L'hyperbole $\mathscr{H}$ ci-dessous représente la fonction inverse

$$f : x \mapsto \frac{1}{x} \text{ sur } \mathbb{R}^*.$$



On a relevé le nombre dérivé $f'(x)$ pour quelques valeurs de x.

1. Compléter les cases manquantes, par lecture graphique du coefficient directeur de la tangente correspondante.

x	-3	-2	-1	1	2	3
$f'(x)$	$-\frac{1}{9}$		-1		$-\frac{1}{4}$	

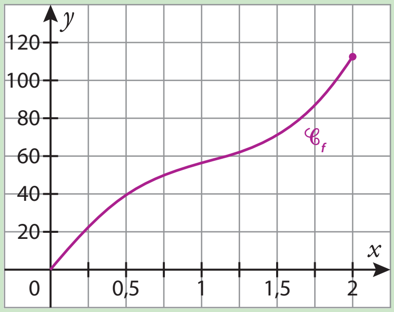
2. Conjecturer l'expression de $f'(x)$ en fonction de x.

104 Dérivée seconde

Point cours

On appelle **dérivée seconde** de f la fonction f'' dérivée de la fonction f'.

Un automobiliste a pu modéliser la distance parcourue (en km) en fonction du temps écoulé (en heures) entre 10 h 00 et 12 h 00 lors d'un trajet. Cette modélisation est représentée sur le graphique ci-dessous et correspond à la fonction f définie sur $[0\,;2]$ par $f(x) = 32x^3 - 96x^2 + 120$.



Sa vitesse, en km/h, est donnée par $f'(x)$ sur $[0\,;2]$.

1. a) Calculer sa vitesse à 10 h 00. Reproduire la courbe, puis tracer sur le graphique la tangente correspondante.

b) Faire de même à 10 h 45.

c) En observant le graphique, décrire l'évolution de sa vitesse tout au long de son parcours. À quelle heure sa vitesse semble-t-elle minimale ?

2. Afin de valider les observations précédentes, on va étudier les variations de la fonction f' sur $[0\,;2]$.

a) Déterminer $f''(x)$ la dérivée seconde de f.

b) Étudier le signe de $f''(x)$ et en déduire les variations de f' sur l'intervalle $[0\,;2]$.

c) Quelle et sa vitesse minimale ?

105 Équations du 3e degré

Soit f la fonction définie sur $[-2\,;5]$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$.

1. Montrer que $f'(x) = 3(x-3)(x+1)$.

2. Justifier qu'on obtient alors le tableau de variations suivant.

x	-2	-1	3	5
Variations de f	-2 ↗	5 ↘	-27 ↗	5

3. D'après le tableau ci-dessus, conjecturer le nombre de solutions de l'équation :

$$x^3 - 3x^2 - 9x = 0.$$

4. En s'appuyant sur le tableau de variations de f, conjecturer le nombre de solutions de l'équation $x^3 - 3x^2 - 9x = k$ selon les valeurs du réel k.

CARTES FLASH
Mémoriser le cours
www.lienmini.fr/7822-5

Préparer le contrôle Je révise

Objectif

1 Dériver une fonction

Fonction dérivée

On appelle **fonction dérivée** de f sur un intervalle I la fonction qui à tout réel x de I associe $f'(x)$, le nombre dérivé de f en x. On la note f'.

Dérivées des fonctions usuelles

Fonction f	Dérivée f'
Constante : $f(x) = c$	$f'(x) = 0$
Identité : $f(x) = x$	$f'(x) = 1$
Carré : $f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$
Cube : $f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$

Dérivées et opérations

u et v sont des fonctions et k est un nombre réel.

Fonction f	Dérivée f'
$f(x) = k \times u(x)$	$f'(x) = k \times u'(x)$
$f(x) = u(x) + v(x)$	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Objectif

2 Utiliser les variations d'une fonction

Signe de $f'(x)$ et variations de f

- La fonction f est **croissante** sur un intervalle I si et seulement si, pour tout réel x de I, $\boldsymbol{f'(x) \geqslant 0}$.

Signe de $f'(x)$	+
Variations de f	↗

- La fonction f est **décroissante** sur un intervalle I si et seulement si, pour tout réel x de I, $\boldsymbol{f'(x) \leqslant 0}$.

Signe de $f'(x)$	−
Variations de f	↘

- La fonction f est **constante** sur un intervalle I si et seulement si, pour tout réel x de I, $\boldsymbol{f'(x) = 0}$.

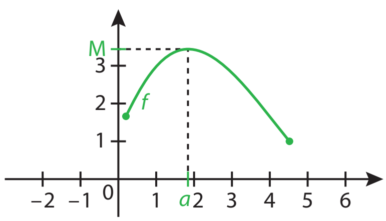
Objectif

3 Déterminer un extremum

Maximum

On dit que f a pour **maximum** M sur un intervalle I s'il existe a dans I tel que $f(a) = M$ et $f(x) \leqslant M$ pour tout $x \in$ I. Autrement dit, M (s'il existe) est l'ordonnée du point le plus haut de la courbe de f sur I, et a est l'abscisse de ce point.

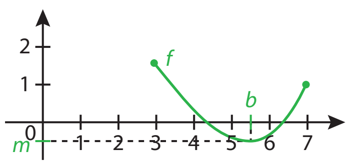
x	a
Variations de f	↗ M ↘



Minimum

On dit que f a pour **minimum** m sur un intervalle I s'il existe b dans I tel que $f(b) = m$ et $f(x) \geqslant m$ pour tout $x \in$ I. Autrement dit, m (s'il existe) est l'ordonnée du point le plus bas de la courbe de f sur I, et b est l'abscisse de ce point.

x	b
Variations de f	↘ m ↗



Préparer le contrôle Je me teste

QCM INTERACTIF
Tester ses connaissances
www.lienmini.fr/7822-26

QCM Choisir la (les) bonne(s) réponse(s).

Objectif
1 Dériver une fonction

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et f' sa fonction dérivée.

	A	B	C	D
106 $f(x) = 4{,}1x^3$. Alors $f'(x)$ est égal à :	$4{,}1x^2$	$3x^2$	$12{,}3x^2$	0
107 $f'(x) = 1 - 2{,}5x$. $f(x)$ est égal à :	$-\dfrac{5}{2}$	$x^2 - 2{,}5$	$x - \dfrac{5x^2}{4}$	$-1{,}25x^2 + x$
108 $f'(x) = \dfrac{x^2-4}{3}$. $f(x)$ est égal à :	$\dfrac{1}{3}(x-2)(x+2)$	$\dfrac{2x}{3}$	$\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{4x}{3} - 7$	$\dfrac{x^3 - 12x + 1}{9}$

Objectif
2 Étudier les variations d'une fonction

	A	B	C	D
109 f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$. Sa dérivée f' est telle que $f'(3) = 0$ et $f'(7) = 0$. On sait aussi que : $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3$ ou $x > 7$.	f est croissante sur $]-\infty\ ;3]$.	f' est strictement négative sur $[3\ ;7]$.	f est décroissante sur $[3\ ;7]$.	f est croissante sur $\mathbb{R}\backslash\{3\ ;7\}$.
110 g est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que, pour tout réel x, $g'(x) = -x + 2$. Alors la fonction g est :	décroissante sur $\mathbb{R}$	positive sur $]-\infty\ ;2]$ et négative sur $[2\ ;+\infty[$	croissante sur $]-\infty\ ;2]$ et décroissante sur $[2\ ;+\infty[$	croissante sur $\mathbb{R}$
111 h est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que, pour tout réel, $h'(x) = -x(4x+3)$. Alors la fonction h est :	décroissante sur $]-\infty\ ;0]$	croissante sur $\left[-\dfrac{3}{4}\ ;0\right]$	négative sur $\left]-\infty\ ;-\dfrac{3}{4}\right]$	décroissante sur $[0\ ;+\infty[$
112 p est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $p(x) = 0{,}25x^2 + 5x - 1$. Alors p est :	croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$	croissante sur $[-2{,}5\ ;+\infty[$	décroissante sur $]-\infty\ ;-10]$	décroissante sur $[-20\ ;10]$

Objectif
3 Déterminer un extremum

	A	B	C	D
113 f est la fonction de l'exercice **109**.	$f(3)$ est le maximum de f sur $]-\infty\ ;5]$.	f admet un minimum en $x = 0$.	f admet un maximum sur $[0\ ;10]$ en $x = 5$.	$f(7)$ est le minimum de f sur $[3\ ;+\infty[$.
114 g est la fonction de l'exercice **110**.	g n'a pas de maximum sur $\mathbb{R}$.	g a un minimum en $x = 2$.	g a un maximum en $x = 2$.	g n'a pas de minimum sur $\mathbb{R}$.
115 h est la fonction de l'exercice **111**.	Sur $[-0{,}5\ ;0{,}5]$, h admet un minimum en $x = 0$.	Sur $]-\infty\ ;0]$, h admet un minimum en $x = -\dfrac{3}{4}$.	$h(0)$ est le maximum de h sur $[-0{,}5\ ;+\infty[$.	$h\left(\dfrac{3}{4}\right)$ est le maximum de h sur $[0\ ;+\infty[$.
116 p est la fonction de l'exercice **112**.	p n'a pas de maximum sur $\mathbb{R}$.	74 est le minimum de p sur $\mathbb{R}$.	p a un extremum en $x = -2{,}5$.	p n'a pas de minimum sur $\mathbb{R}$.

