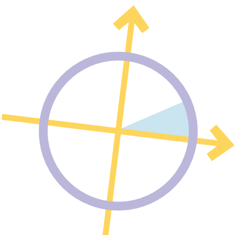
Livret de Maths

1re/Tle

Spécialité

L'outil de suivi pour préparer le Bac

- Faire le point tout au long de l'année
- Cibler les notions à travailler
- Une banque d'exercices supplémentaires avec Sésamath



$f(x)dx$

Le numérique avec Sésamath

MAGNARD

Livret de Maths

Spécialité

1^{re} / T^{le}

Hélène Gringoz

Didier Krieger

Laura Magana

Nom : ....

Prénom : ....

Classe : ....

Années 20........ – 20..........

MAGNARD

Sommaire

Colorie en vert un exercice réussi, en rouge sinon.

Suites et généralités sur les fonctions

1 2 3

Fais le point avec ton professeur pour **cibler les notions à retravailler**.

Équations différentielles et intégration Tle

1 2 3

Fonctions usuelles

1 2 3

Second degré 1re

Fonction exponentielle 1re

Trigonométrie

Fonction ln Tle

Géométrie et dénombrement

Géométrie dans le plan 1re

Géométrie dans l'espace Tle

Dénombrement Tle

Probabilités

Probabilités 1re

1	2	3
☐	☐	☐

Probabilités Tle

1	2	3
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐

Se préparer pour les épreuves du Bac

Les épreuves

Les mémos

Couverture : Delphine D'INGUIMBERT
Création et maquette intérieure : Fréderic JÉLY
Mise en pages et schémas : STDI
Directrice éditoriale : Fabienne MICHEL
Responsable éditorial : Adrien FUCHS
Coordination éditoriale : Malvina JUHEL
Coordination numérique : Dominique GARRIGUES

ISBN : 978-2-210-11734-1

L'essentiel de 2de

Version interactive autocorrigée
www.lienmini.fr/7341-qcm

Programmation

1 Cocher le bon résultat du script.

```
a=5
a=a+3
print(a*2)
```

☐ **a.** 10 ☐ **b.** 6
☐ **c.** 16 ☐ **d.** 8

2 Cocher le bon résultat du script.

```
i=1
for j in range(2,6):
  i=i*j
print(i)
```

☐ **a.** 2 ☐ **b.** 24
☐ **c.** 720 ☐ **d.** 120

3 L'utilisateur saisit 4.
Qu'affiche le programme suivant ?

```
x=float(input("x= ?"))
f=-5*x+10
if f>0:
  print("f(x)>0")
else:
  print("f(x)<0")
```

☐ **a.** -10
☐ **b.** $f(x)>0$
☐ **c.** $f(x)<0$

4 Cocher le bon résultat du script.

```
N=55
while N>10:
  N=N-10
print(N)
```

☐ **a.** 0 ☐ **b.** 10
☐ **c.** 5 ☐ **d.** 15

Nombres et calculs numériques

5 Cocher les fractions irréductibles.

☐ **a.** $\frac{23}{27}$ ☐ **b.** $\frac{35}{10}$
☐ **c.** $\frac{17}{67}$ ☐ **d.** $\frac{23\,057}{27\,908}$

6 $2^5 \times 3^4 \times 2^{-2} \times 3^{-2}$ est égal à :

☐ **a.** 72 ☐ **b.** $\frac{2^5 \times 3^4}{2^2 \times 3^2}$
☐ **c.** $2^3 \times 3^2$ ☐ **d.** 36^5

7 Écrire $\sqrt{1300}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers et b le plus petit possible.

☐ **a.** $13\sqrt{10}$ ☐ **b.** $10\sqrt{13}$
☐ **c.** $5\sqrt{52}$ ☐ **d.** $52\sqrt{5}$

8 $\sqrt{6} \times \sqrt{12}$ est égal à :

☐ **a.** $6\sqrt{12}$
☐ **b.** $\sqrt{72}$
☐ **c.** $6\sqrt{2}$
☐ **d.** $3\sqrt{8}$

9 L'ensemble des réels supérieurs ou égaux à 0 est l'intervalle :

☐ **a.** $[0\,;+\infty[$
☐ **b.** $]0\,;+\infty[$
☐ **c.** $]-\infty\,;0[$

10 $[6\,;10[\cup [7\,;15[$ est égal à :

☐ **a.** $\varnothing$
☐ **b.** $[7\,;10[$
☐ **c.** $]7\,;10[$
☐ **d.** $[6\,;15[$

Calculs algébriques

11 $(x+3)(5x^2-2)=20x^2-2x+6$

☐ **a.** Vrai ☐ **b.** Faux

12 $(4+x)^2=16+x^2+8x$

☐ **a.** Vrai ☐ **b.** Faux

13 La forme factorisée de l'expression $(-2x+1)(2x+1)+(-2x+1)(x+4)$ est :

☐ **a.** $(-3x-5)(-2x+1)$
☐ **b.** $(-3x+5)(-2x+1)$
☐ **c.** $(3x+5)(-2x+1)$
☐ **d.** $(3x-5)(-2x+1)$

14 $64-4x^2$ est égal à :

☐ **a.** $(8-2x)(8+2x)$
☐ **b.** $(64-2x)(64-2x)$
☐ **c.** $(8-2x)^2$
☐ **d.** aucune de ces réponses

Équations et inéquations

15 L'équation $x^2-5=0$ admet :

☐ **a.** 0 solution
☐ **b.** 1 solution
☐ **c.** 2 solutions

16 L'équation $2x(5-2x)=0$ admet pour ensemble solution :

☐ **a.** $\left\{2\,;\dfrac{5}{2}\right\}$
☐ **b.** $\left\{0\,;\dfrac{5}{2}\right\}$
☐ **c.** $\left\{0\,;\dfrac{2}{5}\right\}$
☐ **d.** $\left\{2\,;\dfrac{2}{5}\right\}$

17 L'inéquation $-3x+5>0$ a pour solution :

☐ **a.** $x\leqslant\dfrac{5}{3}$ ☐ **b.** $S=\left]-\infty\,;\dfrac{5}{3}\right[$
☐ **c.** $S=\left]-\infty\,;\dfrac{5}{3}\right]$

18 L'ensemble des solutions de $2x(5-2x)>0$ est :

☐ **a.** $S=]-\infty\,;0[\cup\left]\dfrac{5}{2}\,;+\infty\right[$
☐ **b.** $S=\left]0\,;\dfrac{5}{2}\right[$
☐ **c.** $S=\left[-\dfrac{5}{2}\,;2\right]$

19 Si $x>5$ alors :

☐ **a.** $-3x<-15$
☐ **b.** $4x>40$
☐ **c.** $-2x>-10$

Généralités sur les fonctions

20 L'image de 4 par la fonction carré est 2.

☐ **a.** Vrai ☐ **b.** Faux

21 Le (ou les) antécédent(s) de 0 de f définie par $f(x)=2x^2-8$ est (sont) :

☐ **a.** 2 et -2
☐ **b.** 4
☐ **c.** il n'y a pas d'antécédent

22 La courbe de la fonction cube est symétrique par rapport au centre du repère.

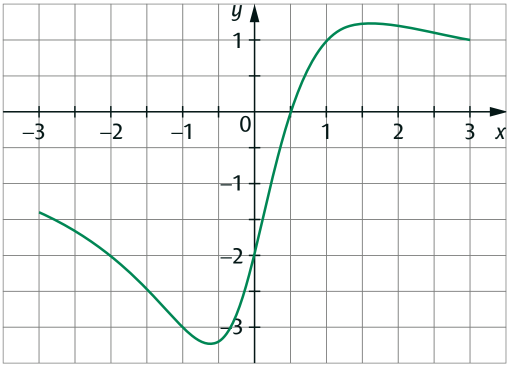
☐ **a.** Vrai ☐ **b.** Faux

23 La courbe de la fonction carrée est :

☐ **a.** une parabole
☐ **b.** une hyperbole
☐ **c.** une droite

Lecture graphique

Pour les exercices 24 à 30, on donne la courbe représentative de la fonction f sur $[-3\,;\,3]$ ci-dessous.



24 L'équation $f(x)=1$ a pour solution :

- [ ] **a.** 0,25
- [ ] **b.** 1
- [ ] **c.** 3
- [ ] **d.** aucune de ces réponses

25 Graphiquement, l'inéquation $f(x) \leqslant -2$:

- [ ] **a.** n'a pas de solution
- [ ] **b.** a pour solution $[-2\,;\,0]$
- [ ] **c.** a pour solution 0
- [ ] **d.** a pour solution $[-3\,;\,-2[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$

26 La fonction semble impaire.

- [ ] **a.** Vrai
- [ ] **b.** Faux

27 La fonction semble décroissante sur :

- [ ] **a.** $[1{,}5\,;\,+\infty[$
- [ ] **b.** $]-0{,}75\,;\,1{,}5[$
- [ ] **c.** $]-3\,;\,-0{,}75[$ et sur $]1{,}5\,;\,3[$
- [ ] **d.** $]-3\,;\,0{,}5[$

28 La fonction semble négative sur :

- [ ] **a.** $[0{,}5\,;\,+\infty[$
- [ ] **b.** $]-3\,;\,0[$
- [ ] **c.** $]-3\,;\,-0{,}75[$ et sur $]1{,}5\,;\,3[$
- [ ] **d.** $]-3\,;\,0{,}5[$

29 La fonction admet deux extremums.

- [ ] **a.** Vrai
- [ ] **b.** Faux

30 La fonction semble admettre un maximum en :

- [ ] **a.** $x=1{,}25$
- [ ] **b.** $x=1{,}5$
- [ ] **c.** $x=-0{,}75$
- [ ] **d.** $x=-3{,}25$

Variations d'une fonction

Pour les exercices 31 à 34, on donne le tableau de variations d'une fonction g définie sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
g		↘	-2	↗	5	↘	

31 $g(-2) < g(0)$

- [ ] **a.** Vrai
- [ ] **b.** Faux
- [ ] **c.** On ne peut pas savoir.

32 Sur l'intervalle $[-10\,;\,-1]$, g :

- [ ] **a.** est monotone
- [ ] **b.** est croissante
- [ ] **c.** est décroissante
- [ ] **d.** On ne peut pas savoir.

33 g admet un extremum.

- [ ] **a.** Vrai
- [ ] **b.** Faux
- [ ] **c.** On ne peut pas savoir.

34 Si $x \in [0\,;\,3]$, $g(x) \in [-2\,;\,5]$.

- [ ] **a.** Vrai
- [ ] **b.** Faux
- [ ] **c.** On ne peut pas savoir.

Signe d'une fonction

Pour les exercices **35** à **39**, on donne le tableau de signe des fonctions h et g définies sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$g(x)$		$+$	|	$+$	0	$-$	

35 Sur quel intervalle a-t-on $h(x) > 0$?

☐ **a.** $]-\infty\,;3[$ ☐ **b.** $]-2\,;+\infty[$
☐ **c.** On ne peut pas savoir.

36 $g(-1) > g(5)$

☐ **a.** Vrai ☐ **b.** Faux
☐ **c.** On ne peut pas savoir.

On définit la fonction f par $f(x) = \dfrac{h(x)}{g(x)}$.

37 Le domaine de définition de f est :

☐ **a.** $]-\infty\,;-2[\,\cup\,]-2\,;+\infty[$
☐ **b.** $]-\infty\,;3[\,\cup\,]3\,;+\infty[$
☐ **c.** On ne peut pas savoir.

38 Quelle est la (ou les) solution(s) de l'équation $f(x) = 0$?

☐ **a.** -2 ☐ **b.** 3
☐ **c.** On ne peut pas savoir.

39 Quelle est la solution de $f(x) \leqslant 0$?

☐ **a.** $]-\infty\,;-2[$
☐ **b.** $]-\infty\,;-2[\,\cup\,]3\,;+\infty[$
☐ **c.** $]-\infty\,;-2]\cup\,]3\,;+\infty[$
☐ **d.** $]-\infty\,;-2]\cup[3\,;+\infty[$

Proportions et pourcentage

40 Multiplier par 1,051 revient à effectuer :

☐ **a.** une hausse de 1,051 %
☐ **b.** une hausse de 5,1 %
☐ **c.** une baisse de 49 %

41 Après une hausse de 10 % puis une hausse de 20 %, l'évolution globale est :

☐ **a.** une hausse de 32 %
☐ **b.** une hausse de 30 %
☐ **c.** une hausse de 2 %
☐ **d.** une hausse de 28 %

42 Une quantité augmente de 35 %. Pour revenir à sa valeur de départ, elle devra subir une baisse :

☐ **a.** supérieure à 35 %
☐ **b.** de 35 %
☐ **c.** inférieure à 35 %

Statistiques et Probabilités

Pour les exercices **43** à **45**, on tire une carte dans un jeu de 32 cartes. Soient A : « La carte est un cœur. » et B : « La carte est un nombre pair. »

43 La probabilité $p(\mathrm{B})$ est :

☐ **a.** $\dfrac{1}{32}$ ☐ **b.** $\dfrac{5}{8}$
☐ **c.** $\dfrac{1}{4}$ ☐ **d.** $\dfrac{7}{32}$

44 La probabilité $p(\bar{\mathrm{A}})$ est :

☐ **a.** $\dfrac{3}{4}$
☐ **b.** $\dfrac{1}{4}$
☐ **c.** $1 - p(\mathrm{A})$
☐ **d.** $p(\mathrm{A}) - 1$

45 L'évènement $\mathrm{A} \cap \bar{\mathrm{B}}$ est :

☐ **a.** « La carte est rouge. »
☐ **b.** « La carte est un cœur et un nombre impair. »
☐ **c.** « La carte est un pique ou un trèfle ou un carreau. »
☐ **d.** « La carte est un nombre impair. »

Vecteurs du plan

46 Dans un parallélogramme ABDC, les vecteurs :

- ☐ **a.** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux
- ☐ **b.** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont opposés
- ☐ **c.** $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DB}$ sont égaux
- ☐ **d.** $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DB}$ sont opposés

47 Si J est le milieu de [KL] alors :

- ☐ **a.** $\overrightarrow{KJ} + \overrightarrow{JL} = \vec{0}$
- ☐ **b.** $\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{JL} = \vec{0}$
- ☐ **c.** $\overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{JL}$
- ☐ **d** $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{JL}$

48 Par la relation de Chasles, on peut écrire :

- ☐ **a.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DE}$
- ☐ **b.** $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DA}$
- ☐ **c.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{JC}$
- ☐ **d.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

49 $-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$ est une égalité :

- ☐ **a.** vraie ☐ **b.** fausse
- ☐ **c.** On ne peut pas savoir.

50 Cette droite est munie d'une graduation régulière.

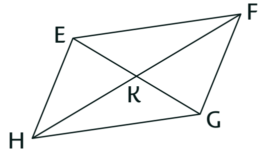
On peut dire que :

- ☐ **a.** $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB}$
- ☐ **b.** $\overrightarrow{CH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{IK}$
- ☐ **c.** $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AK}$
- ☐ **d.** $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{FC}$

51 Si $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CD}$, alors (AC) // (BD).

- ☐ **a.** Vrai ☐ **b.** Faux

Pour les exercices **52** et **53** : EFGH un parallélogramme de centre K.



52 $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HG}$ est égal à :

- ☐ **a** $\overrightarrow{GE}$ ☐ **b.** $\overrightarrow{HK}$
- ☐ **c.** $\overrightarrow{HF}$ ☐ **d.** $\overrightarrow{EG}$

53 $\overrightarrow{HE} - \overrightarrow{FE}$ est égal à :

- ☐ **a** $\overrightarrow{HF}$ ☐ **b.** $\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GF}$
- ☐ **c.** $\overrightarrow{FH}$ ☐ **d** $2\overrightarrow{HK}$

Repérage

Pour les exercices **54** à **59**, on considère les points $A(-3\,;-4)$, $B(-1\,;2)$, $C(-1\,;-3)$ et $D(5\,;0)$.

54 Le point $I(1\,;-2)$ est :

- ☐ **a.** le milieu de [AB]
- ☐ **b.** le milieu de [CD]
- ☐ **c.** le milieu de [AD]
- ☐ **d.** aucune de ces réponses

55 Les coordonnées de $\overrightarrow{AI}$ sont :

- ☐ **a.** $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ ☐ **b.** $\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ ☐ **c.** $\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$
- ☐ **d.** égales à celles de $\overrightarrow{DI}$

56 La longueur IB est égale à :

- ☐ **a.** $5\sqrt{2}$ ☐ **b.** ID
- ☐ **c.** $2\sqrt{5}$ ☐ **d.** 20

57 Les coordonnées du vecteur $2\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{CA}$ sont :

☐ **a.** $(-10\,;-18)$
☐ **b.** $(-2\,;-11)$
☐ **c.** égales à celles de $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}$
☐ **d.** aucune de ces réponses

58 Soit E tel que $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BA}$. Alors :

☐ **a.** $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AE}$
☐ **b.** BDAE est un parallélogramme
☐ **c.** $E(3\,;-6)$
☐ **d.** $E(-3\,;-6)$

59 Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

☐ **a.** $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont colinéaires.
☐ **b.** $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DI}$ sont colinéaires.
☐ **c.** $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{DI}$
☐ **d.** $\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{CA}$

Droites du plan

60 Le coefficient directeur de la droite (AB) où $A(-3\,;-1)$ et $B(2\,;-2)$ est :

☐ **a.** -3 ☐ **b.** $\dfrac{1}{5}$
☐ **c.** 5 ☐ **d.** $-\dfrac{1}{5}$

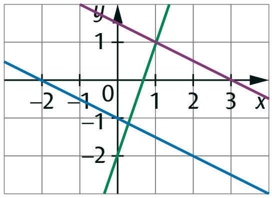
61 Les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite d'équation cartésienne $-3x+5y+6=0$ sont :

☐ **a.** $\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$ ☐ **b.** $\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$
☐ **c.** $\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$ ☐ **d.** $\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$

62 L'équation cartésienne de la droite (EF) passant par $E(-2\,;5)$ et $F(-3\,;-1)$ est $-6x+y-17=0$.

☐ **a.** Vrai ☐ **b.** Faux

Pour les exercices **63** à **67**, on donne la représentation graphique de trois droites dans un repère orthonormé.