Corrigés p. 141

Parcours différenciés

	Objectif 1	Objectif 2	Objectif 3
Parcours A	1 117	3 120	76 124
Parcours B	37 118	46 121	76 125
Parcours C	37 119	46 122	76 126

Exercices

Objectif 1 Dériver une fonction

117 La fonction f définie par $f(x) = x^3 - 3x + 7$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
Déterminer sa fonction dérivée f'.

118 On considère la fonction g définie sur $[0\,;+\infty[$ par $g(x) = \frac{5}{7}(x^2 + 2x)$.
Déterminer sa fonction dérivée g'.

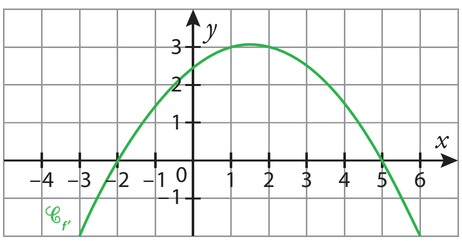
119 Soit f la fonction définie sur $[-5\,;5]$ par $f(x) = \frac{3x(x-7)}{2}$. Déterminer sa fonction dérivée f'.

Objectif 2 Étudier les variations d'une fonction

120 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0{,}5x^2 + x$.
1. Déterminer la dérivée f'.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs du réel x.
3. En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

121 f est la fonction définie sur $[-1\,;5]$ par $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 8x$.
1. Montrer que $f'(x) = (2-x)(x-4)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x et dresser le tableau complet de variations de f sur $[-1\,;5]$.

122 On donne ci-dessous la représentation graphique de la fonction f' dérivée d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

123 g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$g(x) = x^3 - 9x^2 + 20.$$
Étudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.

Objectif 3 Déterminer un extremum

124 Soit f la fonction définie sur $[-10\,;1]$ par :
$$f(x) = -0{,}1x^2 - x + 2.$$
1. Déterminer la dérivée f'.
2. Étudier le signe de f' et en déduire les variations de f sur $[-10\,;1]$.
3. Quelle est la valeur maximale de f sur $[-10\,;1]$?

125 La fonction f définie sur $[13\,;20]$ par $f(x) = 0{,}56x^2 - 17{,}92x + 222{,}36$ modélise la consommation électrique (en gigaWatts) d'un foyer français entre 13 h et 20 h.
1. À quelle heure la consommation est-elle minimale ?
2. À quelle heure la consommation est-elle maximale ?

126 SVT Lors d'une épidémie observée sur une période de onze jours, un institut de veille sanitaire a étudié l'évolution du nombre de personnes malades. La fonction f définie sur $[0\,;11]$ par :
$$f(t) = -t^3 + \frac{21}{2}t^2 + \frac{45}{4}t$$
modélise le nombre $f(t)$ de personnes malades (en milliers) en fonction de la durée t écoulée (en jours) depuis le début de l'épidémie.
Soit f' la fonction dérivée de f.
Le nombre $f'(t)$ représente la vitesse d'évolution de la maladie, t jours après l'apparition des premiers cas.
1. Montrer que $f'(t) = -3\left(t + \frac{1}{2}\right)\left(t - \frac{15}{2}\right)$.
2. Au bout de combien de jours le pic de l'épidémie a-t-il été atteint ?
Combien de personnes malades y avait-il lors de ce pic épidémique ?

Corrigés p. 141

Lexique

Consignes (vocabulaire des)

Associer Unir des éléments dans lesquels on voit des points communs.

Balayer Observer des tableaux de valeurs successifs en réduisant au fur et à mesure le pas pour avoir un encadrement de plus en plus précis de la valeur cherchée.

Calculer Fournir une valeur numérique à l'aide des règles de calculs.

Chercher Tester plusieurs possibilités à partir des informations données dans l'énoncé, essayer de faire le lien avec des propriétés connues, utiliser la calculatrice ou un logiciel.

Communiquer Expliquer un raisonnement à l'écrit ou à l'oral, expliquer une démarche même si celle-ci n'aboutit pas à l'aide de phrases, de formules, de schémas…

Comparer Comparer deux nombres signifie déterminer s'ils sont égaux ou lequel est plus grand que l'autre.

Conjecturer Émettre une supposition à partir d'observations.

Démontrer À partir des éléments connus, effectuer un raisonnement ou un calcul pour obtenir le résultat ou la propriété cherchée.

Développer Écrire un produit sous forme d'une somme équivalente.

Encadrer Encadrer un nombre x, c'est donner un couple de valeurs $(a\,;b)$ entre lesquelles on est sûr que ce nombre se trouve.
On écrit une double inégalité : $a \leqslant x \leqslant b$.

Expliquer Rendre compréhensible un raisonnement, une idée.

Interpréter Faire une phrase situant le résultat obtenu dans le contexte (souvent concret) de l'exercice.

Modéliser Décrire une situation concrète en utilisant les connaissances mathématiques, par exemple : écrire une équation ou une fonction permettant d'étudier la situation proposée.

Représenter Fournir une information sous forme graphique : figures codées en géométrie, courbe d'une fonction, arbre ou schéma en probabilité, …

Résoudre Trouver toutes les solutions possibles.

Optimiser Résoudre un problème consistant à trouver le maximum ou le minimum d'une fonction sur un ensemble.

Raisonner ↪ **Démontrer**

Simplifier (une fraction) Opération qui consiste à diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul afin d'obtenir le numérateur et le dénominateur les plus petits possibles.

A

Accroissement d'une fonction affine p. 62

Allure d'une courbe
Schéma ou phrases décrivant simplement la courbe représentative d'une fonction.

Antécédent (fonction)
Le (les) nombres de l'ensemble de définition de la fonction f qui a (ont) pour image le nombre donné.

Arbre de probabilités p. 40

C

Coefficient directeur p. 62

Continu (phénomène) p. 62

Coordonnées
Ce sont deux nombres appelés abscisse et ordonnée définissant la position d'un point par rapport à l'origine d'un repère du plan.

Courbe représentative d'une fonction
Ensemble des points de coordonnées $(x\,;y)$ qui vérifient $y = f(x)$ pour x appartenant à l'ensemble de définition de f.

Croissance exponentielle p. 82

Croissance linéaire p. 62

Croissante (fonction)
Une fonction f est croissante sur un intervalle I si $f(x)$ augmente quand x augmente sur I.

Croissante (suite) p. 60 et 82

D

Décroissante (fonction)
Une fonction f est décroissante sur un intervalle I si $f(x)$ diminue quand x augmente sur I.

Décroissante (suite) p. 60 et 82

Diagramme circulaire
Type de graphique en forme de disque composé de secteurs angulaires dont les angles sont proportionnels aux effectifs ou fréquences de chaque valeur.

Diagramme en barres
Type de graphique constitué de barres dont les hauteurs donnent les effectifs ou les fréquences de chaque valeur.

Discret (phénomène) p. 62

E

Effectif (d'une valeur)
Nombre de fois où la valeur apparaît.

Effectif total
Nombre de valeurs dans une série statistique.

Ensemble de définition (fonction)
Ensemble des nombres pour lesquels il existe une image par la fonction *f*.

Épreuve
Synonyme d'expérience aléatoire.

Équation
Égalité dans laquelle apparaît une inconnue dont on cherche à trouver la ou les valeurs éventuelles pour lesquelles l'égalité est vérifiée.

Événement
Sous-ensemble de l'univers qui s'écrit comme un ensemble d'issues ou se décrit avec des phrases.

Événements indépendants p. 40

Évolution réciproque
Évolution de la valeur V_A à la valeur V_D quand on a une évolution de la valeur V_D à la valeur V_A.

Évolutions successives
Évolution d'une valeur V_1 à une valeur V_2 suivie d'une évolution de la valeur V_2 à une valeur V_3.

Expérience aléatoire
Expérience dont les issues sont connues sans que l'on puisse déterminer laquelle sera réalisée.

Extremum
Maximum ou minimum d'une fonction.

F

Feuille de calcul
Fichier tableur dans lequel les calculs peuvent être automatisés à l'aide de formules et qui permet entre autres de mettre en forme les données dans des graphiques.

Fonction
Définir une fonction *f* sur un ensemble $\mathscr{D}$, c'est associer à chaque élément de l'ensemble $\mathscr{D}$ un unique réel.

Fonction affine p. 62

Fonction dérivée p. 122

Fonction exponentielle p. 84

Fréquence, fréquence conditionnelle, fréquence marginale p. 38

I

Image (fonction)
Nombre associé à x par la fonction *f*. Il est noté $f(x)$.

Inconnue
Valeur indéterminée dont on cherche à déterminer les valeurs possibles.

Indépendance (de deux événements) p. 40

Inéquation
Inégalité dans laquelle apparaît une inconnue dont on cherche à trouver la ou les valeurs éventuelles pour lesquelles l'inégalité est vérifiée.

Issues
Résultats possibles d'une expérience aléatoire.

L

Loi (de probabilité)
Donner une loi de probabilité associée à une expérience aléatoire, c'est en donner toutes les issues et attribuer une probabilité (un nombre compris entre 0 et 1) à chacune d'elles. On peut présenter les résultats sous la forme d'un tableau.

M

Maximum/minimum
Plus grande ou plus petite valeur atteinte par une fonction sur son ensemble de définition.

Modéliser ↪ résolution de problèmes **p. 65 et 86**

Monotone (fonction)
Si *f* ne change pas de variation sur un intervalle I, on dit que *f* est monotone sur I.

Monotone (suite) p. 98

N

Nombre dérivé p. 104

Nuage de points p. 17

O

Ordonnée à l'origine p. 62

P

Pente (d'une tangente) p. 104

Pourcentage

Proportion exprimée à l'aide d'une fraction de dénominateur 100.

On note alors le numérateur suivi du signe %.

Pourcentage d'évolution

Exprime une hausse ou une baisse d'une valeur et se traduit en un coefficient multiplicateur.

Probabilité

Nombre entre 0 et 1 associé à chaque issue d'une expérience aléatoire et dont la somme est égale à 1.

Probabilité conditionnelle p. 38

Proportion d'une valeur

Effectif de la valeur divisé par l'effectif total.

R

Raison p. 60 et 82

Recette

Somme d'argent encaissée.

S

Sécante (à une courbe) p. 104

Sens de variation (fonction)

Étudier le sens de variation d'une fonction, c'est dire sur quels intervalles elle est croissante et sur quels intervalles elle est décroissante.

Sens de variation (suite) p. 60 et 82

Seuil p. 64

Signe (d'une fonction)

Déterminer le signe d'une fonction, c'est déterminer pour quelles valeurs $f(x) > 0$, $f(x) < 0$ et $f(x) = 0$.

Succession (d'épreuves)

Expériences aléatoires qui s'enchaînent et dont on considère le résultat final.

Suites (arithmétiques et géométriques) p. 60 et 82

T

Tableau croisé p. 17

Tableau de signes

Donne le signe d'une fonction. La première ligne indique les éléments de l'ensemble de définition et les éventuelles valeurs de x pour lesquelles la fonction f s'annule. La deuxième ligne indique le signe de la fonction avec les signes + ou –.

Tableau de valeurs

Donne les images de nombres par une fonction f. La première ligne indique les nombres choisis dans l'ensemble de définition de la fonction. La deuxième ligne indique les images des nombres choisis.

Tableau de variations

Donne le sens de variation d'une fonction. La première ligne indique les éléments de l'ensemble de définition et les éventuelles valeurs de x pour lesquelles la fonction f change de sens de variation. La deuxième ligne indique le sens de variation de la fonction avec des flèches et les images éventuelles des nombres de la première ligne.

Tangente (à une courbe) p. 104

Taux d'accroissement p. 62

Terme (d'une suite) p. 60 et 82

Terme général d'une suite p. 60 et 82

U

Univers

Ensemble des issues associées à une expérience aléatoire.

V

Valeur numérique

Valeur de l'expression dans laquelle on a remplacé chacune des variables par des nombres.

Variable (fonction)

Valeur non fixée de l'ensemble de définition d'une fonction représentée par une lettre, généralement x.

Vitesse moyenne

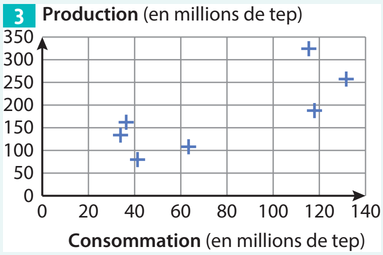
Pour une distance d parcourue en un temps t, la vitesse moyenne est $\frac{d}{t}$. Son unité est le quotient des unités de distance et de temps utilisées pour la calculer.

1 Analyse de l'information chiffrée

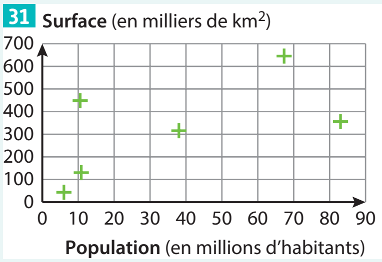
1

	Véhicules 2	Véhicules 3	Total
0 enfant scolarisé	5	1	6
1 enfant scolarisé	0	1	1
2 enfants scolarisés	2	3	5
Total	7	5	12

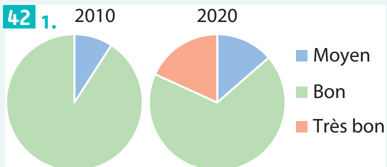
3



31



42 **1.**



2. Entre 2010 et 2020, on constate l'apparition d'un secteur angulaire « Très bon » : l'état écologique des cours d'eau s'est amélioré.

47 **1.** Colonne E **2.** Non
3. $E1="Non" **4.** A2:B48

59 B **60** B et C **61** C

62 A **63** D **64** B et C

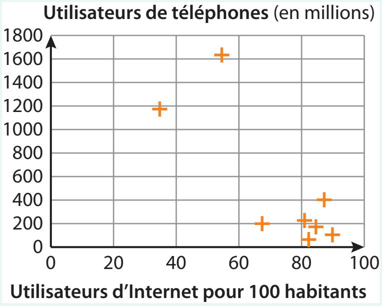
65 **1.**

Mois	Garçons	Filles	Total
1	27 484	26 509	53 993
2	26 822	25 403	52 225
3	31 390	30 041	61 431
4	30 847	29 518	60 365
5	31 289	29 915	61 204
6	31 196	29 661	60 857
7	33 867	32 160	66 027
8	33 599	32 168	65 767
9	33 210	31 970	65 180
10	34 436	32 724	67 160
11	32 436	30 796	63 232
12	32 689	31 922	64 611
Total	379 265	362 787	742 052

2. Filles : Octobre ; Garçons : Octobre

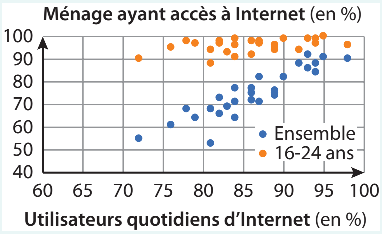
66 Formule : =OU($C2<18;$D2<18)

67 **1.**



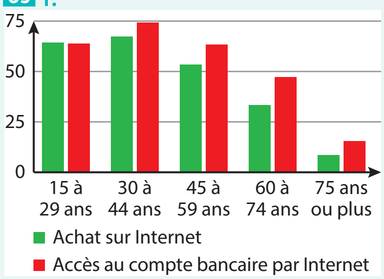
2. Les points du nuage sont groupés sauf deux.
3. Chine et Inde

68 **1.**



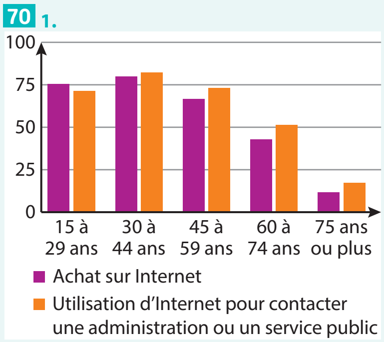
2. Le nuage bleu a la forme d'une droite oblique, le nuage orange celle d'une droite horizontale. Le nombre d'utilisateurs quotidiens est plutôt proportionnel aux nombres de foyers ayant accès à Internet. Pour les 16-24 ans, l'utilisation quotidienne d'Internet est généralisée peu importe le taux d'équipement de leur foyer.

69 **1.**



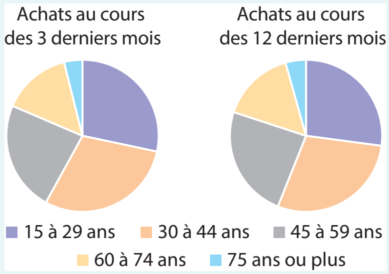
2. La tranche 15-29 ans a une consommation d'Internet équivalente pour les achats et la consultation des comptes bancaires. À partir de 30 ans, le pourcentage de la population qui utilise Internet diminue. La connexion pour accéder à ses comptes bancaires est prépondérante.