63 Le coefficient directeur de la droite bleue est négatif.

☐ **a.** Vrai ☐ **b.** Faux

64 L'équation réduite de la droite verte est :

☐ **a.** $y=-2x+3$
☐ **b.** $y=3$
☐ **c.** $y=3x-2$
☐ **d.** $y=\dfrac{1}{3}x-2$

65 Une équation cartésienne de la droite violette est :

☐ **a.** $y=-2x+1{,}5$
☐ **b.** $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$
☐ **c.** $2y+x-3=0$
☐ **d.** $y+2x-3=0$

66 Le système $\begin{cases}2y+x-3=0\\ y=-0{,}5x-1\end{cases}$ admet :

☐ **a.** une unique solution
☐ **b.** une infinité de solutions
☐ **c.** deux solutions
☐ **d.** aucune solution

67 Les coordonnées du point d'intersection des droites vertes et bleues est $\left(\dfrac{2}{7}\,;-\dfrac{8}{7}\right)$.

☐ **a.** Vrai ☐ **b.** Faux

Avant de commencer

Réponds à une question pour te tester

Suites et généralités sur les fonctions

Soit $u_n = 2n - 1$.

- Est-ce que $u_{50} = 99$?
- Est-ce que $u_n + 1 = 2n - 1$?

→ Fiches 1 et 2

Suites et généralités sur les fonctions

- Quelles sont les étapes d'un raisonnement par récurrence ?
- Pour démontrer « la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = 2u_n - 3$ et $u_0 = 1$ est décroissante », on démontre $u_2 < u_1$. Vrai ou faux ?

→ Fiche 7

Suites et généralités sur les fonctions

- La suite (u_n) définie par $u_n = -2n + 1$ est-elle croissante ?
- Est-ce qu'une suite de termes non nuls tels que $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ est décroissante ?

→ Fiche 3

Suites et généralités sur les fonctions

Soit $u_n = n^3$.

- La conjecture $\lim\limits_{n \to +\infty} n^3 = -\infty$ est-elle plausible ?
- Quel est le plus petit entier n tel que $u_n > 1\,000$?

→ Fiche 8

Suites et généralités sur les fonctions

- $u_n = 2n$ est-elle une suite arithmétique ?
- Est-ce que $1 + 2 + 3 + \ldots + 100 = \frac{10\,100}{2}$?

→ Fiches 4 et 6

Suites et généralités sur les fonctions

- Quelle est la limite de la suite (u_n) définie par $u_n = \frac{1}{n+2}$?
- La suite (v_n), telle que $n^2 < v_n$, converge-t-elle ?

→ Fiches 9 et 10 ; Fiche 13

Suites et généralités sur les fonctions

- La suite définie par $u_n = 3 \times 5^n$ est-elle une suite géométrique ?
- Est-ce que $1 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 2^{10} = \frac{1 - 10^{10}}{-1}$?

→ Fiches 5 et 6

Suites et généralités sur les fonctions

- Quelle est la limite d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$?
- Est-ce qu'une suite croissante majorée converge ?

→ Fiches 11 et 12 ; Fiche 13

Complète ensuite la fiche correspondante

Version interactive autocorrigée
www.lienmini.fr/7341-00

Suites et généralités sur les fonctions

- Est-ce que le nombre dérivé de f définie par $f(x)=x$ en 2 est 2 ?
- Quel est le coefficient directeur d'une tangente à la courbe de g en un point A d'abscisse a ?

➜ Fiches 14 et 15

Suites et généralités sur les fonctions

- La courbe de la fonction inverse admet-elle l'axe des ordonnées comme asymptote ?
- Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$, peut-on en déduire que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote ?

➜ Fiche 19

Suites et généralités sur les fonctions

- Quelle est la dérivée de la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{1}{x^4}$?
- Est-ce que la dérivée de la fonction g définie par $g(x)=3x^2-2x+1$ est $6x-2$?

➜ Fiche 16

Suites et généralités sur les fonctions

Soit $f(x)=-2x^3+3x^2$.

- Est-ce que l'assertion $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ est vraie ?
- Est-ce que la limite en $+\infty$ est une forme indéterminée ?

➜ Fiches 20 et 21

Suites et généralités sur les fonctions

Soit f une fonction telle que la dérivée est $f'(x)=x^2$.

- Est-ce qu'il existe un intervalle tel que f est décroissante ?
- Est-ce que f admet un extremum ?

➜ Fiche 17

Suites et généralités sur les fonctions

- Si f est une fonction telle que, pour tout réel $x<0$, $x^3<f(x)<x^2$, cela permet-il de déterminer la limite de f en $-\infty$?
- Est-ce que $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{2x^2+5}=+\infty$?

➜ Fiches 22 et 23

Suites et généralités sur les fonctions

- Est-ce que la dérivée de la fonction g définie par $g(x)=(3x+1)^2$ est $2\times3(3x+1)$?
- Est-ce que la dérivée de la fonction f définie par $f(x)=e^{x^2}$ est $2xe^x$?

➜ Fiche 18

Suites et généralités sur les fonctions

- Est-ce que la fonction qui à un réel associe sa partie entière est continue ?
- Une fonction dérivable est-elle continue ?

➜ Fiche 24

Avant de commencer

Réponds à une question pour te tester

Suites et généralités sur les fonctions

- Si la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4}$ et $u_0 = 0$ converge, quelle est sa limite ?
- Quel est le nombre de solution(s) de $x^4 = 3$?

→ Fiches 25 et 26

Suites et généralités sur les fonctions

- Est-ce que la fonction $x^3 + \ln x$ est une primitive de la fonction $3x^2 + \frac{1}{x}$?
- Comment déterminer la primitive d'une fonction f qui s'annule en 1 ?

→ Fiche 31

Suites et généralités sur les fonctions

- Si f est convexe sur I, est-ce que la courbe $\mathscr{C}_f$ est en dessous de ses tangentes sur I ?
- Si $f''(x) > 0$, est-ce que la fonction f est concave ?

→ Fiches 27 et 28

Suites et généralités sur les fonctions

- Est-ce que l'on peut directement déterminer une primitive de $2xe^{x^2}$?
- Est-ce que l'on peut directement déterminer une primitive de $\ln(x^2 + 3x)$?

→ Fiches 32 et 33

Suites et généralités sur les fonctions

- Si f est concave sur I, est-ce que $f(2x - y) \leqslant 2f(x) - f(y)$?
- Est-ce que $(a+b)^3 \leqslant 4a^3 + 4b^3$?

→ Fiche 29

Suites et généralités sur les fonctions

- Donner les solutions de l'équation $y' = -2y$.
- Donner les solutions de l'équation $y' = 3y - 4$.

→ Fiches 34 et 35

Suites et généralités sur les fonctions

- Est-ce que e^x est solution de l'équation $y = y'$?
- Quel est le degré d'une fonction polynôme solution de l'équation $y' - 2y = -2x^4 + x^3$?

→ Fiche 30

Suites et généralités sur les fonctions

- Quel est le sens de variation de la fonction f solution de $y = y'$ telle que $f(1) = e$?
- Comment déterminer les solutions de l'équation $y' + 3y = e^{2x}$?

→ Fiches 36 et 37

Complète ensuite la fiche correspondante

Version interactive autocorrigée
www.lienmini.fr/7341-00

Suites et généralités sur les fonctions

- Est-ce que $\int_0^2 x\,dx$ est l'aire d'un demi-carré de coté 2 ?
- Est-ce que $\int_0^1 e^x\,dx = e-1$?

→ Fiches 38 et 39

Fonctions usuelles

Soit $f(x)=3x^2+6x-2$.

- Est-ce qu'il s'agit d'une forme canonique ?
- Est-ce que f admet un maximum en 1 ?

→ Fiches 45 et 46

Suites et généralités sur les fonctions

- Est-ce que $\int_0^1 xe^x\,dx = e$?
- Comment déterminer une primitive de $\ln(x)$?

→ Fiche 40

Fonctions usuelles

Soit (E) : $3x^2+6x-2=0$.

- Est-ce que $\Delta = 60$?
- Quel est le nombre de solution(s) de (E) ?

→ Fiche 47

Suites et généralités sur les fonctions

- Si $f(x)>g(x)$ sur $[0\,;2]$, peut-on comparer $\int_0^3 f(x)dx$ et $\int_0^3 g(x)dx$?
- Quelle est l'interprétation de la valeur moyenne d'une fonction positive ?

→ Fiches 41 et 42

Fonctions usuelles

- Quelles sont (sans calculer le discriminant) les racines de (E') : $x^2-x-2=0$?
- Comment déterminer le produit de deux racines ?

→ Fiche 48

Suites et généralités sur les fonctions

- À quelle condition $\int_0^2 (f-g)(x)dx$ est-elle le calcul d'une aire ?
- Si $u_n = \int_0^1 x^n\,dx$, peut-on affirmer que la suite (u_n) est majorée par 1 ?

→ Fiches 43 et 44

Fonctions usuelles

- Résoudre $x^2-x-2<0$.
- Résoudre $x^2+x-2>0$.

→ Fiche 49

Avant de commencer

Réponds à une question pour te tester

Fonctions usuelles

- Quelle est la définition de la fonction exponentielle ?
- Est-ce que $e^{-3} = -e^3$?

→ Fiche 50

Fonctions usuelles

- Combien valent 120 degrés en radian ?
- Donner les valeurs exactes du cosinus et du sinus d'un angle de $\frac{2\pi}{3}$.

→ Fiches 54 et 55

Fonctions usuelles

- Résoudre $e^{(x+2)} = e^3$.
- Résoudre $e^x > e$.

→ Fiche 51

Fonctions usuelles

- Donner les solutions entre 0 et 2π de l'équation $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Déterminer $\sin(\pi - x) > \frac{\sqrt{3}}{2}$.

→ Fiche 56

Fonctions usuelles

- Quelle est la dérivée de la fonction $f(x) = e^{-3x-2}$?
- Quelle est la dérivée de la fonction $f(x) = 2e^{-x}$?

→ Fiche 52

Fonctions usuelles

- La fonction $f(x) = \sin^2 x$ est-elle paire ou impaire ?
- Donner une période de la fonction $\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$.

→ Fiche 57

Fonctions usuelles

- Quelle est la nature de la suite (u_n) définie par $u_n = e^{-n}$?
- Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ?

→ Fiche 53

Fonctions usuelles

- Quelle est la dérivée de la fonction $\cos(x)$?
- Est-ce que la dérivée de $f(x) = \sin(2x - 1)$ est $f'(x) = -\cos(2x - 1)$?

→ Fiche 58

Complète ensuite la fiche correspondante

Fonctions usuelles

- Quelle est la définition de la fonction ln ?
- Résoudre $\ln(x+1)=\ln(2)$.

→ Fiche 59

Fonctions usuelles

- Simplifier $\ln(4e^2)-\ln(2)$.
- Simplifier $e^{5\ln 3}$.

→ Fiche 60

Fonctions usuelles

- Quelle est la dérivée de la fonction ln ?
- Quelles sont les formules de croissance comparée de $\ln(x)$?

→ Fiches 61 et 62

Fonctions usuelles

Soit $f(x)=\ln(3x-2)$.

- Quel est son ensemble de définition ?
- Quelle est sa dérivée ?

→ Fiche 63

Géométrie et dénombrement

- Donner 3 méthodes pour calculer un produit scalaire.
- Le produit scalaire de deux vecteurs de sens contraire est-il positif ?

→ Fiche 64

Géométrie et dénombrement

- Si ABC est un triangle équilatéral de côté 2, est-ce que $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=4$?
- Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ sont-ils orthogonaux ?

→ Fiches 65 et 66

Géométrie et dénombrement

Soit la droite D d'équation cartésienne $x+y-6=0$.

- Est-ce que $A(2\,;-4)$ appartient à la droite D ?
- Donner un vecteur directeur et un vecteur normal de D.

→ Fiche 67

Géométrie et dénombrement

- Comment calcule-t-on la distance d'un point à une droite ?
- Quel est le centre du cercle d'équation $x^2-2x+y^2-4y-3=0$?

→ Fiches 68 et 69

Avant de commencer

Réponds à une question pour te tester

Géométrie et dénombrement

- Soient $\vec{w}\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix}$, $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix}$. $\vec{w}$ est-il une combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$?
- Qu'est-ce qu'une base de l'espace ?

➜ **Fiches 70 et 72**

Géométrie et dénombrement

- Donner le point d'intersection de la droite $\begin{cases}x=1-k\\y=-2+3k\\z=3+k\end{cases}$ et du plan $3x-y-2z-7=0$.
- Comment déterminer la distance d'un point à un plan ?

➜ **Fiches 77 et 78**

Géométrie et dénombrement

- Deux droites non coplanaires sont-elles sécantes ?
- Quelle est l'intersection de deux plans ?

➜ **Fiche 71**

Géométrie et dénombrement

- L'ensemble des entiers naturels est-il une partie de l'ensemble des décimaux ?
- On lance trois fois de suite un dé cubique normal. Lister les résultats consécutifs.

➜ **Fiches 79 et 81**

Géométrie et dénombrement

- Soient $A(1\,;2\,;-1)$ et $B(6\,;-7\,;2)$. Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).
- Comment déterminer le point d'intersection de deux droites définies par une représentation paramétrique ?

➜ **Fiches 73 et 74**

Géométrie et dénombrement

- Comment représenter trois ensembles ?
- Un élève a le choix entre deux entrées, deux plats principaux et trois desserts. Comment représenter tous les menus possibles ?

➜ **Fiche 80**

Géométrie et dénombrement

- Calculer le produit scalaire des vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-1\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\\-3\end{pmatrix}$.
- $3x-2y+5=0$ est-elle une équation cartésienne d'un plan dans l'espace ?

➜ **Fiches 75 et 76**

Géométrie et dénombrement

- Combien vaut $\binom{10}{3}$?
- Combien y a-t-il de mains de 5 cartes dans un jeu de 32 cartes ?

➜ **Fiches 82 et 83**

Complète ensuite la fiche correspondante

Version interactive autocorrigée
www.lienmini.fr/7341-00

Probabilités

- Est-ce que $p_A(B) = \dfrac{p(A)}{p(B)}$?
- Un tirage de deux boules sans remise est-il un exemple de modélisation de probabilité conditionnelle ?

→ Fiche 84

Probabilités

- Est-ce que $p(A) = p_B(A) + p_{\overline{B}}(A)$?
- SI $p(A \cap B) = p(A)p(B)$, que peut-on dire des évènements A et B ?

→ Fiches 85 et 86

Probabilités

- Donner un exemple de variable aléatoire.
- À quoi correspond l'espérance d'une variable aléatoire ?

→ Fiches 87 et 88

Probabilités

- Trois tirages d'une boule dans une urne avec remise est-il une succession d'épreuves indépendantes ?
- Qu'est-ce qu'une épreuve de Bernoulli ?

→ Fiches 89 et 90

Probabilités

Soit la loi binomiale $\mathcal{B}(50\,;0{,}3)$.

- Combien vaut $p(X = 13)$?
- Est-ce que $E(X) = 150$?

→ Fiches 91, 92 et 93

Probabilités

- Qu'est-ce qu'un intervalle de fluctuation ?
- Quelle est une application des intervalles de fluctuation ?

→ Fiche 94

Probabilités

- Est-ce que $E(aX + b) = aE(X) + b$?
- Si S_n est la somme de X_i variables aléatoires, à quelle condition a-t-on $E(S_n) = nE(X)$?

→ Fiches 95 et 96

Probabilités

- Quelle est l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev ?
- Quelle est la loi des grands nombres ?

→ Fiches 97 et 98

FICHE 1 — 1re

Définition d'une suite

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-01

Une suite (u_n) peut être définie par :

- une **formule explicite**. L'expression de u_n est donnée en fonction de n.
- une **relation de récurrence**. Un ou plusieurs termes sont connus et une relation permet de calculer un terme à partir d'un ou plusieurs termes précédents.

1 **Relier chaque suite à la valeur de son deuxième terme.**

(u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n+1$. ●	● $u_1 = 1$
(u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 1$. ●	● $u_1 = 2$
(u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = \dfrac{2n+4}{n}$. ●	● $u_2 = 2$
(u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n$. ●	● $u_1 = 3$
(u_n) définie par $u_0 = -2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = (u_n)^2$. ●	● $u_1 = 4$
(u_n) définie par $u_1 = 4$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$. ●	● $u_2 = 4$

2 Soit (u_n) la suite définie par $u_n = n^2 + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Donner la valeur des trois premiers termes de la suite (u_n).

....

2. Donner l'expression de u_{n+1} et $u_n + 1$ en fonction de n.

....

....

3 Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_{n+1} = 2v_n + n - 5$.

1. Donner la valeur des trois premiers termes de la suite (v_n).

....

2. Compléter le script suivant pour qu'il renvoie la valeur de v_n.

```
def suite(n):
  v=..............................
  for i in range(..........):
    v=..............................
  return v
```

3. À l'aide de la calculatrice, donner la valeur de v_{10}.