70 **1.**



2. La tranche 15-29 ans utilise Internet plus souvent pour les achats que pour accéder à une administration ou un service public. À partir de 30 ans, le pourcentage de la population qui utilise Internet pour accéder à une administration ou un service public et faire des achats diminue. La connexion pour accéder à une administration ou un service public est supérieure.

71 **1.**



2. Alors que le tableau indique que pour chaque tranche la proportion de la population faisant des achats sur Internet a augmenté, la comparaison des deux graphiques montre que la répartition est la même. L'augmentation a donc été la même dans chaque tranche d'âge.

2 Phénomènes aléatoires

1 **1.** 77 %

2. • Parmi les 10 à 14 ans : environ 23 %.
• Parmi les 15 à 19 ans : environ 24 %.

3 **1.** Environ 0,23 **2.** Environ 0,41

5 **1.** $p(G) = 0{,}63$, $p_G(H) = 0{,}52$ et $p_G(\overline{H}) = 0{,}48$.
2. • $p(G \cap H) = 0{,}327\,6$ • $p(\overline{G} \cap H) = 0{,}111$
3. $p(H) = 0{,}438\,6$

7 $p(\overline{D}) = \dfrac{181}{500} = 0{,}362$ et $p_{\overline{F}}(\overline{D}) = \dfrac{102}{244} \approx 0{,}418$.
On a $p_{\overline{F}}(\overline{D}) \neq p(\overline{D})$ donc $\overline{D}$ et $\overline{F}$ ne sont pas indépendants. Le fait de savoir si la personne est un homme ou non a de l'influence sur la probabilité qu'elle ne soit pas allée chez le dentiste.

35 **1.** 24 % **2.** 4 % **3.** $\dfrac{29}{34} \approx 0{,}85 = 85$ %

39 **1.** Il y a 33 000 chefs d'entreprises dont 10 890 femmes.
2. Il y a 99 000 salariés dont 55 440 femmes.
3. 0,502 5

43 La probabilité qu'il faille le réparer est de 0,5.

47 **1.** $p(C) = 0{,}25$, $p_{\overline{C}}(D) = 0{,}12$ et $p_C(\overline{D}) = 0{,}6$.
2. $p(C \cap D) = 0{,}1$ et $p(\overline{C} \cap D) = 0{,}09$
3. $p(D) = 0{,}19$

57 **1.** $p(A) = 0{,}58$ et $p_A(S) = 0{,}17$.
2.a) $p(A \cap S) = 0{,}098\,6$
b) $p(S) = 0{,}401$
3. $p_S(B) \approx 0{,}75$

60 **1.**

	Paire	Impaire	Total
Bleue	12	15	27
Jaune	12	10	22
Total	24	25	49

2. a) $\dfrac{22}{49}$ **b)** $\dfrac{15}{49}$ **c)** $\dfrac{12}{22} = \dfrac{6}{11}$

61 **a)** Faux **b)** Faux **c)** Vrai **d)** Vrai

83 C **84** A **85** D

86 A et C **87** D **88** B

89 C **90** D **91** B et D

92 B et D **93** C

94 **1.** $12 > 9$ donc Mathis passe davantage de temps sur console.
2. $5 > 4$ donc lorsqu'il est sur PC, Mathis préfère jouer en solo.
3. $\frac{2}{21} \approx 0{,}095 \approx 9{,}5\ \%$
4. $\frac{10+2+5}{21} \approx 0{,}81 \approx 81\ \%$

95

	France	Allemagne	Total
Fossiles	46,98	262,01	308,91
Renouve-lables	115,02	227,99	343,01
Nucléaire	361,04	66,96	428,00
Total	523,04	556,96	1 080

96 • $p_M(C) = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$ • $p(M \cap C) = \frac{10}{21}$ • $p(C) = \frac{12}{21}$

97 **1.**

	Crêpe	Gaufre	Total
Chocolat	35	7	42
Nature	35	28	63
Total	70	35	105

2. $\frac{28}{63} = \frac{4}{9}$

98 • $p(X \cap S) = 0{,}07$ • $p(\overline{X} \cap S) = 0{,}288$
• $p(S) = 0{,}358$ • $p_S(X) = \frac{0{,}07}{0{,}358} \approx 0{,}196$

99 Environ 0,105

100 C et D ne sont pas indépendants car $p(C) \times p(D) \neq p(C \cap D)$.

101 Oui, le choix du dessert a une influence sur la probabilité de vouloir du chocolat car la probabilité de vouloir du chocolat (tous desserts confondus) est de $\frac{42}{105} = \frac{2}{5}$ alors que la probabilité de vouloir du chocolat sachant que c'est une gaufre est de $\frac{7}{35}$.

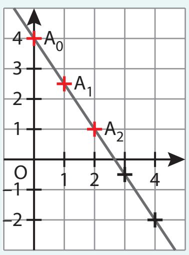
3 Croissance linéaire

1 **1.**

n	1	2	3	4
$u(n)$	17	13	9	5

2. $u(n) = 21 - 4n$ et $u(15) = -39$.

3 **1.** $A_0(0\,;4)$, $A_1(1\,;3{,}5)$, $A_2(2\,;1)$
2. $v(3) = -0{,}5$ et $v(4) = -2$.



5 $a = \frac{3-(-6)}{4-(-2)} = \frac{3}{2}$ et $b = 3 - 4 \times \frac{3}{2} = -3$.

7 La variable est un nombre entier de mois, donc le phénomène est discret, et l'évolution mensuelle est constante, donc la croissance est linéaire.

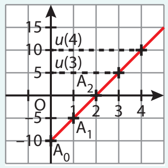
9 **1.** $31n + 12 > 300 \Rightarrow n > \frac{288}{31} \approx 9{,}29 \Rightarrow n \geqslant 10$
2. On tabule à la calculatrice :

n	5	6	7	8	9	10
$u(n)$	167	198	229	260	291	322

11 $30x + 72 \geqslant 300 \Rightarrow x \geqslant \frac{228}{30} \Rightarrow x \geqslant 7{,}6$

52 **1. a)** La suite v est arithmétique de raison -20.
b) $v(2) = 90$; $v(3) = 70$; $v(4) = 50$
c) $v(n) = 110 - 20(n-1) = 130 - 20n$
$v(7) = -10$
2. a) La suite w est arithmétique de raison 30.
b) $w(2) = -10$; $w(3) = 20$; $w(4) = 50$.
c) $w(n) = -40 + 30(n-1) = -70 + 30n$
$w(7) = 140$

63 $A_0(0\,;-10)$, $A_1(1\,;-5)$, A2(2 ; 0).
$u(3) = 5$; $u(4) = 10$



68 **1.** f n'est pas affine car $f(x)$ n'est pas de la forme $ax + b$.
2. g est affine avec $a = \sqrt{2} - 1$ et $b = 0$.

73 $f \to d_2$; $g \to d_4$; $h \to d_1$; $k \to d_3$

84 Le montant du loyer est déterminé par une variable prenant ses valeurs dans $\mathbb{N}$. Le phénomène est discret. De plus, son augmentation étant constante : la croissance est linéaire.

89 $24 + 5n < 5 + 7n \Rightarrow n > \frac{19}{2} \Rightarrow n \geqslant 10$.

113 B **114** B **115** B

116 B et C **117** C **118** A et D

119 C **120** B

121 **1.** $u(1) = 11$, $u(2) = 19$, $u(3) = 27$
2. $u(n) = 3 + 8n$ et $u(10) = 83$.

122 **1.** La suite est arithmétique car la différence entre deux termes consécutifs est constante.
2. $u(10) = 12 + \frac{3}{2} \times 9 = 25{,}5$

123 **1.** $r = \frac{u_5 - u_2}{3} = \frac{8}{3}$; $u_0 = u_2 - 2 \times \frac{8}{3} = \frac{5}{3}$
2. $u_n = \frac{5}{3} + \frac{8n}{3}$ et $u_{10} = \frac{85}{3}$.

124 **1.** $a = \frac{f(5) - f(-3)}{5+3} = \frac{29-5}{8} = 3$
$b = 29 - 5 \times 3 = 14$.
2. $a > 0$ donc f est croissante.

125 **1.** $a = \frac{f(10) - f(-5)}{10+5} = \frac{16+5}{15} = \frac{7}{5}$
$b = 16 - \frac{7}{5} \times 10 = 2$.
2. $f(-10) = \frac{7}{5}(-10) + 2 = -12$. Donc $A \in \mathscr{C}_f$.

126 **1.** $a = \frac{f(1) - f(-6)}{1+6} = \frac{-2-13}{7} = -\frac{15}{7}$
$b = -2 + \frac{15}{7} \times 1 = \frac{1}{7}$.
$f(x) = -\frac{15}{7}x + \frac{1}{7}$
2. $b \neq 0$, donc $\mathscr{C}_f$ ne passe pas par l'origine.

127 **1.** $f(x) = 25x$ **2.** $f(1{,}3) = 32{,}5$, soit 32,50 €.

128 **1.** Soit $u(n)$ donnant le montant du dépôt l'année n : $u(n) = 1\,000 + 125n$
2. La terminale correspond à $n = 6$.
$u(6) = 1\,000 + 125 \times 6 = 1\,750$.
Le dernier dépôt sera d'un montant de 1 750 €.

129 **1.** À chaque étape, le nombre de carreaux augmente de 8. À l'étape 1, il y a 8 carreaux, donc le nombre de carreaux à l'étape n :
$u_n = 8 + 8(n-1) = 8n$
$u_{15} = 120$.

130 $u(n) \geqslant 100 \Rightarrow n \geqslant \frac{95}{6} \approx 15{,}6 \Rightarrow n \geqslant 16$.

131 $125 - 3{,}6n < 0 \Rightarrow n > \frac{125}{3{,}6} \approx 34{,}7$
$\Rightarrow n \geqslant 35$

132 $32\,000 + 820 > 41\,000 + 360n$
$\Rightarrow 460n > 9\,000 \Rightarrow n > \frac{450}{23} \approx 19{,}6 \Rightarrow n \geqslant 20$.
La population de la ville A dépassera celle de la ville B en 2030.

4 Croissance exponentielle

1 **1.** $u(0) = \frac{2^{0+2}}{4^0} = 4$; $u(1) = 2$; $u(2) = 1$.
$v(0) = (0+1)^2 = 1$; $v(1) = 4$ et $v(2) = 9$.
2. $\frac{u(2)}{u(1)} = \frac{1}{2} = \frac{u(1)}{u(0)}$ et $\frac{v(2)}{v(1)} = \frac{9}{4} \neq \frac{4}{1} = \frac{v(1)}{v(0)}$.
Seule u pourrait être géométrique.

3 **a)** $u(n) = 1 + n \times 8 = 8n + 1$
b) $u(n) = -3n + 0{,}8$
c) $u(n) = 0{,}5n + 2{,}5$

5 **a)** $0{,}5^{4,7}$ **b)** $8^{0,1}$ **c)** $5^{23,5}$ **d)** $3^{4,5}$

7 **1.** $1{,}05^{\frac{1}{12}} - 1 \approx 0{,}004\,07$: la hausse mensuelle moyenne est de 0,407 %.
2. $0{,}6^{\frac{1}{3}} - 1 \approx 0{,}156\,57$: la baisse moyenne est de 15,657 %.

47 **a)** Oui **b)** Oui **c)** Oui **d)** Non

52 **a)** $u(n) = 2 \times 3^n$ **b)** $u(n) = -0{,}5^{n-1}$

64 **a)** $k = 5$ et $a = 0{,}5$ donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.
b) $k = \frac{1}{2}$ et $a = 3$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.
c) $k = 2$ et $a = 1{,}05$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.
d) $k = 1$ et $a = 6$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.
e) $k = 4$ et $a = 0{,}3$ donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.
f) $k = 1$ et $a = 0{,}7$ donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

73 **a)** $2^{5,5}$ **b)** $3^{1,5}$ **c)** $0{,}6^3$
d) 4^x **e)** $3^{3,5}$ **f)** $z^{3,4}$

83 $t = \left(1 + \frac{21}{100}\right)^{\frac{1}{2}} = 1{,}1$ donc le taux moyen est une hausse de 10 %.

119 D **120** A **121** C

122 C **123** C **124** B

125 B **126** C **127** B

128 D **129** B **130** B

131 B **132** B **133** D

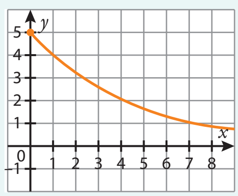
134 $u(1) = 25$; $u(2) = 12{,}5$ et $u(4) = 3{,}125$.

135 **1.** $\frac{5}{2} > 1$ donc w est croissante.
2. $w(n) = \left(\frac{5}{2}\right)^n$ **3.** $n = 6$

136 **1.** La raison est 3. **2.** $u(n) = 4 \times 3^{n-1}$

137 **a)** $3^{7,2}$ **b)** $5^{-0,5}$ **c)** $35^{2,5}$

138 **1.** $f\left(\frac{1}{4}\right) \approx 4{,}73$
2. f est croissante sur $[0\,;+\infty[$.
3.



139 1. $f\left(\frac{1}{3}\right)=0{,}2\times 2=0{,}4$.
2. f est croissante sur $[0\ ;+\infty[$ et g est décroissante sur $[0\ ;+\infty[$
3. $f(x)>g(x)$ pour $x\in[1{,}7\ ;+\infty[$.
4. $h(x)=2\times 7{,}2^x$.

140 a) La concentration est de 3,5 µg/L.
b) La concentration est d'environ 4,18 µg/L.

141 1. $u(n)=50\times 1{,}15^n$
2. Ce sera le cas au bout de 5 ans.

142 1. $f(t)=100\times 1{,}05^t$
2. a) $f(0{,}5)=100\times 1{,}05^{0{,}5}\approx 102{,}47$ euros.
b) $f\left(\frac{1}{12}\right)\approx 100{,}4$ euros.

143 a) $x\approx 1{,}817$ b) $x\approx 0{,}833$

144 Le taux est d'environ 0,48 %.

145 Il doit viser $\left(\frac{1}{0{,}7}\right)^{\frac{1}{5}}-1\approx 0{,}074$ soit une hausse annuelle de 7,4 %.

5 Variation instantanée

1 Le nombre dérivé est 2.

3 1. La vitesse instantanée est -50.
2. La température moyenne est $\approx 64{,}3$ °C.

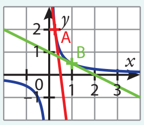
35 1. d_3 et d_4.
2. d_1 au point d'abscisse 4 et d_2 au point d'abscisse 0.

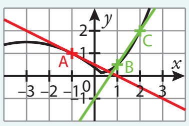
39 1. $f(2)=2$ 2. $f'(2)=-5$

51 1. 500 m/min 2. 200 min

73 B **74** A et C **75** B
76 C **77** A **78** C
79 D **80** D **81** A et C
82 C **83** D

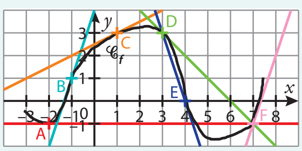
84 Le taux vaut $\frac{1}{3}$.

85


86


87 $f'(-1)=1$ et $f(2)=\frac{1}{2}$.

88 1. $g'(1)=2$ 2. $g'(-5)=-2$

89


90 3 000

91 1. $\frac{15}{4}$ 2. 3

92 Il semble se rapprocher de 0 ce qui signifie que la population reste stable

93 Sur l'intervalle [2 ; 8] l'évolution est très importante.

6 Variations globales

1 a) $f'(x)=0$ b) $g'(x)=-1$
c) $h'(x)=1+2x$ d) $i'(x)=0{,}6x^2$

3 1. $f'(x)=-6x$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	
Variations de f		↘		↗	

37 1. $f'(x)=15x^2-4$
2. $g'(x)=2x+7$
3. $f'(x)+g'(x)=15x^2+2x+3$.
4. $h(x)=5x^3+x^2+3x-8$.
5. $h'(x)=15x^2+2x+3$.
Donc $h'(x)=f'(x)+g'(x)$.

46 1. $f'(x)=-2x+8$.
2. et 3. $f'(x)>0\Leftrightarrow -2x+8>0\Leftrightarrow x<4$

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
Variations de f		↗		↘	

63 Pour tout réel x, $f'(x)=2x+1$. Donc $f'(1)=2\times 1+1=3$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est 3.

76 1. $f'(x)=3x^2-12$.
2. $f'(x)>0\Leftrightarrow 3x^2-12>0$
$\Leftrightarrow x^2>4\Leftrightarrow x>2$ car x est positif.

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	
Variations de f		↘		↗	

3. La valeur minimale de f est $f(2)=2^3-12\times 2-5=-21$.

106 C **107** C et D **108** B
109 A, B et C **110** C
111 B et D **112** A et C **113** A et D
114 C et D **115** B et C **116** A

117 $f'(x)=3x^2-3$

118 $g(x)=\frac{5}{7}(2x+2)=\frac{10}{7}x+\frac{10}{7}$

119 $f(x)=\frac{3x^2-21x}{2}=\frac{1}{2}(3x^2-21x)$

Donc $f'(x)=\frac{1}{2}(6x-21)=3x-10{,}5$.