....

FICHE 2 1re

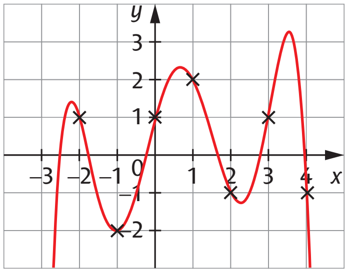
Représentation graphique

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-02

Pour représenter graphiquement une **suite** :

- **sur une droite graduée**, on place les réels d'abscisses u_0 ; u_1 ; u_2 ; …
- **dans un repère**, on place les points de coordonnées $(n\,;u_n)$.

• 1 La fonction f est représentée ci-contre.



1. Soit (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = f(n)$.

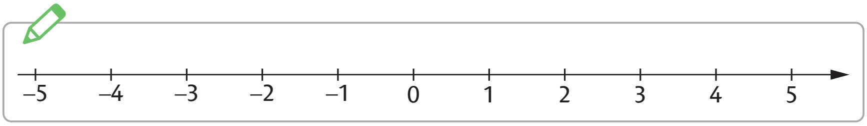
a. $u_0 =$ .... **b.** $u_1 =$ ....

2. Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = -2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = f(v_n)$.

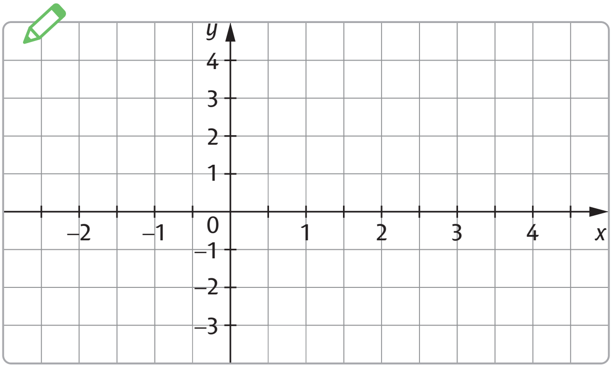
a. $v_1 =$ .... **b.** $v_3 =$ ....

•• 2 On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n - 3$.
Représenter graphiquement les 4 premiers termes de la suite (u_n) :

a. sur une droite graduée :



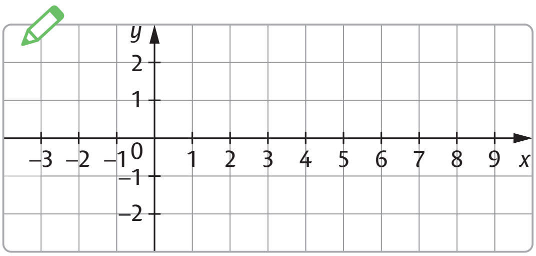
b. dans un repère :



•• 3 Soit (v_n) définie par $v_0 = 8$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$v_{n+1} = -\frac{1}{3}v_n + 1$$

Représenter graphiquement les 4 premiers termes de la suite (v_n).



Variations d'une suite

- Soit (u_n) une suite. Pour tout n :
  - si $u_{n+1} - u_n > 0$, alors (u_n) est **strictement croissante**.
  - si $u_{n+1} - u_n < 0$, alors (u_n) est **strictement décroissante**.
- Soit (u_n) une suite dont les termes sont **strictement positifs**.
  Pour tout n, si $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ (resp. $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$), alors (u_n) est **strictement croissante** (resp. **strictement décroissante**).
- Une suite est **monotone** si elle est soit croissante, soit décroissante.

1 Cocher la réponse exacte.

a. La suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n - 2$ est :

☐ croissante. ☐ décroissante. ☐ non monotone.

b. La suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (-1)^n$ est :

☐ croissante. ☐ décroissante. ☐ non monotone.

2 **1.** Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 2n - 5$.
Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n et en déduire les variations de (u_n).

....

....

....

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = \frac{2^n}{7^{n-1}}$.
Exprimer $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ en fonction de n et en déduire les variations de (v_n).

3 Étudier les variations de (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = -2 \times 5^n + 7$.

....

....

....

FICHE 4 1re

Suite arithmétique

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-04

- Une suite (u_n) est **arithmétique** s'il existe un réel r appelé **raison** de la suite tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boldsymbol{u_{n+1} = u_n + r}$.
- Pour tous $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{N}$, $\boldsymbol{u_n = u_0 + n \times r}$ et $\boldsymbol{u_n = u_p + (n-p) \times r}$.
- Si $r > 0$ (resp. $r < 0$) alors (u_n) est **strictement croissante** (resp. **décroissante**).

1 **Cocher la bonne case.** Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ?

	Oui	Non
a. (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n$.	☐	☐
b. (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2 + u_n$.	☐	☐
c. (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n$.	☐	☐
d. (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2 + n$.	☐	☐

2 La place Sant'Angelo est très réputée pour sa population de mouettes.
On estime qu'en 2021 il y a eu 50 000 mouettes sur la place et que, chaque année, le nombre de mouettes sur la place diminuera de 400.
On note u_n le nombre de mouettes sur la place en $2021 + n$.

1. Donner la valeur de u_0 et de u_1. ....

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de (u_n) et ses variations.

....

....

3. Exprimer u_n en fonction de n. ....

4. En déduire le nombre de mouettes estimé en 2045.

....

3 Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{5u_n + 2}$.
Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $v_n = \dfrac{1}{u_n}$. Montrer que la suite (v_n) est arithmétique et en déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n.

....

....

....

....

Suite géométrique

- Une suite (u_n) est **géométrique** s'il existe un réel q appelé **raison** de la suite tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boldsymbol{u_{n+1} = u_n \times q}$.
- Pour tous $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{N}$, $\boldsymbol{u_n = u_0 \times q^n}$ et $\boldsymbol{u_n = u_p \times q^{n-p}}$.

	$q > 1$		$0 < q < 1$	
	$u_0 > 0$	$u_0 < 0$	$u_0 > 0$	$u_0 < 0$
(u_n) est strictement	croissante	décroissante	décroissante	croissante

Si $q < 0$, alors (u_n) n'est pas monotone.

1 **1. Cocher la bonne case.** Les suites suivantes sont-elles géométriques ?

a. (u_n) définie par $u_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3}$. ☐ Oui ☐ Non

b. (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3n$. ☐ Oui ☐ Non

2. Cocher la bonne case. Donner les variations des suites géométriques suivantes.

a. (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2 \times 0{,}5^n$: ☐ croissante ☐ décroissante

b. (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = -3 \times 5^n$: ☐ croissante ☐ décroissante

2 En 2022, 20 personnes sont inscrites dans un club de salsa. On estime que chaque année, le nombre d'inscrits augmente de 10 % par rapport à l'année précédente. On note u_n le nombre d'inscrits dans le club de salsa en $2022 + n$.

1. Donner la valeur de u_0 et de u_1. ....

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).

....

3. Exprimer u_n en fonction de n. ....

4. Le club ne peut pas accueillir plus de 100 personnes. À l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année il devra refuser des inscriptions.

....

3 Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = 4u_n - 7$ et (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $v_n = u_n - \dfrac{7}{3}$. Montrer que la suite (v_n) est géométrique et en déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n.

....

....

....

FICHE 6 1re

Calcul de sommes

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-06

Pour tout entier $n \geqslant 1$, et pour tout réel $q \neq 1$:

- $1+2+3+\ldots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$
- $1+q+q^2+\ldots+q^n=\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

1 **Relier chaque somme à sa valeur.**

$1+2+3+\ldots+30$	465
$1+3+3^2+3^3+\ldots+3^{10}$	3 280
$1+2+4+8+\ldots+2\,048$	4 095
$60+61+62+\ldots+99+100$	88 573

2 **1.** Soit (u_n) la suite arithmétique de raison 4 et de premier terme $u_0=-3$.
Calculer la somme des 50 premiers termes.

....

....

....

2. Soit (v_n) la suite géométrique de raison 2 et de premier terme $v_0=5$.
Calculer la somme $S=v_4+v_5+v_6+\ldots+v_{12}$.

....

....

....

3 Nohlan décide de comparer deux forfaits de téléphone. Les deux forfaits coûtent 15 euros en 2022. Le forfait A augmente ensuite de 50 centimes par an et le forfait B augmente de 3 % par an. Combien paiera-t-il au total pendant 20 ans si en 2022 il souscrit au forfait A ? et au forfait B ?

....

....

....

....

....

....

FICHE 7 Tle

Démonstration par récurrence

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-07

Pour **démontrer par récurrence** qu'une propriété $P(n)$ est vraie pour tout entier naturel $n \geqslant n_0$, on procède en 3 étapes :

- ① **Initialisation** : On vérifie que $P(n_0)$ est vraie.
- ② **Hérédité** : Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geqslant n_0$.
  On suppose que $P(n)$ est vraie et on montre que $P(n+1)$ est vraie.
- ③ **Conclusion** : ① et ② sont vraies, alors $P(n)$ est vraie pour tout entier naturel $n \geqslant n_0$.

1 **Cocher la bonne case.** Soit (u_n) telle que $u_0 = 6$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n - 4$.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on considère la propriété $P(n)$: « $u_n = 3 \times 2^n + 4$ ».

	Vrai	Faux
a. $P(1)$ est vraie.	☐	☐
b. Soit $n \in \mathbb{N}$. Si $P(n)$ est vraie alors $P(n+1)$ est vraie.	☐	☐

2 Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 4$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 0{,}6v_n + 2$.
Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(n)$: « $3 < v_n < 5$ » est vraie.

....

....

....

....

....

3 Soit (w_n) la suite définie par $w_0 = 4$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} = w_n(w_n - 2)$.
Démontrer que la suite (w_n) est croissante. On admet que la fonction f définie par $f(x) = x(x-2)$ est croissante sur $[4\,;+\infty[$.

....

....

....

....

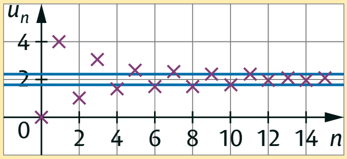
....

FICHE 8 Tle

Définition d'une limite

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-08

- $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$ (resp. $-\infty$) si, pour tout réel $A > 0$, l'intervalle $]A\,;+\infty[$ (resp. $]-\infty\,;-A[$) contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang.
- $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \ell$ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang. On dit que (u_n) **converge**.
- Une suite qui ne converge pas est dite **divergente** : elle tend vers $\pm\infty$ ou n'a pas de limite.



1 Compléter le tableau suivant.

u_n	u_{10}	u_{100}	$u_{1\,000}$	Conjecturer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$
n^2				
$-3n+2$				
$\dfrac{1}{2n}$				

2 Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = \sqrt{n+4}$.

1. Le plus petit entier n tel que $v_n > 10$ est ....

2. Le plus petit entier n tel que $v_n > 100$ est ....

3. Conjecturer la limite de (v_n) quand n tend vers $+\infty$. ....

3 Soit (w_n) la suite définie par $w_0 = -4$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} = 2w_n - 3$.

On admet que (w_n) est décroissante. On considère un réel $A > 0$ et on souhaite déterminer le plus petit entier naturel n tel que $w_n < -A$.

1. Compléter le programme en langage Python suivant.

```
def seuil(.......):
    n=..........
    w=..........
    while ..........
        n=..........
        w=..........
    return ..........
```

2. Déterminer la valeur renvoyée par `seuil(1000)`. ....

Limites de suites et opérations

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-09

- $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{n}=+\infty$; $\lim\limits_{n\to+\infty}n^k=+\infty$ avec $k\in\mathbb{N}^*$; $\lim\limits_{n\to\pm\infty}\frac{1}{n}=0$.
- Si (u_n) a pour limite ℓ et (v_n) a pour limite $\ell'\neq 0$, alors (u_n+v_n) a pour limite $\ell+\ell'$, $(u_n\times v_n)$ a pour limite $\ell\times\ell'$ et $\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$ a pour limite $\frac{\ell}{\ell'}$.
- Il y a quatre **formes indéterminées** : $+\infty-\infty$; $0\times\infty$; $\frac{0}{0}$ et $\frac{\infty}{\infty}$.

▶ Voir **Mémo maths** p. 124 pour les opérations sur les limites.

1 Cocher la réponse exacte.

a. $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^2+n)$ est égale à : ☐ 0 ☐ 2 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

b. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-n\times\left(3+\frac{1}{n}\right)\right)$ est égale à : ☐ 0 ☐ 2 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

c. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n}\times n^2\right)$ est égale à : ☐ 0 ☐ 2 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

2 Déterminer la limite de la suite (v_n) définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par $v_n=\frac{8n+5}{2n+3}$.

Pour lever une indéterminée, on peut essayer de factoriser par le terme de plus haut degré.

3 On admet que, pour tout réel a, $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{n+a}=+\infty$.
Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{n+3}-\sqrt{n-5}$.

Limites de suites et comparaison

Théorème de comparaison :

Soient (u_n) et (v_n) deux suites telles que $u_n \leqslant v_n$.

- Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.
- Si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.
- Si (u_n) et (v_n) convergent, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \leqslant \lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

Théorème des gendarmes :

Soient (u_n), (v_n) et (w_n) trois suites telles que $v_n \leqslant u_n \leqslant w_n$ et ℓ un réel.

Si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lim\limits_{n\to+\infty} w_n = \ell$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell$.

1 **Compléter.** Soit (u_n) une suite.

a. Si, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geqslant n^2$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$ ....

b. Si, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $-1+\dfrac{1}{n} \leqslant u_n \leqslant -1+\dfrac{5}{2n+1}$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$ ....

2 **1.** Déterminer la limite de la suite (v_n) telle que $v_n = -3+\dfrac{\cos(n)}{n}$.

....

....

....

2. Déterminer la limite de la suite (w_n) telle que $w_n = -\sqrt{n}+2\times(-1)^n$.

....

....

....

3 Soit (u_n) la suite définie par $u_{n+1} = u_n(u_n+1)$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, et par $u_1 = 2$.
En utilisant une comparaison, déterminer la limite de (u_n).

....

....

....

....

....

....

Limite d'une suite géométrique

Soit q un réel.

Si $q>1$	Si $q=1$	Si $-1<q<1$	Si $q\leqslant -1$
$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n=+\infty$	$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n=1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n=0$	(q^n) n'a pas de limite.

1 Compléter.

a. $\lim\limits_{n\to+\infty} e^n=$ ....

b. $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{8}{7}\right)^n=$ ....

c. $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{7}{8}\right)^n=$ ....

d. $\lim\limits_{n\to+\infty} -3\times 4^n=$ ....

2 **Déterminer la limite des suites suivantes.**

a. La suite (v_n) géométrique de raison 5 et de premier terme $v_1=3$.

....

....

b. (w_n) définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par $w_n=2\times\left(\frac{1}{3}\right)^n+5$.

....

....

c. (a_n) la suite définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par $a_n=2^n-5^n$.

....

....

....

....

3 Déterminer la limite suivante : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(0{,}5+0{,}5^2+0{,}5^3+\ldots+0{,}5^n\right)$.

....

....

....

....

FICHE 12 Tle

Limite d'une suite monotone

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-12

- (u_n) est **majorée** (resp. **minorée**), s'il existe un réel M (resp. m) tel que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant M$ (resp. $u_n \geqslant m$).
- Toute suite croissante majorée **converge**.
- Toute suite croissante non majorée **diverge vers** $+\infty$.
- Toute suite décroissante minorée **converge**.
- Toute suite décroissante non minorée **diverge vers** $-\infty$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** Soit (u_n) une suite.

a. Si (u_n) est croissante et minorée par 3, alors :

☐ (u_n) converge ☐ (u_n) converge vers 3 ☐ on ne peut pas savoir si (u_n) converge

b. Si (u_n) est croissante et majorée par 3, alors :

☐ (u_n) converge ☐ (u_n) converge vers 3 ☐ on ne peut pas savoir si (u_n) converge

2 Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 0{,}6v_n + 4$.
On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 \leqslant v_n \leqslant 10$.
Étudier les variations de la suite (v_n) et en déduire que (v_n) converge.

....

....

....

....

3 Soit (w_n) la suite définie par $w_0 = 4$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{w_n}$.
Démontrer que la suite (w_n) est convergente.

....

....

....

....

....

....

....

....

FICHE 13 Tle

Suites et modélisation

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-13

Les **suites** permettent de **modéliser** et **d'analyser** des situations réelles.

Un service de lecture dispose de 500 livres en 2022. Chaque année il supprime 5 % de ses livres et en rajoute 30. On note u_n le nombre de livres disponibles en $2022+n$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

a. u_1 est égal à : ☐ 500 ☐ 525 ☐ 505 ☐ 555

b. Pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1}$ est égal à : ☐ $0{,}95+30$ ☐ $0{,}95u_n+30$ ☐ $1{,}05u_n+30$

2 **1.** Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n < u_{n+1} < 600$.

....

....

....

....

....

....

2. En déduire que (u_n) est convergente.

....

3 Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 600$.

1. Montrer que la suite (v_n) est géométrique.

....

....

....

2. En déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n.

....

....

3. Déterminer la limite de la suite (u_n).

....

4. Interpréter les variations et la limite de (u_n) avec le contexte.

....

Nombre dérivé

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-14

Soient f une fonction définie sur un intervalle I, a un réel tel que $a \in \mathrm{I}$ et h un réel non nul tel que $a+h \in \mathrm{I}$.

- f est **dérivable en a** si et seulement si $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un unique nombre réel lorsque h tend vers 0.
- Ce réel est appelé **nombre dérivé de f en a** et on le note $\boldsymbol{f'(a)}$.

1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
1. f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $\dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}=3+h$.		
a. Je peux affirmer que f est dérivable en 3.	☐	☐
b. $f'(-2)=3$	☐	☐
2. k est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $\dfrac{k(3+h)-k(3)}{h}=2(h+1)^2-2h+5$.		
c. Je peux affirmer que k est dérivable en 3.	☐	☐
d. $k'(3)=5$	☐	☐

2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2+3$.

1. Déterminer $\mathrm{A}=\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ en fonction de h.

....

2. En déduire que f est dérivable en -1 et déterminer $f'(-1)$.

....

....

3 Soit g la fonction définie sur $[-4\,;+\infty[$ par $g: x \mapsto \sqrt{2x+8}-5$.

g est-elle dérivable en -3 ?

....

....

....

....

....

FICHE 15 1re

Équation d'une tangente

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-15

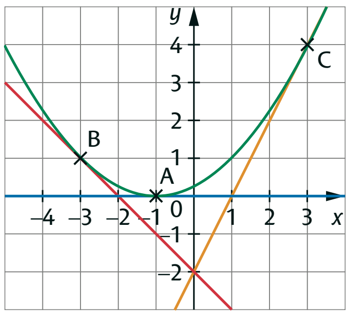
Soient f une fonction définie sur un intervalle I et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$. Soient a un réel appartenant à l'intervalle I tel que $f'(a)$ existe et A le point de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse $x_A = a$.

- La droite passant par le point A et de coefficient directeur $f'(a)$ s'appelle la **tangente à la courbe $\mathscr{C}$ en A**.
- Son équation réduite est $\boldsymbol{y = f'(a)(x-a)+f(a)}$.

1 Relier chaque définition de tangente à son équation réduite.

$f(1)=5$ et $f'(-1)=0$ ●	● $y=5$
$g'(2)=-1$ et $g(2)=3$ ●	● $y=2x-6$
$h'(-5)=0{,}5$ et $h(-5)=-1{,}5$ ●	● $y=-x+5$
$k(3)=0$ et $k'(3)=2$ ●	● $y=0{,}5x+1$

2 Voici la courbe représentative de la fonction f définie sur $[-4\,;4]$ par $f(x)=\frac{1}{4}(x+1)^2$. Les tangentes à la courbe en A, B et C ont été tracées.



1. Déterminer graphiquement $f(-3)$, $f(-1)$ et $f(3)$.

....

2. Déterminer graphiquement $f'(-3)$, $f'(-1)$ et $f'(3)$.

....

3 On s'intéresse à nouveau à la fonction f définie sur $[-4\,;4]$ par $f(x)=\frac{1}{4}(x+1)^2$.

1. Calculer $f'(-3)$.

....

....

....

2. En déduire l'équation réduite de la tangente au point d'abscisse -3.

....

....

FICHE 16 1re

Fonction dérivée : calculs

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-16

- La fonction f définie sur I est dérivable sur I si et seulement si f est dérivable en tout réel de I. On note $\boldsymbol{f'}$ la fonction qui à x associe $f'(x)$.

▶ Voir **Mémo maths** p. 125 pour les dérivées des fonctions de référence.

▶ Voir **Mémo maths** p. 125 pour les opérations sur les dérivées.

1 **Relier chacune de ces fonctions à la fonction dérivée correspondante.**

x^2	x^{-5}	$-5x+3$	-6	$\sqrt{-2x+7}$	$3x^5$	$\dfrac{1}{x^4}$
•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•
0	$-4x^{-5}$	$\dfrac{-1}{\sqrt{-2x+7}}$	$15x^4$	$\dfrac{-5}{x^6}$	-5	$2x$

2 Soient $u(x)=6x^2-7$, $v(x)=-2x+5$ et $w(x)=\sqrt{-2x+5}$.

1. Déterminer $u'(x)$, $v'(x)$ puis $w'(x)$.

2. Déterminer la dérivée de la fonction $f(x)=\dfrac{6x^2-7}{-2x+5}$.

3 **Déterminer les dérivées des fonctions suivantes.**

- $g(x)=(-6x+9)^{-3}$
- $h(x)=\left(2x^5-\dfrac{3}{2}x^2\right)\left(\dfrac{5}{6}x^2-5\right)$
- $k(x)=\dfrac{5x^2-2x+6}{8-3x}$

Fonction dérivée : variations

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-17

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.

- Si $f'(x) \geqslant 0$ sur I alors f est **croissante** sur I.
- Si $f'(x) \leqslant 0$ sur I alors f est **décroissante** sur I.
- Si $f'(x) = 0$ sur I alors f est **constante** sur I.
- Si f' s'annule en un réel a en changeant de signe alors f admet un **extremum local** en a.

1 Compléter les tableaux de variations suivants puis entourer sur la dernière ligne le ou les extremums locaux de chacune des fonctions.

x	$-\infty$		5		$+\infty$
f'		....	0	$+$	
f		↘			

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	‖	....	
g						↗	

2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 9x - 5$.

1. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer la fonction f'.

....

2. Déterminer l'intervalle sur lequel f est croissante.

....

....

3 Soit g la fonction définie sur $\mathrm{I} = \mathbb{R} \setminus \{-2\,;2\}$ par $g(x) = \dfrac{(x-1)(x+1)}{x^2-4}$.

1. Justifier que g est dérivable sur I et déterminer la fonction g'.

....

....

2. Compléter le tableau de variations. g admet-elle un extremum ?

x	
g'	
g	

....

....

....

....

FICHE 18 Tle

Composition et dérivation

Soient u et v deux fonctions telles que u est définie sur un intervalle I à valeurs dans l'intervalle J.

- La **composée de u par v** est la fonction $v \circ u$ définie sur I par $v \circ u : x \to v[u(x)]$.
- Si u et v sont dérivables alors $v \circ u$ est dérivable et $(v \circ u)' = u'(x) \times v'[u(x)]$.

1 Compléter le tableau suivant.

$u(x)$	$v(x)$	$v \circ u(x)$	$u'(x)$	$v'(x)$	$(v \circ u)'(x)$
$x^2 - 1$	$\sqrt{x}$	....	....	....	....
....	....	e^{5x^3-3}	....	....	....
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{x}$	....	....	....	....
....	....	$[\cos(x)]^2$	....	....	....

2 Soit la fonction f définie par $f(x) = e^{\frac{1}{x^2+1}}$. Déterminer $f'(x)$.

....

3 Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{-3x^2 - 3x + 18}$.

1. Déterminer les fonctions u et v telles que $f = v \circ u$.

....

2. Déterminer le domaine de définition de la fonction f.

....

....

3. Montrer que f est dérivable sur $]-3\,;2[$ et déterminer $f'(x)$.

....

....

....

FICHE 19 T^{le}

Limites et asymptotes

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-19

Soient f une fonction et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

- On peut **déterminer la limite de $f(x)$** quand x tend vers $+\infty$, $-\infty$, un réel a, un réel a avec $x > a$ (on note a^+) ou un réel a avec $x < a$ (on note a^-).
- Si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ell$ (resp. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \ell$) alors on dit que la droite d'équation $\boldsymbol{y = \ell}$ est une **asymptote horizontale** en $+\infty$ (resp. $-\infty$) à $\mathscr{C}_f$.
- Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$ (ou $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = \pm\infty$ ou $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \pm\infty$) alors la droite d'équation $\boldsymbol{x = a}$ est une **asymptote verticale** à $\mathscr{C}_f$.

1 Soit f la fonction ci-contre.

a. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ ....

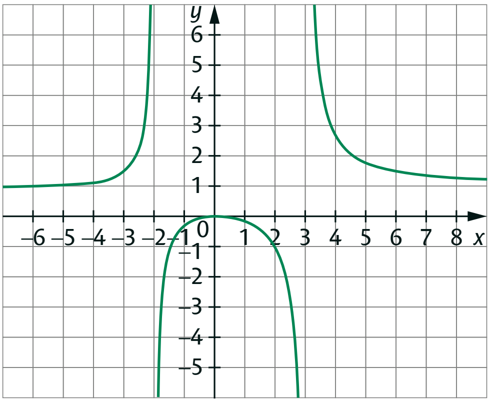
b. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$ ....

c. $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) =$ ....

d. $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) =$ ....

e. La droite d'équation .... est une asymptote horizontale en $-\infty$ à $\mathscr{C}_f$.

f. La droite d'équation .... est une asymptote verticale à $\mathscr{C}_f$.



2 **1.** Soit $f(x) = \dfrac{10}{(x+5)(x-1)}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-5\,;1\}$. Conjecturer les limites suivantes.

a. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ .... **b.** $\lim\limits_{x \to 0} f(x) =$ .... **c.** $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) =$ ....

d. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$ .... **e.** $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) =$ .... **f.** $\lim\limits_{x \to -5^+} f(x) =$ ....

2. Conjecturer les asymptotes éventuelles à la courbe représentative de f.

....

....

3 Conjecturer les asymptotes éventuelles des courbes représentatives de g et h.

1. $g : x \mapsto e^{3x+5} - 1$

....

2. $h : x \mapsto \dfrac{4x}{x^2 - 1} + 3$

....

....

FICHE 20 Tle

Limites et opérations

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-20

- $\lim\limits_{x \to +\infty} x^n = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n = \pm\infty$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.
- $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x} = 0$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x} = 0$; $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{1}{x} = -\infty$
- Voir **Mémo Maths** p. 124 pour les opérations sur les limites.

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $\lim\limits_{x \to 0} \left(x \times \sqrt{x}\right)$ est égale à : ☐ 0 ☐ 3 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

b. $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(3 + e^x\right)$ est égale à : ☐ 0 ☐ 3 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

c. $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^3 + x\right)$ est égale à : ☐ 0 ☐ 3 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

d. $\lim\limits_{x \to -2^-} \left(\dfrac{1}{x+2}\right)$ est égale à : ☐ 0 ☐ 3 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

2 Déterminer les limites suivantes.

a. $\lim\limits_{x \to 6} \dfrac{x-5}{x+2}$

....

....

b. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 \times \left(\dfrac{1}{x} - 4\right)$

....

....

c. $\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{2x+1}{3-x}$

....

....

d. $\lim\limits_{x \to +\infty} 2e^x + x$

....

....

3 Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{\dfrac{1}{x}}$.

Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

....

....

....

....

....

FICHE 21 Tle

Limites et formes indéterminées

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-21

- Il y a quatre **formes indéterminées** : $+\infty-\infty$; $0\times\infty$; $\dfrac{0}{0}$; $\dfrac{\infty}{\infty}$.
- Pour lever une forme indéterminée, selon les cas, on peut **factoriser par le terme de plus haut degré** ou **multiplier par l'expression conjuguée**.

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $\dfrac{2x^2+3}{x^2+4x}$ est égal à :

☐ $\dfrac{2+\dfrac{3}{x^2}}{1+\dfrac{4}{x^2}}$ ☐ $\dfrac{2+\dfrac{3}{x^2}}{1+\dfrac{4}{x}}$ ☐ $\dfrac{2x+\dfrac{3}{x}}{x+4}$ ☐ $\dfrac{5}{1+4x}$

b. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x^2+3}{x^2+4x}\right)$ est égale à :

☐ 0 ☐ 2 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

c. $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}$ est égal à :

☐ $\dfrac{2}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$ ☐ $\dfrac{2}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}$ ☐ $\dfrac{4x}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}$

d. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}\right)$ est égale à :

☐ 0 ☐ 2 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

2 **1.** Soit f définie par $f(x)=x^3+2x^2+x-3$. Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

....

....

....

2. Soit g définie par $g(x)=\dfrac{2x^2-4}{x^3+x^2}$. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

3 Soit h définie par $h(x)=\dfrac{6x^3-6x^2-36x}{3x-9}$. Déterminer $\lim\limits_{x\to3^+} h(x)$.

....

....

....

FICHE 22 Tle

Limites et comparaison

On note α une valeur réelle (a ou a^+ ou a^-) ou $-\infty$ ou $+\infty$.

- **Théorème de comparaison :**
  Soient f et g deux fonctions telles que $f(x) \leqslant g(x)$.
  - Si $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = +\infty$, alors $\lim\limits_{x \to \alpha} g(x) = +\infty$.
  - Si $\lim\limits_{x \to \alpha} g(x) = -\infty$, alors $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = -\infty$.
- **Théorème des gendarmes :**
  Soient f, g et h trois fonctions telles que $f(x) \leqslant g(x) \leqslant h(x)$ et ℓ un réel.
  Si $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = \lim\limits_{x \to \alpha} h(x) = \ell$, alors $\lim\limits_{x \to \alpha} g(x) = \ell$.
- **Croissance comparée :**
  Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$.

1 **Compléter.** Soit f une fonction.

a. Si pour tout réel $x > 0$, $\dfrac{2}{x} \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{5}{x}$, alors $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) =$ ....

b. Si pour tout réel $x < 0$, $1 + \dfrac{8}{x} \leqslant f(x) \leqslant 1 + \dfrac{6}{x}$, alors $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$ ....

c. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^3} =$ ....

2 **1.** Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} x + 3\cos(x)$.

....

....

....

2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{3 + \sin(x)}{x + 1}$. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

....

....

....

3 Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} 2x^2 - e^x + e^{-x}$.

....

....

....

....

Limites et composition

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-23

a, b et c désignent soit un réel, soit $+\infty$, soit $-\infty$.
Si $\lim\limits_{x\to a} f(x)=b$ et $\lim\limits_{X\to b} g(X)=c$ alors $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to a} g(f(x))=c}$.

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{\frac{1}{x}}$ est égale à : ☐ 0 ☐ 1 ☐ $-\infty$ ☐ $+\infty$

b. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ est égale à : ☐ 0 ☐ 1 ☐ $-\infty$ ☐ $+\infty$

c. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+5x}$ est égale à : ☐ 0 ☐ 1 ☐ $-\infty$ ☐ $+\infty$

d. $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{3-5x}$ est égale à : ☐ 0 ☐ e^2 ☐ $-\infty$ ☐ $+\infty$

2 Déterminer les limites suivantes.

a. $\lim\limits_{x\to0^+} e^{2-\frac{1}{x}}$

....

....

....

....

b. $\lim\limits_{x\to-\infty} \cos\left(\frac{3}{2x+1}\right)$

....

....

....

....

3 Soit f la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x^2-x-2}$.

Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

....

....

....

....

....

....

....

....

Continuité d'une fonction

Soient f une fonction définie sur un intervalle I ouvert et a un réel appartenant à I.

- f est continue en a si et seulement si $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$.
- Si f est **dérivable sur I** alors f est **continue sur I**.
- Toute somme, produit, quotient ou composée de fonctions usuelles est continue sur son ensemble de définition.

1 Cocher la bonne case.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = 2x - 1 \text{ si } x \leqslant -2 \\ f(x) = -x + 4 \text{ si } x > -2 \end{cases}$

	Vrai	Faux
a. $f(1) = 1$	☐	☐
b. f est continue en -5.	☐	☐
c. f est continue en -2.	☐	☐
d. f est continue sur $]-\infty\,; -2[$.	☐	☐

2 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} g(x) = \sqrt{x} \text{ si } x \geqslant 4 \\ g(x) = \dfrac{x+11}{x+1} \text{ si } x < 4 \end{cases}$

g est-elle continue en 4 ?

....

....

....

3 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} h(x) = e^x + 1 \text{ si } x < 0 \\ h(x) = x^2 + x + 2 \text{ si } x \geqslant 0 \end{cases}$

Montrer que h est continue sur $\mathbb{R}$.

....

....

....

....

....

....

....

FICHE 25 Tle

Continuité et suites

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-25

Théorème du point fixe : soit (u_n) une suite définie par un premier terme et $u_{n+1} = f(u_n)$ avec f une fonction. Si (u_n) converge vers ℓ et que f est continue en ℓ, alors ℓ **est solution de l'équation** $\boldsymbol{f(x) = x}$.

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. (u_n) est définie par $u_0 = 5$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 0{,}5u_n + 4$.
On admet que (u_n) converge. Sa limite est : ☐ 0,5 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 8

b. (v_n) est définie par $v_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = \dfrac{1}{4}v_n + 9$.
On admet que (v_n) converge. Sa limite est : ☐ 0 ☐ 2 ☐ 9 ☐ 12

2 Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x+3}{x+2}$ et (u_n) la suite définie par $u_0 = 4$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$. On admet que (u_n) est bien définie et que, pour tout $n \in \mathbb{N}, 1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 4$.
Montrer que la suite (u_n) converge et déterminer sa limite.

....

....

....

....

....

....

3 (v_n) est définie par $v_0 = 0{,}5$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = v_n(2 - v_n)$.
On admet que (v_n) est croissante et convergente. Déterminer sa limite.

....

....

....

....

....

....

FICHE **26** Tle

Continuité et équations

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-26

Théorème de la bijection : soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle $[a\,;b]$. Pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $\boldsymbol{f(x)=k}$ **admet une unique solution** dans $[a\,;b]$.

1 Soit f une fonction définie sur $[-5\,;5]$, dont le tableau de variations est donné ci-contre.
Relier chaque équation à son nombre de solution(s).

x	-5		-2		3		5
f	7	↘	-1	↗	4	↘	2

$f(x)=-4$ • $\quad$ $f(x)=1$ • $\quad$ $f(x)=3$ • $\quad$ $f(x)=5$ •

• 0 solution $\quad$ • 1 solution $\quad$ • 2 solutions $\quad$ • 3 solutions

2 Soit f la fonction définie par $f(x)=x^3-3x^2+6$.

1. Dresser le tableau de variations de f sur $[-4\,;4]$.

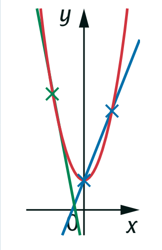
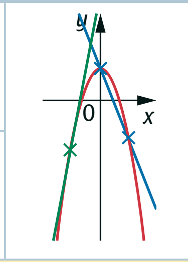
2. Montrer que l'équation $f(x)=15$ admet une unique solution α sur $[-4\,;4]$.
Donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.