120 1. $f'(x)=x+1$
2. $f'(x)>0\Leftrightarrow x+1>0\Leftrightarrow x>-1$
3.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	
Variations de f		↘		↗	

121 1. $f'(x)=-x^2+6x-8$
Or $(2-x)(x-4)=2x-8-x^2+4x$
$=-x^2+6x-8=f'(x)$.
2. $2-x>0\Leftrightarrow x<2$
$x-4>0\Leftrightarrow x>4$.

x	-1		2		4		5
$2-x$		+	0	−		−	
$x-4$		−		−	0	+	
$f'(x)$		−	0	+	0	−	
Variations de f		↘		↗		↘	

122

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		−	0	+	0	−	
Variations de f		↘		↗		↘	

123 $g'(x)=3x^2-18x=3x(x-6)$

x	$-\infty$		0		6		$+\infty$
$3x$		−	0	+		+	
$x-6$		−		−	0	+	
$g'(x)$		+	0	−	0	+	
Variations de g		↗		↘		↗	

124 1. $f'(x)=-0{,}2x-1$
2. $f'(x)>0\Leftrightarrow -0{,}2x>1\Leftrightarrow x<\frac{1}{-0{,}2}\Leftrightarrow x<-5$.

x	-10		-5		1
$f'(x)$		+	0	−	
Variations de f		↗		↘	

3. La valeur maximale de f sur $[-10\ ;1]$ est $f(-5)=-0{,}1\times(-5)^2-(-5)+2=4{,}5$.

125 $f'(x)=1{,}12x-17{,}92$.
$f'(x)>0\Leftrightarrow 1{,}12x>17{,}92\Leftrightarrow x>16$

x	13		16		20
$f'(x)$		−	0	+	
Variations de f	84,04	↘	79	↗	87,96

1. La consommation est minimale à 16 h 00.
2. La consommation est maximale à 20 h 00.

126 1. $f(t)=-3t^2+21t+\frac{45}{4}$.

Or $-3\left(t+\frac{1}{2}\right)\left(t-\frac{15}{2}\right)$

$=-3\left(t^2-\frac{15}{2}t+\frac{1}{2}t-\frac{15}{4}\right)$

$=-3\left(t^2-7t-\frac{15}{4}\right)$

$=-3t^2+21t+\frac{45}{4}=f(t)$.

2. $t+0{,}5$ est positif pour tout réel t de l'intervalle $[0\ ;11]$. $t-7{,}5>0\Leftrightarrow t>7{,}5$.

t	0		7,5		11
-3		−		−	
$t+0{,}5$		+		+	
$t-7{,}5$		−	0	+	
$f'(t)$		+	0	−	
Variations de f		↗		↘	

La fonction f est maximale lorsque $t=7{,}5$. Le pic de l'épidémie a été atteint au milieu du 7e jour.

$f(7{,}5)=-7{,}5^3+\frac{21}{2}\times 7{,}5^2+\frac{45}{4}\times 7{,}5=253{,}125$.

Il y avait donc 253 125 personnes malades lors de ce pic épidémique.

Crédits

Couverture : © Vitalij Sova / Getty Images - **p. 14** : © Dmytro / Adobe Stock - **p. 14** : Vidéo © Lumni - **p. 16** : © Monkey Business / Adobe Stock - **p. 22h** : © anna_shepulova / Adobe Stock - **p. 22b** : © Pavlo Vakhrushev / Adobe Stock - **p. 23g** : © Jelena / Adobe Stock - **p. 23d** : © Anela Ramba/peopleimages.com / Adobe Stock - **p. 24** : © Yellow Boat / Adobe Stock - **p. 25g** : © Krakenimages.com / Adobe Stock - **p. 25d** : © Harald Tedesco / Adobe Stock - **p. 26g** : © RDA / Everett / CSU / Leemage - **p. 26hd** : © saiko3p / Adobe Stock - **p. 26bd** : © Alexis Scholtz/peopleimages.com / Adobe Stock - **p. 27g** : © benjaminnolte / Adobe Stock - **p. 27hd** : © WendellandCarolyn / Getty Images - **p. 27bd** : © eugenesergeev / Getty Images - **p. 28g** : © Eléonore H / Adobe Stock - **p. 28d** : © IGN-INSEE 2022 - **p. 29g** : © moodboard / Adobe Stock - **p. 29d** : © H_Ko / Adobe Stock - **p. 30** : © y_carfan / Getty Images - **p. 34** : Vidéo © Le Parisien - **p. 34** : © sturti/ Getty Images - **p. 35** : © malkovkosta/ Adobe Stock - **p. 36** : © Monkey Business/ Adobe Stock - **p. 37** : © Jorge Anastacio/Adobe Stock - **p. 42** : © Azure-Dragon/ Getty Images - **p. 44** : © Sunshine Seeds/Adobe Stock - **p. 45g** : © Gustavo Andrade/Adobe Stock - **p. 45d** : © sebastien rabany/ Adobe Stock - **p. 46** : © Microgen/ Adobe Stock - **p. 47h** : © Valerii Honcharuk/ Adobe Stock - **p. 47b** : © Marine G/peopleimages.com/AdobeStock - **p. 48h** : © highwaystarz/ Adobe Stock - **p. 48b** : © pressmaster/AdobeStock - **p. 49** : © Andrey Nikitin/ Adobe Stock - **p. 50hg** : © RFBSIP/Adobe Stock - **p. 50hd** : © alexeg84/ Adobe Stock - **p. 50 bd** : © AnnaStills/ Adobe Stock - **p. 51hg** : © Archivist/ Adobe Stock - **p. 51bg** : © Elnur/ Adobe Stock - **p. 51hd** : © stockarm/Istockphoto - **p. 51bd** : © olaser/ Istockphoto - **p. 52 hd** : © Andrew Sproule/ Adobe Stock - **p. 52bg** : © EdNurg/Adobe Stock - **p. 56** : Vidéo © Ocean-Climate - **p. 56** : © miralex / IStock - **p. 58** : © motortion / Adobe Stock - **p. 59** : © zimagine / Adobe Stock - **p. 70hd** : © Friends Stock / Adobe Stock - **p. 70bd** : © AGCuesta / Adobe Stock - **p.70g** : © NVB Stocker / Adobe Stock - **p. 71hd** : © ribtoks / Adobe Stock - **p.71bd** : © refresh(PIX) / Adobe Stock - **p.71g** : © pixel_dreams / Adobe Stock - **p. 72d** : © Zeitgugga6897 / Adobe Stock - **p.72g** : © EdNurg / Adobe Stock - **p. 73** : © Federico Rostagno / Adobe Stock - **p. 74** : © sharadmaksumov / Adobe Stock - **p. 78** : © scharfsinn86 / Adobe Stock - **p. 78b** : © Grangen / Bridgemann Images - **p. 80h** : © imageBROKER / Adobe Stock - **p. 80b** : © Dominique / Adobe Stock - **p. 81** : © yurakrasil / Adobe Stock - **p. 86** : © fizkes / Adobe Stock - **p. 91** : © Iakov Kalinin / Adobe Stock - **p. 92g** : © bohbeh / Adobe Stock - **p. 92d** : © Wikimedia Commons - **p. 93** : © Vadzim / Adobe Stock - **p. 94** : © 135pixels / Adobe Stock - **p. 95g** : © THIERRY / Adobe Stock - **p. 95hd** : © Rido / Adobe Stock - **p. 95bd** : © VioletaStoimenova / Getty Images - **p. 100** : Vidéo © Institut Vias, Belgique - **p. 100** : © Richard DAMORET / REA - **p. 103** : © nblxer / Adobe Stock - **p. 110** : © oneinchpunch / Adobe Stock - **p. 112g** : © sdecoret / Adobe Stock - **p. 112d** : © arrideo / Adobe Stock - **p. 113g** : © Photo Josse / Leemage - **p. 113d** : © Vova / Adobe Stock - **p. 114** : © sportphotos / Adobe Stock - **p. 117** : © saccobent / Adobe Stock - **p. 118** : © miodrag ignjatovic / IStock - **p. 118b** : © BillionPhotos.com / Adobe Stock - **p. 124h** : © victor / Adobe Stock - **p. 124b** : © Marco2811 / Adobe Stock - **p. 127** : © Bianchetti / Leemage - **p. 128** : © terovesalainen / Adobe Stock - **p. 130** : © scharfsinn86 / Adobe Stock - **p. 131d** : © BigBlueStudio / Adobe Stock - **p. 131g** : © Melinda Nagy / Adobe Stock - **p. 132d** : © Leonid Andronov / Adobe Stock - **p. 132g** : © Tars Livyy / Adobe Stock - **p. 133g** : © Rido / Adobe Stock - **p. 133d** : © Coprid / Adobe Stock

Couverture : Primo & Primo
Maquette intérieure : Primo & Primo
Mise en page et schémas : Nord Compo
Iconographie et droits vidéos : Candice Renault
Direction éditoriale : Caroline Edenhoffer, Adrien Fuchs
Édition : Stéphanie Herbaut, Malvina Juhel, Marilyn Maisongrosse
Coordination numérique : Dominique Garrigues

5 allée de la 2e D. B. – 75015 Paris
www.magnard.fr
ISBN : 978-2-210-11782-2

L'essentiel de la Seconde

Puissances

- Soient n un entier positif non nul et a un réel.