3 Montrer que l'équation $\mathrm{e}^x+x=0$ admet une unique solution réelle.

Convexité : approche graphique

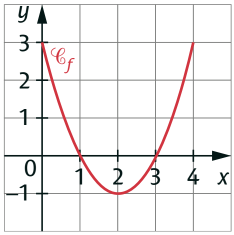
Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-27

- Soient f une fonction définie sur I et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

f est convexe sur I si :		f est concave sur I si :	
$\mathscr{C}_f$ est en dessous de ses **sécantes**.		$\mathscr{C}_f$ est au-dessus de ses **sécantes**.	
$\mathscr{C}_f$ est au-dessus de ses **tangentes**.		$\mathscr{C}_f$ est en dessous de ses **tangentes**.	

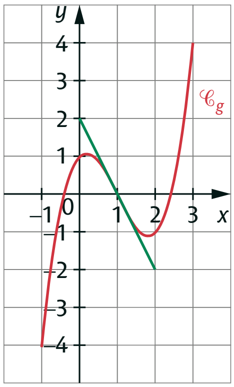
- Soient A un point de $\mathscr{C}_f$ et T_A la tangente à $\mathscr{C}_f$ en A. Le point A est un **point d'inflexion** pour $\mathscr{C}_f$ si, et seulement si, $\mathscr{C}_f$ traverse T_A au point A.

1 **Cocher la bonne case.** On considère la fonction f définie sur $[0 ; 4]$ représentée graphiquement ci-contre.



	Vrai	Faux
a. f est concave sur $[0 ; 2]$.	☐	☐
b. f est convexe sur $[2 ; 4]$.	☐	☐
c. f est convexe sur $[0 ; 4]$.	☐	☐
d. Le point d'abscisse 2 est un point d'inflexion.	☐	☐

2 On considère la fonction g définie sur $[-1 ; 3]$ représentée ci-contre. Déterminer graphiquement la convexité de g, puis préciser les coordonnées des éventuels points d'inflexion.



....

....

....

....

3 Soient f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 2$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.
On note T la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse a.
Étudier la position relative de $\mathscr{C}_f$ et de T et en déduire la convexité de f.

....

....

....

Convexité et dérivation

Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur un intervalle I.

- On appelle **dérivée seconde** de f la dérivée de f', notée f''.
- f est convexe sur I. $\Leftrightarrow$ f' est croissante sur I. $\Leftrightarrow$ f'' est positive sur I.
- f est concave sur I. $\Leftrightarrow$ f' est décroissante sur I. $\Leftrightarrow$ f'' est négative sur I.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 5x$.

a. $f''(x)$ est égale à : ☐ $2x+5$ ☐ $2x$ ☐ 2 ☐ 0

b. f' est : ☐ strictement croissante ☐ strictement décroissante

c. f est : ☐ concave ☐ convexe

2 Étudier la convexité de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 3x^2 - 6x + 7$.
Préciser les coordonnées des éventuels points d'inflexion.

....

....

....

....

....

x	
$g''(x)$	
g'	
g	

....

3 Étudier la convexité de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -xe^{-x}$.

....

....

FICHE 29 Tle

Convexité et inégalités

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-29

Si f est **convexe** (resp. **concave**) sur un intervalle I, alors pour tous réels x et y de I et pour tout réel $t \in [0\,;1]$:

$$f(tx+(1-t)y) \leqslant tf(x)+(1-t)f(y)$$

$$(\text{resp. } f(tx+(1-t)y) \geqslant tf(x)+(1-t)f(y))$$

1 **Cocher la bonne case.** Soient f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\mathrm{e}^x$, $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative et T la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

	Vrai	Faux
a. En traçant $\mathscr{C}_f$, on peut conjecturer que f est convexe.	☐	☐
b. Pour tous réels x et y, $\mathrm{e}^{\frac{x+y}{2}} \geqslant \dfrac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^y}{2}$.	☐	☐
c. L'équation réduite de T est $y=x$.	☐	☐
d. Pour tout réel x, $\mathrm{e}^x \geqslant x+1$.	☐	☐

2 Soient g la fonction définie par $g(x)=x^3$ et $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative.

1. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse 1.

....

....

....

2. En déduire que pour tout réel $x>0$, $x^3 \geqslant 3x-2$.

....

....

....

3 On admet que la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{1-2x}$ est concave sur son ensemble de définition. Montrer que pour tout réel $x<\dfrac{1}{2}$, $\sqrt{1-2x} \leqslant 1-x$.

....

....

....

....

....

FICHE 30 Tle

Solution d'une équation

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-30

- Une **équation différentielle** est une équation dont l'inconnue est une fonction notée y de la variable x ; elle se présente sous la forme d'une relation entre cette fonction y et ses dérivées successives $y', y'', \ldots$
- On dit qu'une **fonction** est **solution d'une équation différentielle** si elle vérifie l'égalité.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

a. $f(x) = x$ solution de : ☐ $y' = y$ ☐ $y' = x^2$ ☐ $y' + y = 1$ ☐ $y' = 1$

b. $f(x) = e^x$ solution de : ☐ $y' = \ln x$ ☐ $y' = y$ ☐ $y' = x$ ☐ $y'' = y$

c. $f(x) = \sin x$ solution de : ☐ $y' = f$ ☐ $y'' = y$ ☐ $y'' = -y$ ☐ $y' = -y$

2 On considère l'équation (E) : $y' + y = x^2$.

1. De quel degré est la fonction polynôme P solution de (E) ?

....

....

....

2. On pose $P(x) = ax^2 + bx + c$. Déterminer les valeurs de a, b et c.

....

....

3 On considère l'équation (E) : $y'' + 4y = x$.

1. Vérifier que la fonction $g(x) = \dfrac{x}{4}$ est solution de (E).

....

2. Montrer l'équivalence f est solution de (E) $\Leftrightarrow$ $f - g$ est solution de (E') $y'' + 4y = 0$.

....

....

....

....

3. Vérifier que $h(x) = \sin(2x)$ est solution de (E'). En déduire une solution de (E).

....

....

FICHE 31 Tle

Primitives usuelles

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-31

- On appelle **primitive** d'une fonction f toute fonction, notée F, telle que : $F'(x) = f(x)$.
- Toutes les primitives d'une fonction diffèrent d'une constante réelle.
- On obtient l'**unicité de la primitive** si on ajoute une condition initiale.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** Donner la (ou les) primitive(s).

a. $f(x) = x^2$:	☐ x^3	☐ $\dfrac{x^3}{3}$	☐ x^2+3	☐ $\dfrac{x^3}{3}+4$
b. $f(x) = \dfrac{1}{x}+1$:	☐ $\ln x$	☐ $-\dfrac{1}{x^2}+x$	☐ e^x	☐ $x+\ln x$
c. $f(x) = \sin x$:	☐ $5-\cos x$	☐ $\cos x$	☐ $\sin x$	☐ $-\sin x$
d. $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$:	☐ $-\dfrac{1}{x}+3$	☐ $\dfrac{1}{x}$	☐ $(\ln x)^2$	☐ $-\dfrac{1}{x}+1$

2 On considère l'équation différentielle (E) : $y' = -5x^2+3x-4$.

1. Donner une solution polynômiale de (E).

....

....

2. Comment sont les autres solutions de (E) ?

....

....

....

3 On considère les fonctions $f(x) = 3x+2e^x$ et $g(x) = \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

1. Donner une primitive pour chacune d'elles.

....

....

2. Déterminer la primitive de f qui s'annule en 0.

....

....

3. Donner la primitive de g qui vaut 1 en 1.

....

....

FICHE 32 T^{le}

Détermination de primitives

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-32

- Pour **déterminer une primitive**, on utilise les primitives des **fonctions usuelles** ou des **fonctions composées**.

► Voir **Mémo Maths** p. 126

• 1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** Donner une primitive de f.

a. $f(x) = xe^{x^2}$: ☐ e^{x^2} ☐ $\frac{1}{2}e^{x^2}$ ☐ $\frac{1}{2}x^2e^{x^2}$ ☐ $\frac{1}{4}x^2e^{x^2}$

b. $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$: ☐ $\ln(x^2+4)$ ☐ $\frac{1}{x^2+4}$ ☐ $-\frac{1}{x^2+4}$ ☐ $\frac{1}{2}\ln(x^2+4)$

c. $f(x) = \frac{x}{(x^2-1)^2}$: ☐ $-\frac{1}{2(x^2-1)}$ ☐ $\frac{1}{2(x^2-1)}$ ☐ $-\frac{1}{4(x^2-1)}$ ☐ $\frac{1}{2}\ln(x^2-1)^2$

•• 2 On considère les fonctions $f(x) = x^3 - 2x + 3$ et $g(x) = \frac{1}{x} + 3e^x$.

1. Déterminer toutes les primitives des fonctions f et g.

....

....

2. Trouver la primitive de f qui s'annule en 1.

....

....

••• 3 On donne $f(x) = (2x+3)(x^2+3x-1)^3$ et $g(x) = xe^{x^2+1}$.

1. Déterminer l'ensemble des primitives des fonctions f et g.

....

....

....

....

2. Déterminer la primitive de f qui s'annule en 0.

....

....

3. Déterminer la primitive de g qui vaut e en 1.

....

....

Primitives (cas particuliers)

Quand la fonction f ne ressemble à aucune des formules de primitives usuelles ou composées, il faut alors **changer son écriture** selon les indications fournies dans les exercices.

1 **Cocher la bonne case.** Indiquer si on peut déterminer la primitive en utilisant les primitives des fonctions usuelles et composées.

	Oui	Non
a. $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$	☐	☐
b. $f(x)=-3e^{-3x}$	☐	☐
c. $f(x)=2x(x^2+3)^2$	☐	☐
d. $f(x)=e^{x^3}$	☐	☐

2 Soit la fonction $f(x)=\dfrac{2}{x^2-1}$ pour tout réel différent de 1 et de –1.

1. Justifier qu'elle ne fait pas partie des primitives usuelles ou composées.

....

....

2. Déterminer les réels a et b tels que : $f(x)=\dfrac{a}{x-1}+\dfrac{b}{x+1}$.

....

....

....

3. En déduire l'ensemble des primitives de f.

....

3 On considère la fonction $f(x)=\dfrac{1}{e^x+1}$.

1. Montrer que $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{e^{-x}+1}$.

....

2. En déduire une primitive de f.

....

....

Équation $y' = ay$

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-34

Les équations différentielles de la forme $\boldsymbol{y' = ay}$ où a est un réel non nul ont pour solutions les fonctions $\boldsymbol{x \mapsto Ke^{ax}}$ avec K réel.

1 **Relier chacune des équations suivantes à une solution.**

$y' = 2y$	$y' + y = 0$	$y' = -3y$	$y' - y = 0$	$y' + 2y = 0$	
e^{x}	e^{-x}	e^{2x}	e^{-2x}	e^{3x}	e^{-3x}

2 On considère l'équation différentielle $3y' - 4y = 0$.

1. Résoudre cette équation.

....

....

2. Donner la solution qui prend la valeur e en 3.

....

....

3 On considère l'équation différentielle $y' = -\dfrac{1}{10}y$ et la condition initiale $y(0) = 40\,000$.

1. Donner l'expression de y en fonction du temps t.

....

....

....

2. Déterminer la valeur de t pour que y ait diminué de moitié.

....

....

....

3. Combien vaut le coefficient directeur de la tangente à la courbe à l'origine ?

....

....

FICHE 35 T^le

Équation $y' = ay + b$

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-35

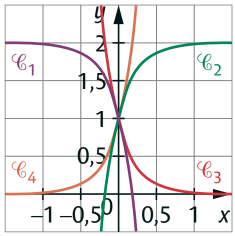
Les équations différentielles $y' = ay + b$ où a est un réel non nul et b un réel ont pour solutions les fonctions $x \mapsto Ke^{ax} - \frac{b}{a}$ avec K un réel.

1 **Relier chacune des équations suivantes à une solution.**

$y' = 2y + 1$ • $y' = 2y - 1$ • $y' + 2y = 1$ • $y' + 2y = -1$

$e^{2x} + \frac{1}{2}$ • $e^{-2x} + \frac{1}{2}$ • $e^{2x} - \frac{1}{2}$ • $e^{-2x} - \frac{1}{2}$

2 Parmi les courbes suivantes, trouver celle qui correspond à la solution de l'équation $y' + 4y = 8$ et qui prend la valeur 1 en 0. Justifier.



....

....

....

....

....

....

....

3 On considère l'équation (E) : $y' = -3y - 2$.

1. Déterminer la fonction constante C qui est solution de cette équation.

....

....

2. Montrer l'équivalence f solution de (E) $\Leftrightarrow$ $f - C$ solution de $y' = -3y$.

....

....

3. En déduire toutes les solutions de (E).

....

FICHE 36 Tle

Étude de fonction solution

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-36

Une équation différentielle permet d'avoir une relation entre la fonction et sa dérivée, ce qui est utile pour l'**étude de la fonction solution**.

1 **Cocher la bonne case.**

	Vrai	Faux
a. Si $y' = -2y$ alors y est décroissante.	☐	☐
b. Si $y' = 4y$ alors y est croissante.	☐	☐
c. Si $y' + y = 1$ et $y(0) = -1$ alors y est croissante.	☐	☐
d. Si $y' = 3y + 1$ et $y(0) = -1$ alors y est décroissante.	☐	☐

2 On considère l'équation $3y' = 2y - 5$.

1. Déterminer la solution f qui vaut 1 en 0.

....

....

....

2. Étudier les limites de f à l'infini.

....

....

3. Étudier les variations de f.

....

....

3 On considère l'équation $y' + 0,2y = 0,01$.

1. Déterminer la solution f telle que $f(0) = 0,5$.

....

....

....

2. Quel est le plus petit entier x tel que $f(x) < 0,25$?

....

....

FICHE 37 Tle

Équation $y' = ay + f$

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-37

Toute solution d'une équation différentielle (E) de la forme $y' = ay + f$, où f est une fonction, est la somme d'une solution particulière de (E) et d'une solution quelconque de l'équation $y' = ay$.

1 **Relier chaque équation différentielle à une solution particulière.**

$y' = 3y + 1$ •	• $-2x - 1$
$y' = -3y + \mathrm{e}^x$ •	• $-\dfrac{1}{3}$
$y' - y = 2x - 1$ •	• $\dfrac{1}{4}\mathrm{e}^x$

2 On considère l'équation (E) : $y' - 2y = x\mathrm{e}^{4x}$.

1. Déterminer les réels a et b tels que la fonction $g(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{4x}$ soit une solution particulière de (E).

....

....

....

2. Donner les solutions de l'équation (sans second membre) $y' - 2y = 0$.

....

3. En déduire toutes les solutions de (E).

....

3 On considère l'équation (E) : $y' + 3y = 3x^2 - x$.

1. Déterminer les réels a, b et c tels que la fonction $g(x) = ax^2 + bx + c$ soit une solution particulière de (E).

....

....

....

2. Donner toutes les solutions de (E).

....

3. Déterminer la solution f qui vaut 2 en 1.

....

....

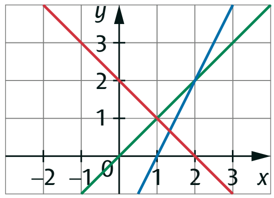
Intégrale, fonction positive

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-38

Soit f une fonction continue positive sur $[a\,;b]$.

- **L'intégrale de a à b de la fonction f** est l'aire de la surface entre la courbe de f, l'axe des abscisses et les deux droites d'équation $x = a$ et $x = b$.
- On la note $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

1 En s'aidant de la représentation graphique des fonctions, relier chacune de ces intégrales à la valeur correspondante.



$\int_0^3 x\,\mathrm{d}x$ $\quad$ $\int_{-2}^0 -x+2\,\mathrm{d}x$ $\quad$ $\int_2^3 2x-2\,\mathrm{d}x$

●　　●　　●

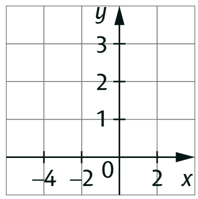
●　　●　　●

3 $\quad$ 4,5 $\quad$ 6

2 Soit f la fonction définie sur $[-4\,;3]$ par :

$$f(x)=\begin{cases}-x-1 \text{ sur } [-4\,;-2]\\ 1 \text{ sur } [-2\,;1]\\ x \text{ sur } [1\,;3]\end{cases}$$

1. Représenter graphiquement la fonction f.



2. Justifier que f est positive sur $[-4\,;3]$.

....

3. Déterminer $\int_{-4}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

....

....

....

3 Déterminer $I = \int_1^3 \sqrt{4-(x-1)^2}\,\mathrm{d}x$.

Dessiner la courbe à la calculatrice.

....

....

....

....

....

....

Intégrale et primitives

Soient f une fonction continue sur $[a\,;\,b]$ et F une primitive de f sur $[a\,;\,b]$.

On a $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$.

1 **Relier chacune de ces intégrales à la valeur correspondante.**

$\int_0^1 \mathrm{d}x$	$\int_0^1 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$	$\int_{-3}^1 -5x\,\mathrm{d}x$	$\int_{-1}^1 \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$	$\int_3^5 x^{-2}\,\mathrm{d}x$	$\int_1^2 \frac{1}{x}\mathrm{d}x$
$\mathrm{e}-1$	20	$\ln(2)$	$\frac{2}{15}$	$\mathrm{e}-\frac{1}{\mathrm{e}}$	1

2 **Déterminer les valeurs des intégrales suivantes.**

a. $I = \frac{2}{3}\int_{-1}^1 (1-x^2)\,\mathrm{d}x =$ ……………………………………

……………………………………

b. $J = \int_{-1}^2 \frac{x}{\sqrt{x^2+5}}\,\mathrm{d}x =$ ……………………………………

……………………………………

c. $K = \int_0^1 t^2 \mathrm{e}^{t^3}\,\mathrm{d}t =$ ……………………………………

……………………………………

d. $L = \int_{-3}^{-2} \frac{t}{(t^2-1)^3}\,\mathrm{d}t =$ ……………………………………

……………………………………

……………………………………

3 Soit la fonction f définie sur $[0\,;\,1]$ par $f(x) = \ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$.

1. Justifier que f est dérivable sur $[0\,;1]$ et déterminer $f'(x)$.

……………………………………

……………………………………

2. En déduire $\int_0^1 \frac{1}{4-t^2}\,\mathrm{d}t$.

……………………………………

FICHE 40 Tle

Intégration par parties

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-40

Soient u et v deux fonctions dérivables sur $[a\,;b]$ qui admettent des dérivées u' et v' continues.

$$\int_a^b u(x)v'(x)\,\mathrm{d}x = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)\,\mathrm{d}x$$

1 **Relier chacune de ces intégrales à la valeur correspondante.**

$\int_0^1 x\mathrm{e}^{4x}\,\mathrm{d}x$	$\int_1^{\mathrm{e}^2} x\ln(x)\,\mathrm{d}x$	$\int_{-2\pi}^{\frac{\pi}{2}} x\cos(x)\,\mathrm{d}x$	$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\cos(x)\,\mathrm{d}x$
$\dfrac{3\mathrm{e}^4+1}{4}$	0	$\dfrac{3\mathrm{e}^4+1}{16}$	$\dfrac{\pi-2}{2}$

2 Soit $I = \int_1^{\mathrm{e}} x^{-2}\ln(x)\,\mathrm{d}x$. On pose $u'(x) = x^{-2}$ et $v(x) = \ln(x)$.

Déterminer $u(x)$ et $v'(x)$ puis calculer I.

3 Soient les suites définies par $I_n = \int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{-nx}}{1+x}\,\mathrm{d}x$ et $J_n = \int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{-nx}}{(1+x)^2}\,\mathrm{d}x$.

1. Montrer que pour tout entier $n \geqslant 1$, $I_n = \frac{1}{n}\left(1 - \frac{\mathrm{e}^{-n}}{2} - J_n\right)$.

2. On admet que $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n = \lim\limits_{n\to+\infty} J_n = 0$. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} nI_n$.

Propriétés de l'intégrale

Soient f et g deux fonctions continues sur $[a\,;\,b]$ et $\lambda \in \mathbb{R}$.

- $\int_a^b \lambda f(t)\,\mathrm{d}t = \lambda \int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$
- $\int_a^b [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$
- Si $f(x) \geqslant g(x)$ sur $[a\,;\,b]$ alors $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

a. f est une fonction positive sur $[1\,;\,3]$: ☐ $\int_1^3 f(t)\,\mathrm{d}t \geqslant 0$ ☐ $\int_1^3 f(t)\,\mathrm{d}t \leqslant 0$

b. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 x\,\mathrm{d}x$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x\,\mathrm{d}x$: ☐ $I+J=1$ ☐ $I+J=0$ ☐ $I+J=\frac{\pi}{3}$

☐ $I>0$ ☐ $I<0$ ☐ $J\geqslant 0$ ☐ $J \leqslant 0$

2 **1.** Montrer que pour tout réel $t \in [0\,;1]$, $\frac{t^2}{2} \leqslant \frac{t^2}{1+t} \leqslant t^2$.

....

2. En déduire un encadrement de $I = \int_0^1 \frac{t^2}{1+t}\,\mathrm{d}t$.

....

....

....

....

....

3 **1.** Démontrer que pour $t \geqslant 1$, $\frac{1}{t^2} \leqslant \frac{1}{t} \leqslant \frac{1}{\sqrt{t}}$.

....

2. Déterminer un encadrement de $\ln(2)$.

....

....

....

....

....

FICHE 42 Tle

Valeur moyenne

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-42

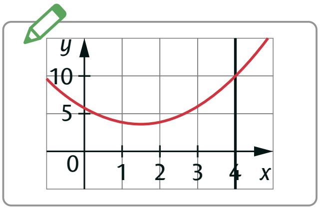
Soit f une fonction continue sur $[a\ ;\ b]$.

- La **valeur moyenne de f** sur $[a\ ;\ b]$ est $\mu = \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(t)\,dt$.
- Si f est positive, la valeur moyenne est la **hauteur du rectangle de base** $(b-a)$ ayant la même aire que l'aire sous la courbe de f.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** La valeur moyenne :

a. de $f(x) = 3$ sur $[1\ ;\ 4]$ est :	☐ 3	☐ 5,5	☐ 9	☐ $0{,}25\ln(5)$
b. de $g(x) = 3x - 2$ sur $[1\ ;\ 4]$ est :	☐ 3	☐ 5,5	☐ 9	☐ $0{,}25\ln(5)$
c. de $h(x) = \dfrac{1}{x}$ sur $[-5\ ;\ -1]$ est :	☐ 3	☐ $0{,}25\ln(5)$	☐ $-0{,}25\ln(5)$	☐ -6
d. de $k(x) = \cos(x)$ sur $[0\ ;\ 3]$ est :	☐ 3	☐ $\sin(3)$	☐ $\cos(3)$	☐ $\dfrac{\sin(3)}{3}$

2 Sur le graphique ci-contre est tracée la courbe de la fonction $h(x) = x^2 - 3x + 6$.



1. Déterminer la valeur moyenne de la fonction f sur $[0\ ;\ 4]$.

....

....

....

2. Représenter la valeur moyenne sur le graphique.

....

....

3 Le bénéfice en milliers d'euros d'une vente de x tonnes de blé est donné par $f(x) = -3x^2 + 6x - 1{,}5$. La vente de l'entreprise varie selon les jours de 0 à 2 t. Quelle est la valeur moyenne du bénéfice de l'entreprise ?

....

....

....

....

....

Calcul d'aires

Soient f et g deux fonctions continues sur $[a\ ;\ b]$ telles que $f(x) \leqslant g(x)$.
L'aire du domaine délimité par les courbes représentatives des deux fonctions et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ est $\int_a^b [g(x) - f(x)]\mathrm{d}x$.

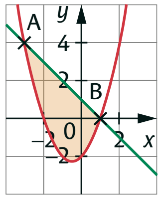
1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** Soient $f(x) = 0{,}5x + 1$ et $g(x) = -x + 3$.

a. $f(x) \leqslant g(x)$ sur $[2\ ;\ 4]$: ☐ Vrai ☐ Faux

b. L'aire entre $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ entre 3 et 6 est :

☐ $\int_3^6 (1{,}5x - 2)\mathrm{d}x$ ☐ $\int_3^6 (2 - 1{,}5x)\mathrm{d}x$ ☐ 14,25 ☐ 5,25

2 Sur le graphique ci-contre sont tracées les courbes des fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + x - 2$ et $g(x) = -x + 1$.



1. Déterminer les abscisses x_A et x_B des points A et B.

....

....

....

2. Déterminer le signe de $f(x) - g(x)$ sur $[-3\ ;\ 1]$.

....

....

3. Déterminer l'aire $\mathscr{A}$ coloriée.

....

....

3 Déterminer l'aire $\mathscr{A}$ de la surface comprise entre les courbes représentant les fonctions $x \to \ln(x)$ et $x \to \ln^2(x)$ entre 1 et e.

....

....

....

....

....

....

FICHE 44 T^{le} Suites et intégrales

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-44

Une **suite** peut être définie à partir d'une **intégrale**. L'indice n peut se situer dans les bornes de l'intégrale ou dans la fonction à intégrer.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** Soit $I_n = \int_0^1 t^n e^{-t}\,dt$.

a. ☐ $I_0 = \int_0^1 e^{-t}\,dt$ ☐ $I_0 = \int_0^1 te^{-t}\,dt$ ☐ $I_0 = 1 - e$

b. ☐ $I_{n+1} = -e - (n+1)I_n$ ☐ $I_{n+1} = -e^{-1} + (n+1)I_n$

La suite (I_n) :

c. ☐ est croissante ☐ est décroissante ☐ est minorée ☐ est majorée

d. ☐ est convergente ☐ est divergente ☐ admet une limite

2 On définit la suite (I_n) par $I_n = \int_0^1 \ln(1+x^n)\,dx$.

1. Étudier les variations de la suite I_n.

....

....

....

....

2. Montrer que $0 \leqslant I_n \leqslant \ln(2)$. En déduire que (I_n) est convergente.

....

....

....

....

3 Soit (I_n) la suite définie par $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x^2}\,dx$. Déterminer sa limite.

....

....

....

....

....

....

Forme canonique

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-45

- **Fonction polynôme de degré 2 :** fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a, b et c trois réels et $a \neq 0$.
- **Forme canonique :** $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec α et β deux réels.

• 1 Compléter le tableau suivant.

Fonction	Polynôme de degré 2 ?	Si oui, valeur de		
		a	b	c
$f(x) = 2x^2 + 3x - 1$	....	....	....	....
$f(x) = x^2 + 2$	....	....	....	....
$f(x) = 3x - 1$	....	....	....	....
$f(x) = (3x-1)(-2x+5)$	....	....	....	....

•• 2 Déterminer la forme canonique des fonctions suivantes.

1. $f(x) = x^2 + 4x + 7$

....

....

....

2. $g(x) = -2x^2 + x - 1$

....

....

....

••• 3 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -3x^2 - 6x + 3$.

1. Résoudre l'équation $h(x) = 0$.

....

....

....

....

2. Dresser le tableau de signes de $h(x)$.

....

....

FICHE **46** 1re

Variations d'un trinôme

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-46

- Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a, b et c des réels et $a \neq 0$.

Si $a > 0$

x	$-\infty$	$\alpha = -\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
f	$\searrow$	$\beta = f(\alpha)$	$\nearrow$

Si $a < 0$

x	$-\infty$	$\alpha = -\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
f	$\nearrow$	$\beta = f(\alpha)$	$\searrow$

- Dans un repère orthonormé, $\mathscr{C}_f$ a pour axe de symétrie la droite d'équation $x = \alpha$.

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 12x + 8$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

a. $\mathscr{C}_f$ a pour axe de symétrie : ☐ $x = -2$ ☐ $x = 2$ ☐ $x = 3$ ☐ $x = 4$

b. Sur l'intervalle $]-\infty\,;2]$, f est : ☐ croissante ☐ décroissante

c. Le minimum de f est : ☐ 2 ☐ -4 ☐ -2 ☐ -12

2 Déterminer le tableau de variations des fonctions suivantes.

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x + 8$.

....

....

....

2. g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x^2 + x + 8$.

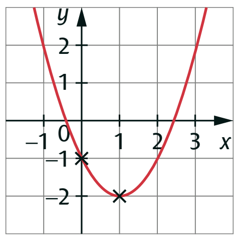
....

....

....

3 On considère la fonction f, polynôme de degré 2, définie sur $\mathbb{R}$ et représentée graphiquement ci-contre.

Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.



....

....

....

FICHE 47 1re

Équations du second degré

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-47

Discriminant de l'équation $ax^2+bx+c=0$ avec $a\neq 0$: $\Delta=\boldsymbol{b^2-4ac}$

- Si $\Delta<\mathbf{0}$, alors l'équation n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$.
- Si $\Delta=\mathbf{0}$, alors l'équation a une seule solution $\boldsymbol{x_0}=-\dfrac{\boldsymbol{b}}{\mathbf{2}\boldsymbol{a}}$.
- Si $\Delta>\mathbf{0}$, alors l'équation a deux solutions $\boldsymbol{x_1}=\dfrac{-\boldsymbol{b}-\sqrt{\Delta}}{\mathbf{2}\boldsymbol{a}}$ et $\boldsymbol{x_2}=\dfrac{-\boldsymbol{b}+\sqrt{\Delta}}{\mathbf{2}\boldsymbol{a}}$.

• 1 Cocher la réponse exacte. On considère l'équation $3x^2-2x-1=0$.

a. Le discriminant est égal à : ☐ -8 ☐ 16 ☐ 14 ☐ 7

b. Les solutions sont : ☐ $\left\{-\dfrac{2}{3};2\right\}$ ☐ $\left\{-1;\dfrac{1}{3}\right\}$ ☐ $\left\{-2;\dfrac{2}{3}\right\}$ ☐ $\left\{-\dfrac{1}{3};1\right\}$

•• 2 Résoudre les équations suivantes.

1. $x^2+2x+3=0$

....

2. $2x^2+7x-3=0$

....

....

3. $9x^2-12x+4=0$

....

••• 3 **1.** Résoudre l'équation suivante : $x^4-x^2-12=0$.

....

....

....

....

2. On considère un triangle rectangle de périmètre 18 cm et dont l'hypoténuse mesure 8 cm. Déterminer la longueur de tous ses côtés.

....

....

....

....

FICHE 48 1re

Racines et factorisation

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-48

f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

- Les solutions de $ax^2 + bx + c = 0$ sont appelées les **racines** de f.
- Si $\Delta > 0$, alors $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$; $x_1 \times x_2 = \dfrac{c}{a}$ et $\boldsymbol{f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)}$.
- Si $\Delta = 0$, alors $\boldsymbol{f(x) = a(x - x_0)^2}$.
- Si $\Delta < 0$, alors $f(x)$ ne s'écrit pas comme un produit de polynômes de degré 1.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 + 15x - 10$.

a. La somme des deux racines de f est égale à : ☐ 2 ☐ –2 ☐ 3 ☐ –3

b. Le produit des deux racines de f est égale à : ☐ 2 ☐ –2 ☐ 3 ☐ –3

c. La forme factorisée de $f(x)$ est $5(x-2)(x+1)$: ☐ vrai ☐ faux

2 **1.** Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$.

a. Déterminer une racine évidente de f.

....

b. En déduire la valeur de l'autre racine puis la forme factorisée de $f(x)$.

....

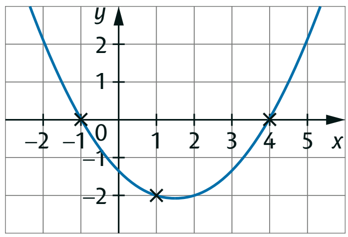
....

2. Déterminer l'expression de la fonction h représentée graphiquement ci-contre.

....

....

....



3 On considère l'équation suivante : $x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$.

1. Montrer que 2 est solution de l'équation, puis déterminer la valeur des réels a, b et c tels que $x^3 - x^2 + 14x + 24 = (x-2)(ax^2 + bx + c)$.

....

....

2. En déduire les solutions de l'équation.

....

FICHE 49 1re

Signe d'un trinôme

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-49

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

$a > 0$, $\Delta < 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

$a > 0$, $\Delta = 0$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

$a > 0$, $\Delta > 0$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$a < 0$, $\Delta < 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

$a < 0$, $\Delta = 0$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

$a < 0$, $\Delta > 0$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

a. Les solutions de l'inéquation $6x^2 - 3x - 9 < 0$ sont :

☐ $\mathbb{R}$ ☐ $]-\infty\,;-1[\,\cap\,]1{,}5\,;+\infty[$ ☐ $]-1\,;1{,}5[$ ☐ il n'y a pas de solution

b. Les solutions de l'inéquation $-2x^2 + 5x - 10 > 0$ sont :

☐ $\mathbb{R}$ ☐ $]-\infty\,;-1[\,\cap\,]3\,;+\infty[$ ☐ $]-1\,;3[$ ☐ il n'y a pas de solution

2 **1.** Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 - 7x + 4$.
Dresser le tableau de signes de $f(x)$, puis résoudre $f(x) \leqslant 0$.

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4x^2 - 7x + 8$. Dresser le tableau de signes de $g(x)$, puis résoudre $g(x) > 0$.

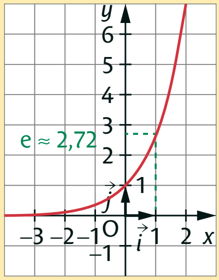
3 Une boulangère prépare entre 0 et 30 gâteaux par jour. Elle vend toute sa production et chaque gâteau est vendu 20 €. Le coût de x gâteaux est égal à $2x^2 - 40x + 250$. Combien de gâteaux la boulangère doit-elle préparer par jour pour être rentable ?

FICHE 50 1re

e^x : propriétés algébriques

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-50

- Il existe une unique fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ tel que $f(0)=1$ et $f'=f$. Elle est appelée **fonction exponentielle** et se note **exp**.
- On note $\mathbf{e}=\mathbf{exp}(1)$. On a $e \approx 2{,}72$.
- On remarque que $\mathbf{exp}(a)=[\mathbf{exp}(1)]^a=\mathbf{e}^a$.
- Pour tous réels a et b et pour tout entier n :
  - $\mathbf{e}^{a+b}=\mathbf{e}^a\mathbf{e}^b$
  - $\mathbf{e}^{-a}=\dfrac{1}{\mathbf{e}^a}$
  - $\mathbf{e}^{a-b}=\dfrac{\mathbf{e}^a}{\mathbf{e}^b}$
  - $(\mathbf{e}^a)^n=\mathbf{e}^{an}$



1 Simplifier les expressions suivantes.

a. $e^5 \times e^2 \times e^{-3} =$ ....

b. $\dfrac{e^4}{e^3} =$ ....

c. $(e^2)^3 =$ ....

d. $\dfrac{e^4 \times e^{-5}}{e} =$ ....

e. $e^{-2} \times e^4 \times e^{-1} =$ ....

f. $\dfrac{e^7}{e^{-10}} =$ ....

g. $e^3 \times (e^{-4})^2 =$ ....

h. $\dfrac{e \times (e^5)^7}{e^{-9} \times e^4} =$ ....