• $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ • $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \dfrac{1}{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$ pour $a \neq 0$ • $a^1 = a$ • $a^0 = 1$ pour $a \neq 0$

- On considère deux nombres entiers relatifs n et m et un nombre réel a.

• $a^n \times a^m = a^{n+m}$ • $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ • $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ pour $a \neq 0$ • $(a^m)^p = a^{m \times p}$

Calcul algébrique

Distributivité

- Pour tous nombres réels a, b et k, on a : $k(a+b) = ka + kb$.
- Pour tous nombres réels a, b, c et d, on a : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.

Identités remarquables

Pour tous nombres réels a et b, on a :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Équations

- Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, **au moins l'un de ses facteurs est égal à 0**.
- On considère l'équation $x^2 = k$ avec k appartenant à $\mathbb{R}$.

• Si $\boldsymbol{k < 0}$, l'équation $x^2 = k$ n'a **aucune solution réelle**.
• Si $\boldsymbol{k = 0}$, l'équation $x^2 = k$ a **une seule solution réelle** $x = 0$.
• Si $\boldsymbol{k > 0}$, l'équation $x^2 = k$ a **deux solutions réelles** $x = \sqrt{k}$ et $x = -\sqrt{k}$.

↪ Méthode 8 p. 9

- On considère l'équation $\dfrac{1}{x} = k$ avec k appartenant à $\mathbb{R}$.

• Si $\boldsymbol{k = 0}$, l'équation $\dfrac{1}{x} = k$ n'a **aucune solution réelle**.
• Si $\boldsymbol{k \neq 0}$, l'équation $\dfrac{1}{x} = k$ a **une seule solution réelle** $x = \dfrac{1}{k}$.

Probabilités

Équiprobabilité

- Une loi de probabilité est dite **équirépartie** lorsque chacune des n issues a la même probabilité de se réaliser, qui est : $\dfrac{1}{\text{nombre total d'issues}} = \dfrac{1}{n}$.
On est alors dans une situation d'**équiprobabilité.**

- La probabilité d'un événement A est égale à la somme des probabilités des issues qui réalisent cet événement. Dans une situation d'équiprobabilité, où il y a n issues, la probabilité d'un événement A réalisé par k issues est : $p(\mathrm{A}) = \dfrac{\text{nombre d'issues qui réalisent A}}{\text{nombre total d'issues}} = \dfrac{k}{n}$.

Probabilité de l'événement contraire

Soit A un événement.

On a : $p(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - p(\mathrm{A})$.

Relation entre union et intersection

Soient A et B deux événements.

On a : $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B}) - p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.

Proportions et évolutions

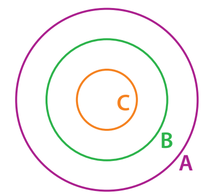
Proportion d'un sous-ensemble dans un ensemble

Soient un ensemble A d'effectif n et un sous-ensemble B de A d'effectif n_B.

La proportion de B dans A est $p = \dfrac{n_B}{n}$.

Dans le cadre d'une série statistique, la proportion d'une valeur dans l'ensemble des valeurs observées est appelée **fréquence**.

Proportions d'ensembles emboîtés



Soient trois ensembles A, B et C emboîtés tels que $C \subset B \subset A$.

On note p la proportion de la population de B dans la population de A.

On note p' la proportion de la population de C dans la population de B.

La proportion de la population de C dans la population A est égale à $p \times p'$.

Taux d'évolution

Variations absolue et relative

On suppose qu'une quantité passe d'une valeur de départ V_D à une valeur d'arrivée V_A.

• La variation absolue est $V_A - V_D$.

• La variation relative, ou taux d'évolution, est $\dfrac{V_A - V_D}{V_D}$.

Valeur après une évolution

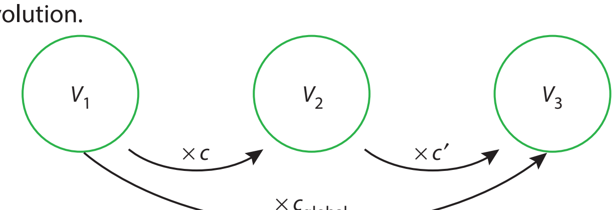
• Si une grandeur numérique **augmente de *t* %**, elle est multipliée par $\mathbf{1+\dfrac{t}{100}}$.

• Si une grandeur numérique **diminue de *t* %**, elle est multipliée par $\mathbf{1-\dfrac{t}{100}}$.

Évolutions successives

• Lorsque l'on a une évolution d'une valeur V_1 à une valeur V_2 suivie d'une autre évolution de la valeur V_2 à une valeur V_3, le taux d'évolution global associé à ces deux évolutions est le taux d'évolution entre V_1 et V_3.

• Son coefficient multiplicateur est appelé **coefficient multiplicateur global** et est égal à $c \times c'$ où c est le coefficient multiplicateur de la première évolution et c' est le coefficient multiplicateur de la seconde évolution.

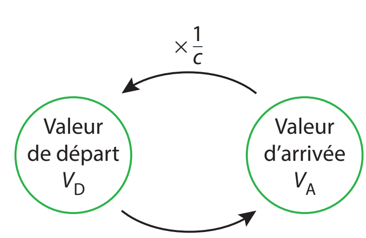


↪ Méthode 5 p. 8

Évolution réciproque

• Lorsque l'on a une évolution d'une valeur V_D à une valeur V_A, le **taux réciproque** est le taux permettant de revenir de V_A à V_D.

• Son coefficient multiplicateur est appelé **coefficient multiplicateur réciproque** et est égal à $\dfrac{1}{c}$ où c est le coefficient multiplicateur de l'évolution de départ.



↪ Méthode 6 p. 8

Fonctions

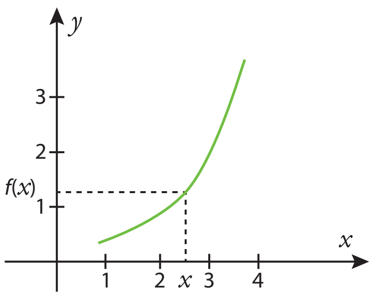
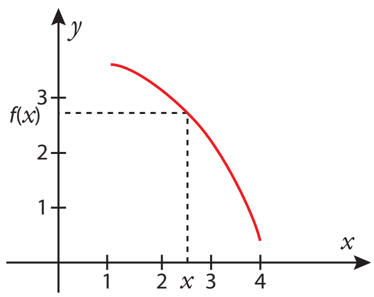
Sens de variation

- Une fonction est **croissante** sur un intervalle I si $f(x)$ augmente quand x augmente sur I.

Visuellement, la courbe de la fonction f monte.

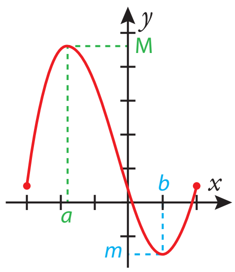
- Une fonction est **décroissante** sur un intervalle I si $f(x)$ diminue si x augmente sur I.

Visuellement, la courbe de la fonction f descend.

Fonction croissante sur I	Fonction décroissante sur I
	

Remarque On présente généralement les résultats dans un tableau de variations. ↪ Méthode 13 p. 13

Extremum



- Le **maximum** d'une fonction f définie sur D est la valeur maximale de $f(x)$ pour $x \in D$.

Ici, ce maximum vaut M et est atteint pour $x = a$.

- Le **minimum** d'une fonction f définie sur D est la valeur minimale de $f(x)$ pour $x \in D$.

Ici, ce minimum vaut m et est atteint pour $x = b$.

↪ Méthode 12 p. 12

Signe d'une fonction affine

Si $a > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Si $a < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

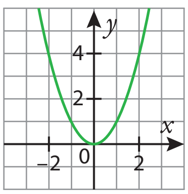
Signe du produit

On peut déterminer le signe d'un produit dans un tableau de signes en utilisant la règle des signes.

Fonctions de référence

Fonction carré

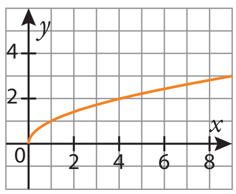
$f(x) = x^2$ sur $\mathbb{R}$



x	$-\infty$	0	$+\infty$
$x \mapsto x^2$	↘	0	↗

Fonction racine carrée

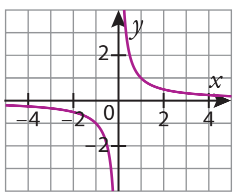
$f(x) = \sqrt{x}$ sur $\mathbb{R}+$



x	0	$+\infty$
$x \mapsto \sqrt{x}$	0	↗

Fonction inverse

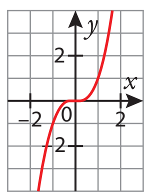
$f(x) = \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$



x	$-\infty$	0	$+\infty$
$x \mapsto \frac{1}{x}$	↘	‖	↘

Fonction cube

$f(x) = x^3$ sur $\mathbb{R}$



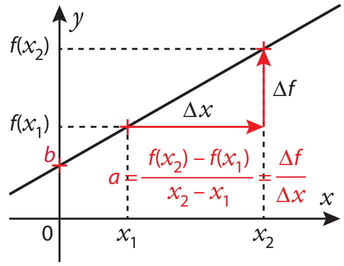
x	$-\infty$	$+\infty$
$x \mapsto x^3$	↗	

Fonction affine

Propriétés

Soient a et b deux réels.