2 Développer et réduire les expressions suivantes.

$A=(e^{2x}+5)^2$

....

....

$B=(e^{-x}-e^x)^2$

....

....

$C=(4-3e^{-2x})(4+3e^{-2x})$

....

....

$D=(e^{2x}-2)(e^{-x}+5)$

....

....

3 Factoriser les expressions suivantes.

$A=5e^{-4x}-3e^{-4x}+7e^{-4x}$

....

....

$B=9e^{2x}+6+e^{-2x}$

....

....

$C=e^{2x}-9x^2$

....

....

$D=(-5x+2)(e^{-2x})^4-5e^{-8x}$

....

....

FICHE 51 1re

e^x : équation/inéquation

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-51

- $e^a = e^b$ équivaut à $a = b$.
- $e^a \geqslant e^b$ équivaut à $a \geqslant b$.

1 Résoudre les équations suivantes.

a. $e^{3x-2} = e^{7-2x}$

b. $e^{x-2} = e$

c. $(2x-3)e^{x-3} = 0$

2 Résoudre les inéquations suivantes.

a. $e^{-x-2} \leqslant e^{-7}$

b. $e^{2x+1} - e^3 \geqslant 0$

c. $4x^2e^{-x} + 2e^{-x} < 0$

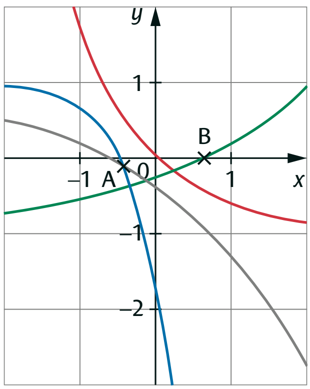
3 **1.** Associer chaque courbe à la fonction qui lui correspond.

$f(x) = e^{\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}} - 1$: courbe ....

$g(x) = e^{-x} - 1$: courbe ....

$h(x) = -e^{2x+1} + 1$: courbe ....

$k(x) = -e^{\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}} + 1$: courbe ....



2. Déterminer les coordonnées de A et B.

e^x : dérivée, étude de fonctions

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-52

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\mathbf{e^x > 0}$. Si $f(x) = e^x$, on a $\boldsymbol{f'(x) = e^x}$.
  La fonction exponentielle est croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si a et b sont deux nombres réels, $\boldsymbol{(e^{ax+b})' = ae^{ax+b}}$.

1 **Relier chaque expression de fonction de la première ligne à l'expression de sa fonction dérivée.**

$-2e^{3x}$	$4e^{-2x}+8e^x$	$\dfrac{2x-1}{e^x}$	$\sqrt{x}e^x$
$\dfrac{3-2x}{e^x}$	$-8e^{-2x}+8e^x$	$\dfrac{(2x+1)e^x}{2\sqrt{x}}$	$-6e^{3x}$

2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{e^{-x}+2}$.
Déterminer une expression de $f'(x)$ et en déduire les variations de f.

....

....

....

3 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x - 3 + e^{-x}$ et de courbe représentative $\mathscr{C}_g$.

1. Déterminer une expression de $g'(x)$ puis le sens de variation de g.

....

....

....

....

2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{C}_g$ avec l'axe des ordonnées.

....

3. Étudier la position relative de $\mathscr{C}_g$ et la droite d d'équation $y = x - 3$.

....

....

e^x : suite et modélisation

Soit a un nombre réel. La suite (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = e^{na}$ est une **suite géométrique** de raison e^a.

1 Compléter le tableau suivant.

Suite	Nature	Raison	Sens de variation
$u_n = e^{2n}$	....	....	....
$u_n = e^{-0,5n}$	....	....	....
$u_n = en$	....	....	....
$u_n = \dfrac{1}{e^n}$	....	....	....

2 Un couple de mammifères est introduit dans une nouvelle réserve dont l'évolution de la population est modélisée n années après l'introduction par la suite $u_n = 2e^{\frac{2}{3}n}$.

1. Quelle est la population au bout de 3 ans ?

....

....

2. En quelle année la population aura été multipliée par 1 000 ?

....

....

....

3 Soit $n \in N$. On considère la somme $S = 1 + e^2 + e^4 + e^6 + ... + e^{2n}$.

1. Démontrer que S est la somme des $(n+1)$ premiers termes d'une suite géométrique.

....

....

2. Déterminer S en fonction de n.

....

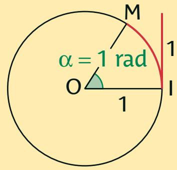
....

FICHE 54 1re

Cercle trigonométrique et radian

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-54

- Dans le repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, le **cercle trigonométrique** est le cercle de centre O et de rayon 1. On l'oriente dans le **sens direct** : le sens contraire des aiguilles d'une montre.
- La mesure α en **radian** de l'angle $\widehat{IOM}$ est la longueur de l'arc $\widehat{IM}$ intercepté par cet angle.



1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** Donner la valeur en radian ou en degré (arrondi à 0,1 près) des angles donnés.

a. 90° : ☐ π ☐ $\frac{\pi}{3}$ ☐ $\frac{\pi}{4}$ ☐ $\frac{\pi}{2}$ **b.** 1 rad : ☐ 60° ☐ 57,3° ☐ 180° ☐ 90°

c. 45° : ☐ $\frac{\pi}{2}$ ☐ $\frac{\pi}{6}$ ☐ $\frac{\pi}{4}$ ☐ $\frac{\pi}{3}$ **d.** 3 rad : ☐ 360° ☐ 180° ☐ 171,9° ☐ 45°

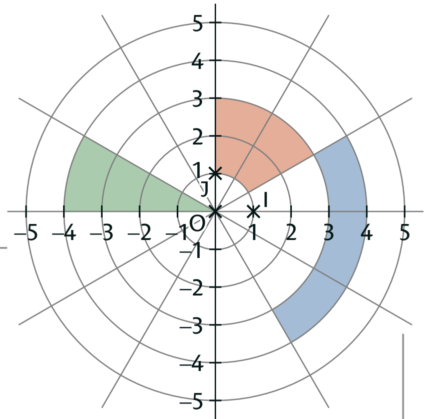
2 Déterminer la mesure principale, c'est-à-dire la valeur dans $]-\pi\,;\pi]$, de chacun des angles suivants : **a.** $\frac{22\pi}{3}$ **b.** $-\frac{27\pi}{4}$ **c.** $\frac{79\pi}{6}$

a. ....

b. ....

c. ....

3 Les cercles ci-contre ont le même centre et des rayons entre 1 et 5 et les droites correspondent aux angles $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}$ et $-\frac{\pi}{6}$. Définir les points de chaque zone coloriée avec des angles et des rayons.

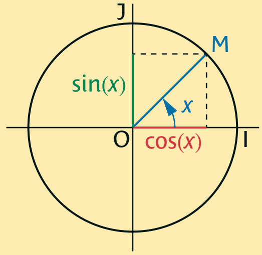


FICHE 55 1re

Sinus et cosinus d'un angle

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-55

- Les coordonnées d'un point M du cercle trigonométrique correspondant à un angle $\widehat{IOM} = x$ sont : $(\cos(x) ; \sin(x))$.
- Propriétés : $-1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1$; $-1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$ et $(\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 = 1$.



▶ Voir **Mémo Maths** p. 129 pour les valeurs remarquables et les angles associés.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

a. $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) =$ ☐ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ $\frac{1}{2}$

b. $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) =$ ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ -1 ☐ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2 **Simplifier les expressions suivantes.**

1. $A = (\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$

2. $B = \cos(-x) - 2\cos(3\pi - x) + \cos(5\pi + x)$

3. $C = \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(5\pi + x)$

3 **En utilisant les angles associés, simplifier les expressions suivantes.**

1. $A = \sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{10\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{13\pi}{7}\right)$

2. $B = \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

FICHE 56 — 1re Tle

Équations et inéquations

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-56

- Équations :
  - $\cos(x)=\cos(a) \Leftrightarrow x=a+2k\pi$ ou $x=-a+2k\pi$ où $k\in\mathbb{Z}$
  - $\sin(x)=\sin(a) \Leftrightarrow x=a+2k\pi$ ou $x=\pi-a+2k\pi$ où $k\in\mathbb{Z}$
- Inéquations :
  - $\cos(x)\leqslant\cos(a) \Leftrightarrow a+2k\pi\leqslant x\leqslant 2\pi-a+2k\pi$ où $k\in\mathbb{Z}$
  - $\sin(x)\leqslant\sin(a) \Leftrightarrow -\pi-a+2k\pi\leqslant x\leqslant a+2k\pi$ où $k\in\mathbb{Z}$

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$.

a. $\cos(x)=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=$ ☐ $-\frac{2\pi}{3}$ ☐ $-\frac{\pi}{3}$ ☐ $\frac{2\pi}{3}$ ☐ $\frac{\pi}{3}$

b. $\sin(x)=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x=$ ☐ $\frac{\pi}{3}$ ☐ $\frac{\pi}{6}$ ☐ $\frac{\pi}{4}$ ☐ $-\frac{\pi}{4}$

c. $\cos(2x)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=$ ☐ $\frac{\pi}{3}$ ☐ $\frac{2\pi}{3}$ ☐ $\frac{\pi}{8}$ ☐ $\frac{\pi}{6}$

2 Résoudre l'équation $\sin\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)=-\frac{1}{2}$ dans $\mathbb{R}$.

3 Étudier le signe de $f(x)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}$ sur l'intervalle $[0\,;2\pi[$.

FICHE 57 1re

Fonctions trigonométriques

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-57

- La fonction cosinus est **paire** et **périodique** de période 2π.
- La fonction sinus est **impaire** et **périodique** de période 2π.

1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. $f(x) = \sin^2(-x)$ est paire.	☐	☐
b. $f(x) = \cos(3x)$ est périodique de période 3π.	☐	☐
c. $f(x) = \sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right)$ est périodique de période π.	☐	☐
d. $f(x) = \dfrac{\cos x}{x}$ est impaire.	☐	☐

2 On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{1-\cos x}$.

1. Montrer que f est paire et de période 2π. Interpréter graphiquement.

....

....

....

....

2. Graphiquement, préciser les extremums locaux sur l'intervalle $[0\,;2\pi[$.

....

....

3 On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{\sin x}$.

1. Montrer que f est 2π-périodique mais ni paire, ni impaire.

....

....

2. On étudie f sur $[0\,;2\pi[$ et on admet que $f'(x) = \cos x\,\mathrm{e}^{\sin x}$.
Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.

FICHE 58 Tle

Fonctions cosinus et sinus

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-58

- $(\cos x)' = -\sin x$ et $(\sin x)' = \cos x$ avec $x \in \mathbb{R}$.
- $(\cos(u(t)))' = -u'(t)\sin(u(t))$ et $(\sin(u(t)))' = u'(t)\cos(u(t))$ avec $u(t)$ une fonction dérivable sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et $t \in$ I.

1 **Cocher la bonne case.** Donner la dérivée des fonctions suivantes.

a. $f(x) = \sin(3x)$: ☐ $3\cos(3x)$ ☐ $3\cos x$ ☐ $-3\cos x$ ☐ $-3\cos(3x)$

b. $f(x) = \cos(3x)$: ☐ $-3\sin x$ ☐ $3\sin(3x)$ ☐ $-3\sin(3x)$ ☐ $3\sin x$

c. $f(x) = \sin^2 x$: ☐ $-2\sin x\cos x$ ☐ $\cos^2 x$ ☐ $2\cos^2 x$ ☐ $2\sin x\cos x$

d. $f(x) = e^{\cos x}$: ☐ $e^{-\sin x}$ ☐ $-\sin x$ ☐ $-\sin x\, e^{\cos x}$ ☐ $\sin x\, e^{\cos x}$

2 On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

1. Montrer qu'une période est 2π.

2. Calculer sa dérivée.

3 On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$.

1. Montrer que la période de la fonction f est $\frac{2\pi}{3}$.

2. Calculer la dérivée $f'(x)$.

3. Étudier les variations de f sur $\left[-\frac{2\pi}{9} ; \frac{4\pi}{9}\right]$.

FICHE 59 Tle

Définition, équation et inéquation

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-59

- On appelle **fonction logarithme népérien**, notée **ln**, la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ qui à tout nombre $x > 0$ associe y tel que $e^y = x$.
- Si $x > 0$ alors $\mathbf{e^{\ln(x)} = x}$. Si $x \in \mathbb{R}$ alors $\mathbf{\ln(e^x) = x}$.

  On en déduit : • $\ln(1) = 0$ • $\ln(e) = 1$ • $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = \ln(e^{-1}) = -1$
- Pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$:

  $\mathbf{\ln(a) = \ln(b) \Leftrightarrow a = b}$ $\mathbf{\ln(a) < \ln(b) \Leftrightarrow a < b}$

1 Relier chacune des équations et inéquations suivantes à sa solution.

$\ln(x) = -7$ • $e^x = 4$ • $\ln(3x-1) \geqslant \ln(2)$ • $e^{-3x+5} < 2$ • $\ln(4x-1) \leqslant 3$

$x \geqslant 1$ • $\frac{1}{4} < x \leqslant \frac{1}{4}(e^3 + 1)$ • e^{-7} • $x > -\frac{1}{3}\ln(2) + \frac{5}{3}$ • $\ln(4)$

2 Résoudre l'équation et l'inéquation suivantes.

1. $2(\ln(x))^2 - \ln(x) = 0$

....

....

....

2. $\ln(-2-x) \leqslant \ln(-3x-1)$

....

....

....

3 Résoudre l'équation (E) : $\mathbf{\ln[(x-3)(2x+1)] = \ln(x^2 - 6)}$.

....

....

....

....

....

....

Propriétés algébriques de ln

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-60

Pour tous réels $a > 0, b > 0$ et $n \in \mathbb{Z}$:

- $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
- $\ln(a^n) = n\ln(a)$
- $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\ln(a)$

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $2\ln(5) - \ln(10)$ est égal à : ☐ $\ln(2)$ ☐ $\ln(2{,}5)$ ☐ $\ln(-5)$ ☐ 0

b. $\ln(\sqrt{8})$ est égal à : ☐ $2\ln(2)$ ☐ $\ln(2\sqrt{2})$ ☐ $2\ln(8)$ ☐ $\frac{1}{2}\ln(8)$

c. $\ln\left(\frac{1}{4}\right) + \ln(16)$ est égal à : ☐ $2\ln(2)$ ☐ 0 ☐ $\ln(4)$ ☐ $\ln(12)$

d. $\frac{1}{2}\ln(25) - \ln(5)$ est égal à : ☐ 0 ☐ $\ln(10)$ ☐ $\ln(20)$ ☐ $\ln(7{,}5)$

e. $e^{5\ln(3)-\ln(6)}$ est égal à : ☐ e^{-9} ☐ $\frac{3^4}{2}$ ☐ 9 ☐ $\frac{3^5}{6}$

2 **1.** Simplifier $A = \ln(5e^4) - \ln\left(\frac{5}{\sqrt{e}}\right)$ et $B = \frac{1}{2}\ln(125) - 2\ln(5) + \ln(\sqrt{5})$.

....

....

....

2. Résoudre, sur $]3\,;+\infty[$, $C = \ln(x+3)^2 + 2\ln(x-3) = 0$.

....

....

....

3 $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 10$ et de raison $\frac{2}{3}$.
À partir de quel rang n les termes de la suite sont-ils inférieurs à 1 ?

....

....

....

....

....

FICHE 61 Tle

Étude de fonction ln

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-61

- ln est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}$.
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $[(\ln(x)+3)(x-5)]'$ est égal à : ☐ $4 - \dfrac{5}{x} + \ln(x)$ ☐ $\dfrac{x-5+x(\ln(x)+3)}{x}$

b. $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln(2-5x)$ est égal à : ☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ $-\infty$ ☐ 1

c. $\lim\limits_{x \to \frac{2}{5}^-} \ln(2-5x)$ est égal à : ☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ $-\infty$ ☐ 1

2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = \ln(x) + \dfrac{1}{2}x^3 - 5$.

1. Déterminer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition de f.

....

....

2. Déterminer $f'(x)$ et déterminer le sens de variation de f.

....

3 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = (\ln(x))^2 - \dfrac{1}{2}\ln(x)$.

Tracer la courbe sur la calculatrice.

1. Déterminer les limites de f en 0 et $+\infty$ puis les asymptotes de la courbe.

....

....

....

2. Déterminer $f'(x)$ et déterminer le sens de variation de f.

....

....

....

3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

....

FICHE 62 Tle

Croissance comparée

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-62

▸ Soit $n \in \mathbb{N}$ $\quad \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x^n} = 0 \qquad \lim\limits_{x \to 0^+} x^n \ln(x) = 0$

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $\lim\limits_{x \to 0} 5x^2 \ln(x) - 4x^2 + 1$ est égale à : ☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ $-\infty$ ☐ 1

b. $\lim\limits_{x \to +\infty} 5x^2 \ln(x) - 4x^2 + 1$ est égale à : ☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ $-\infty$ ☐ 1

c. $\lim\limits_{x \to +\infty} 4\ln(x) - 2x$ est égale à : ☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ $-\infty$ ☐ 1

d. $\lim\limits_{x \to 0^+} 4\ln(x) - 2x$ est égale à : ☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ $-\infty$ ☐ 1

2 Montrer que la courbe $\mathscr{C}$ de f définie par $f(x) = \dfrac{2 + \ln(x)}{x}$ admet deux asymptotes sur $\mathbb{R}_+^*$.