- La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ est appelée **fonction affine**.
- $f(0) = b$
- Quels que soient les réels distincts x_1 et x_2, on a $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = a$.
- Ces fonctions affines sont caractéristiques d'une **croissance linéaire continue**.



Fonction exponentielle de base a avec $a > 0$

Propriétés

- Soit a un réel strictement positif. La **fonction exponentielle de base a** est définie sur $\mathbb{R}+$ par $f(x) = a^x$.

Pour cette fonction exponentielle de base a, on a :

- $f(0) = 1$
- $f(1) = a$

- Soient $k > 0$ et la fonction f définie sur $\mathbb{R}+$ par $f(x) = k \times a^x$.

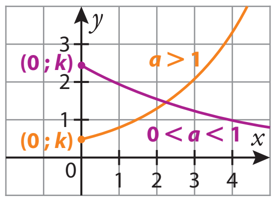
$f(0) = k$ et $f(1) = a \times k$ donc $a = \dfrac{f(1)}{f(0)}$.

Variations

- Si $k > 0$ et $a > 1$ alors $x \mapsto k \times a^x$ est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}+$.

Si $k > 0$ et $0 < a < 1$ alors $x \mapsto k \times a^x$ est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R}+$.

- Ces fonctions $x \mapsto k \times a^x$ sont caractéristiques d'une **croissance exponentielle continue**.



Propriétés algébriques

Pour tous réels strictement positifs a et b et tous réels x et y, on a :

- $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $(a^x)^y = a^{x \times y}$
- $a^x \times b^x = (ab)^x$
- $\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$

Racine n-ième

Soit $c \geqslant 0$. L'équation $x^n = c$ admet une unique solution réelle positive.

Cette solution est $x = c^{\frac{1}{n}}$ où $c^{\frac{1}{n}}$ est appelée « racine n-ième de c ».

Taux moyen

- On suppose qu'au cours de n périodes, le taux d'évolution d'une quantité est t_{global}.

Alors le **taux d'évolution moyen** par période est :

$$t_{\text{moyen}} = (1 + t_{\text{global}})^{\frac{1}{n}} - 1$$

où t_{moyen} et t_{global} sont exprimés sous forme décimale.

- Si on note c_{global} le coefficient multiplicateur associé à l'évolution globale, la formule devient :

$$t_{\text{moyen}} = (c_{\text{global}})^{\frac{1}{n}} - 1$$

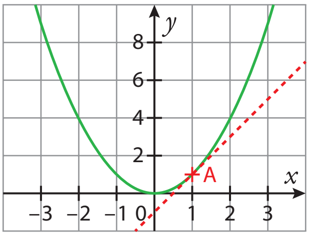
Variation instantanée

Tangente et nombre dérivé

Soit A un point d'abscisse a de la courbe représentative d'une fonction f.

• On appelle **tangente à la courbe** au point A la droite qui vient frôler la courbe autour de A.

• Le coefficient directeur de cette tangente est le **nombre dérivé de f en a**, on le note $f'(a)$.



Nombre dérivé et taux d'accroissement

Soient a et b deux réels de l'ensemble de définition de la fonction f.

• Le taux d'accroissement de f entre a et b est $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

• Si b se rapproche de a alors $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ se rapproche du nombre dérivé $f'(a)$.

Variation globale

Fonctions de référence et dérivée

f est définie sur :	$f(x)$	$f'(x)$
$\mathbb{R}$	c	0
$\mathbb{R}$	x	1
$\mathbb{R}$	x^2	$2x$
$\mathbb{R}$	x^3	$3x^2$

Opérations et dérivation

u et v sont deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I et k une constante réelle.

$f(x)$	$f'(x)$
$u+v$	$u'+v'$
$k\times u$	$k\times u'$

Lien entre variation et dérivée sur un intervalle I

• La fonction f est **croissante** sur I si, et seulement si, $f'(x) \geqslant 0$ pour tout réel x de I.

• La fonction f est **décroissante** sur I si, et seulement si, $f'(x) \leqslant 0$ pour tout réel x de I.

• La fonction f est **constante** sur I si, et seulement si, $f'(x) = 0$ pour tout réel x de I.

Modélisation

Phénomène discret ou continu

Une suite caractérise un **phénomène discret** car la variable n est un entier naturel qui prend donc des valeurs isolées. Par opposition, une fonction dont la variable (généralement x ou t) prend ses valeurs dans un intervalle de $\mathbb{R}$ caractérise un **phénomène continu**.

Croissance linéaire ou exponentielle

La croissance d'un phénomène, caractérisée par une suite ou une fonction, est :

• **linéaire** lorsque le taux d'accroissement de la suite ou de la fonction est constant.

• **exponentielle** lorsque, pour une suite, le quotient de deux termes consécutifs est constant ; pour une fonction, le quotient des images de deux nombres éloignés de la même distance est constant.

Taux d'accroissement, nombre dérivé et interprétation d'une évolution

Soit une fonction f modélisant une évolution. Alors :

• le taux d'accroissement de f entre a et b désigne la **vitesse moyenne** de cette évolution entre a et b.

• $f'(a)$ représente la **vitesse instantanée** de cette évolution quand $x = a$.

• le signe de $f'(x)$ permet d'étudier la croissance ou la décroissance de l'évolution modélisée par f.

Formulaire de Première

Fréquences

- La **fréquence** est donnée par la formule : $\dfrac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$.
- Quand on observe une fréquence dans une sous-population, on parle de **fréquence conditionnelle**.

Probabilités

A et B désignent des événements de probabilités non nulles.

Probabilités conditionnelles et indépendance

- La probabilité de A sachant B se note $p_B(A)$ et est donnée par : $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$.

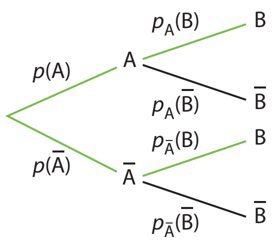
En cas d'**équiprobabilité**, on a : $p_B(A) = \dfrac{\text{Nombre d'issues dans } A \cap B}{\text{Nombre d'issues dans } B}$.

- On a : $p(A \cap B) = p(B) \times p_B(A) = p(A) \times p_A(B)$.
- A et B sont dits **indépendants** si la réalisation de l'un n'a pas d'influence sur la probabilité de réalisation de l'autre, c'est-à-dire si l'une des trois égalités équivalentes suivantes est vérifiée :

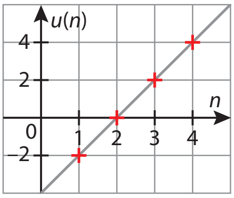
$p_A(B) = p(B)$ ou $p_B(A) = p(A)$ ou $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.

Arbres de probabilités

- Dans un **arbre de probabilités**, pour obtenir la probabilité associée à un chemin, on multiplie entre elles les probabilités présentes sur les branches des différents niveaux de ce chemin.
- Dans un arbre de probabilités, quand un événement est associé à plusieurs chemins, on additionne les probabilités associées à chacun des chemins pour obtenir la probabilité de l'événement.



Suites

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $q \in \mathbb{R}$ et $r \in \mathbb{R}$	***u* une suite arithmétique de raison *r***	***u* une suite géométrique de raison *q***
Définition	Chaque terme est obtenu en ajoutant r au précédent, autrement dit : $u(n+1) = u(n) + r$.	Chaque terme est obtenu en multipliant le précédent par q, autrement dit : $u(n+1) = u(n) \times q$.
Terme général	• $u(n) = u(0) + n \times r$ • $u(n) = u(1) + (n-1) \times r$	• $u(n) = u(0) \times q^n$ • $u(n) = u(1) \times q^{n-1}$
Variation	• Si $r > 0$: u est croissante. • Si $r < 0$: u est décroissante.	Pour $u(0) > 0$: • Si $0 < q < 1$, u est décroissante. • Si $q > 1$, u est croissante.
Représentation graphique	Les points représentant u sont alignés. 	Les points représentant u : • « montent » rapidement pour $u(0) > 0$ et $q > 1$. • se rapprochent rapidement de l'axe des abscisses pour $u(0) > 0$ et $0 < q < 1$.
Croissance	Linéaire discrète	Exponentielle discrète

ISBN : 978-2-210-11782-2

9 782210 117822

Cet ouvrage a été imprimé sur du papier provenant de forêts gérées durablement.

MAGNARD
www.magnard.fr