....

....

....

....

3 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = 2x - \dfrac{\ln(x)}{x^2}$ de courbe $\mathscr{C}$.

1. Déterminer les limites de f en 0 et $+\infty$.

....

....

....

....

....

2. Montrer que D : $y = 2x$ est une asymptote oblique à $\mathscr{C}$ et déterminer la position de $\mathscr{C}$ et de D.

....

....

....

....

FICHE 63 Tle

Fonction ln$(u(x))$

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-63

Soit u une fonction dérivable strictement positive.

La fonction $\ln(u)$ est dérivable et $(\ln(u))' = \dfrac{u'}{u}$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

a. $(\ln(5x-3))'$ est égal à : ☐ $\dfrac{-3}{5x-3}$ ☐ $\dfrac{-5}{5x-3}$ ☐ $\dfrac{5}{5x-3}$ ☐ $5\ln(5x-3)$

b. $\ln(1+e^x)'$ est égal à : ☐ $e^x\ln(1+e^x)$ ☐ $\dfrac{e^x}{1+e^x}$ ☐ $\dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}$

c. $(\ln[(x+1)(5-x)])'$ est égal à : ☐ $\dfrac{2x-4}{-x^2+4x+5}$ ☐ $\dfrac{6}{(x-1)(5-x)}$ ☐ $\dfrac{4-2x}{-x^2+4x+5}$

2 Soit f la fonction définie par $f(x)=\ln(-2x^2+4)$ de courbe $\mathscr{C}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D.

....

2. Déterminer la limite de f aux bornes de D. Interpréter graphiquement.

....

....

....

3. Déterminer $f'(x)$ puis le sens de variation de f.

....

....

3 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\ln(e^{-x}+1)$ de courbe $\mathscr{C}$.

1. a. Montrer que $f(x)=-x+\ln(1+e^x)$.

....

b. Montrer que la droite D d'équation $y=-x$ est une asymptote oblique et déterminer la position de $\mathscr{C}$ et D.

....

....

2. Déterminer $f'(x)$ puis le sens de variation de f.

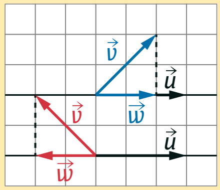
....

FICHE **64** 1re

Produit scalaire : définition

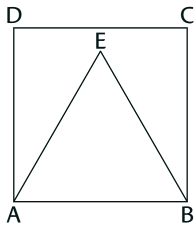
Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-64

- On appelle **produit scalaire** de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ le réel défini par :
$\vec{u}\cdot\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right)$
- $\vec{w}$ est le projeté orthogonal de $\vec{v}$ sur la droite portant $\vec{u}$.
$\vec{u}\cdot\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{w}\|$ si $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont de même sens.
$\vec{u}\cdot\vec{v}=-\|\vec{u}\|\times\|\vec{w}\|$ si $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont de sens contraire.
- $\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'$ où $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$.



1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

ABCD est un carré de côté a et ABE est un triangle équilatéral intérieur au carré.



a. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=$ ☐ a^2 ☐ $\frac{1}{2}a^2$ ☐ $-\frac{1}{2}a^2$ ☐ $a^2\sqrt{3}$

b. $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{DA}=$ ☐ $-a^2$ ☐ 0 ☐ $2a$ ☐ a^2

c. $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BE}=$ ☐ $\frac{1}{2}a^2$ ☐ a^2 ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ ☐ $\frac{3}{4}a^2$

d. $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{AE}=$ ☐ a^2 ☐ $\frac{1}{2}a^2$ ☐ $-a^2$ ☐ $-\frac{1}{2}a^2$

Déterminer les angles de la figure.

2 On considère les points $A(3\,;-2)$, $B(-1\,;2)$, $C(2\,;0)$ et $D(-3\,;-1)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$.

....

2. En déduire les produits scalaires suivants : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CD}$.

....

....

3 ABCO est un rectangle tel que $AB=4$ et $AO=6$. D est le milieu de [AO] et E est le symétrique de D par rapport à A.

1. En utilisant que $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}$, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{DB}$.

Faire une figure.

....

....

2. Sans utiliser la relation de Chasles, calculer $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{CE}$.

....

FICHE 65 1re

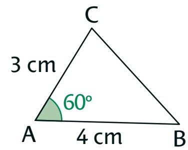
Calculs avec le produit scalaire

Pour calculer un angle ou une longueur, on peut utiliser les différentes définitions du produit scalaire (voir fiche 64) ou la formule d'Al-Kashi dans un triangle ABC quelconque :

$$\mathbf{BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos\left(\widehat{BAC}\right)}$$

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

ABC est un triangle tel que $AB = 4$, $AC = 3$ et $\widehat{BAC} = 60°$.



a. BC vaut : ☐ 13 ☐ 5 ☐ $\sqrt{13}$ ☐ 7

b. $\widehat{ABC}$ vaut à 0,1° près : ☐ 46,1° ☐ 30° ☐ 43,9° ☐ 133,9°

2 Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(3 ; -2)$, $B(2 ; -1)$ et $C(-1 ; 3)$.

1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

....

....

2. En déduire la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$ à 0,1° près.

On peut calculer la norme d'un vecteur avec ses coordonnées.

....

....

....

....

3 On considère un triangle ABC tel que $AB = 3$, $AC = 5$ et $BC = 7$.

Le point I est le milieu du segment [AB].

1. Calculer la valeur de l'angle $\widehat{CAB}$ en degré.

....

....

....

2. Calculer la longueur CI.

....

....

....

FICHE 66 1re

Orthogonalité

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-66

- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux** si et seulement si leur **produit scalaire est nul**.
- Deux droites sont **perpendiculaires** si et seulement si leurs vecteurs directeurs respectifs sont **orthogonaux**.

1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ sont orthogonaux.	☐	☐
b. $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$ sont orthogonaux.	☐	☐
c. $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix}$ sont orthogonaux.	☐	☐

2 Soient $A(-1\,;2)$, $B(-2\,;-2)$, $C(1\,;4)$ et $D(2\,;-1)$ d'un repère $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$.

1. Montrer que le triangle ACD est un triangle rectangle.

....

....

....

2. Le triangle BOA est-il rectangle ? Justifier.

Représenter la situation par une figure.

....

....

....

3 On considère le triangle ABC rectangle en A. I, J et K sont les milieux respectifs des segments [AB], [AC] et [BC]. H est le projeté orthogonal de A sur (BC).

1. Développer le produit scalaire $(\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{AI})\cdot(\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{AJ})$.

....

2. Montrer que $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AK}$.

....

3. Que peut-on en déduire pour le triangle HIJ ?

....

....

FICHE 67 1re

Équation cartésienne de droite

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-67

- Un vecteur $\vec{n}$ est dit **normal** à une droite d s'il est orthogonal à tout **vecteur directeur** de cette droite.
- La droite du plan passant par $A(x_A\,;y_A)$ de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ a une **équation cartésienne** de la forme $\boldsymbol{ax+by+c=0}$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

On considère la droite d'équation cartésienne $2x-3y+1=0$.

a. Un vecteur normal est : ☐ $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ ☐ $\vec{n}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ ☐ $\vec{n}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ ☐ $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

b. Un vecteur directeur est : ☐ $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ ☐ $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$ ☐ $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ ☐ $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$

c. Cette droite passe par le point : ☐ $(2\,;-3)$ ☐ $(1\,;1)$ ☐ $(3\,;2)$ ☐ $(0\,;1)$

d. Cette droite a pour coefficient directeur : ☐ $\frac{3}{2}$ ☐ $-\frac{3}{2}$ ☐ $-\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{2}{3}$

2 Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points $A(-1\,;2)$ et $B(1\,;-4)$.
Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

....

....

....

....

....

3 Trouver les coordonnées du point d'intersection de la droite d_1 d'équation cartésienne $x-2y+5=0$ et de la droite d_2 perpendiculaire à d_1 passant par $A(4\,;1)$.

FICHE 68 1re

Distance d'un point à une droite

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-68

La **distance d'un point M** à une **droite *d*** est la distance du point M à son **projeté orthogonal H** sur la droite *d*.
Pour la calculer, il faut donc déterminer une équation de la perpendiculaire à *d* passant par M, puis les coordonnées de leur point d'intersection.

1 **Cocher la bonne case.**

Dans un triangle ABC rectangle en A, la hauteur issue de A coupe [BC] en un point H.

	Vrai	Faux
a. A est le projeté de H sur (BC).	☐	☐
b. H est le projeté de C sur (AH).	☐	☐
c. A est le projeté de B sur (AC).	☐	☐

2 On considère la droite *d* d'équation cartésienne $3x-2y-1=0$.

1. Vérifier que le point $A(-1\,;1)$ n'appartient pas à la droite *d*.

....

2. Le projeté orthogonal de A sur la droite *d* est le point H de coordonnées $\left(\frac{5}{13}\,;\frac{1}{13}\right)$.
Calculer la distance du point A à la droite *d*.

....

....

3 Déterminer la distance du point $A\,(5\,;-1)$ à la droite *d* d'équation cartésienne $x-2y+3=0$. Détailler la réponse.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Équation d'un cercle

Une **équation cartésienne du cercle** de centre le point $A(x_A\,;y_A)$ et de rayon r est de la forme :

$$(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=r^2$$

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

On considère le cercle d'équation $(x-1)^2+(y+3)^2=3^2$.

a. Son centre est le point :	☐ $(1;3)$	☐ $(-1;-3)$	☐ $(1;-3)$	☐ $(-1;3)$
b. Son rayon est :	☐ 9	☐ 3	☐ -1	☐ 1
c. Ce cercle passe par le point :	☐ $(0;1)$	☐ $(1;0)$	☐ $(2;2)$	☐ $(4;-3)$

2 On considère l'ensemble des points du plan dont les coordonnées vérifient l'équation $x^2+4x+y^2-4y+4=0$.

1. Justifier que cet ensemble est un cercle.

....

....

....

2. Préciser les coordonnées de son centre et son rayon.

....

3. Déterminer si les points $A(0\,;2)$ et $B(1;-1)$ appartiennent à ce cercle.

....

....

3 On considère l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient l'équation $x^2+2x+y^2-8y+8=0$.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection A et B de ce cercle avec la droite d'équation cartésienne $x-y+2=0$.

....

....

....

2. Déterminer une équation du cercle passant par ces deux points et ayant pour centre le milieu I du segment [AB].

....

Caractérisation d'un plan

- Soient α et β deux réels et $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace non colinéaires deux à deux tels que $\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$. On dit que $\vec{w}$ est une **combinaison linéaire** des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et les trois vecteurs sont **coplanaires**.
- Le **plan** défini par le point A et les vecteurs non colinéaires $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM}$ est une combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

1 **Cocher la bonne case.** On considère un cube ABCDEFGH.

	Vrai	Faux
a. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AF}$ sont coplanaires.	☐	☐
b. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont coplanaires.	☐	☐

2 Dans un repère $(O\,;\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, soient les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}$.
Sont-ils coplanaires ?

3 Dans un repère $(O\,;\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A(2\,;1\,;-1)$, $B(3\,;2\,;-2)$, $C(-2\,;1\,;3)$ et $D(5\,;3\,;-4)$.

1. Montrer que les points A, B et C définissent un plan.

2. Justifier si le point D appartient à ce plan.

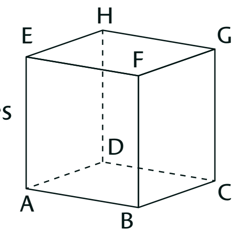
FICHE **71** Tle

Positions relatives

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-71

- Deux droites sont soit **coplanaires**, et donc **sécantes** ou **parallèles**, soit **non coplanaires**.
- Une droite et un plan sont **parallèles** (ou **incluse**) ou **sécants** en un point.
- Deux plans sont **parallèles**, **confondus** ou **sécants** selon une droite.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** À l'aide du cube ABCDEFGH, donner les positions relatives suivantes :



a. (AB) et (EG) : ☐ sécantes ☐ parallèles ☐ non coplanaires

b. (AB) et (CDE) : ☐ sécants ☐ parallèles ☐ incluse

c. (ACH) et (BEG) : ☐ sécants ☐ confondus ☐ parallèles

2 SABCD est une pyramide à base ABCD carrée et de centre le point O.

1. Quelle est l'intersection des plans (SAC) et (SBD) ?

....

....

Représenter la situation par un schéma.

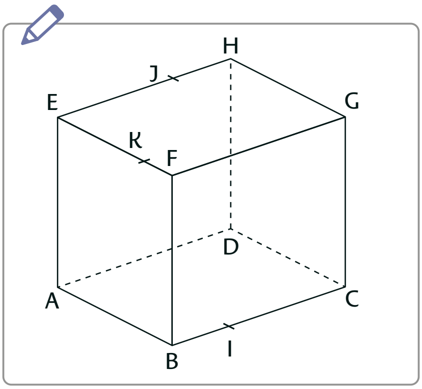
2. Quelle est l'intersection des plans (SAB) et (SCD) ?

....

....

3 Dans un cube ABCDEFGH, on place les points I, J et K tels que :

$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{EJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{EK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{EF}$.



1. Justifier que le plan (IJK) et la droite (FG) sont sécants en un point M.

....

....

....

....

2. Justifier que le plan (IJK) et la droite (BF) sont sécants en un point N.

....

....

3. Tracer la section du plan (IJK) sur le cube.

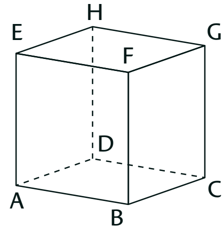
FICHE 72 Tle

Décomposition d'un vecteur

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-72

- Trois vecteurs constituent une **base de l'espace** si, et seulement si, chacun de ces trois vecteurs n'est pas combinaison linéaire des deux autres.
- Si $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est une base de l'espace alors il existe trois réels uniques tels que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. x, y et z sont les coordonnées de $\vec{u}$ dans cette base.

1 **Cocher la réponse exacte.** À l'aide du cube et du repère $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, déterminer les coordonnées des vecteurs.



a. $\overrightarrow{AG}$: ☐ $(1;1;0)$ ☐ $(1;1;1)$ ☐ $(1;-1;1)$

b. $\overrightarrow{EC}$: ☐ $(-1;1;0)$ ☐ $(1;1;-1)$ ☐ $(0;1;-1)$

c. $\overrightarrow{HC}$: ☐ $(1;1;-1)$ ☐ $(0;1;-1)$ ☐ $(1;0;-1)$

2 Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\-1\\-2\end{pmatrix}$ forment-ils une base de l'espace ?

3 Dans un tétraèdre ABCD, M est le milieu de [AD], $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $3\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$.

1. Dans quels plans sont les points N et P ?

2. Exprimer $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$.

3. En déduire l'alignement des points M, N et P.

FICHE 73 Tle

Représentation paramétrique

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-73

La **représentation paramétrique** d'une droite passant par A $(x_A\,;y_A\,;z_A)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ est le système : $\begin{cases}\boldsymbol{x = x_A + ka}\\ \boldsymbol{y = y_A + kb}\\ \boldsymbol{z = z_A + kc}\end{cases}$ où $k \in \mathbb{R}$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** Soit la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases}x = 2-k\\ y = -1+3k\\ z = 2k\end{cases}$ où $k \in \mathbb{R}$.

a. Un vecteur directeur est : ☐ $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$ ☐ $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$ ☐ $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}$ ☐ $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-3\\-2\end{pmatrix}$

b. La droite passe par le point de coordonnées :

☐ $(-1\,;3\,;2)$ ☐ $(1\,;2\,;2)$ ☐ $(2\,;-1\,;0)$ ☐ $(-2\,;1\,;0)$

2 **1.** Donner une représentation paramétrique de la droite d passant par le point A $(-1\,;2\,;-3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\-2\end{pmatrix}$.

2. Montrer que le point B $(-3\,;4\,;1)$ appartient à la droite d.

3 Soient A $(-2\,;-1\,;3)$ et B $(-4\,;0\,;2)$. Montrer que (AB) et d de représentation paramétrique : $\begin{cases}x = -6+4t\\ y = 1-2t\\ z = 1+2t\end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$ sont confondues.

FICHE 74 Tle

Intersection de droites

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-74

Pour chercher les coordonnées du point d'intersection de deux droites, il faut :
- vérifier qu'elles sont bien **sécantes** ;
- déterminer les **valeurs des paramètres** au point d'intersection.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** Soient d_1, d_2 et d_3 représentées respectivement par : $\begin{cases} x=-1+k \\ y=2-k \\ z=1+2k \end{cases}$ où $k\in\mathbb{R}$, $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+t \\ z=-2t \end{cases}$ où $t\in\mathbb{R}$ et $\begin{cases} x=-4+3s \\ y=-1+s \\ z=2-s \end{cases}$ où $s\in\mathbb{R}$.

a. Les droites d_1 et d_2 sont : ☐ parallèles ☐ sécantes ☐ non coplanaires

b. Les droites d_1 et d_3 sont : ☐ parallèles ☐ sécantes ☐ non coplanaires

c. Les droites d_3 et d_2 sont : ☐ parallèles ☐ sécantes ☐ non coplanaires

2 Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (AB) et (CD), coplanaires et sécantes, représentées par $\begin{cases} x=1-3k \\ y=2-7k \\ z=1-k \end{cases}$ où $k\in\mathbb{R}$ et $\begin{cases} x=2-3t \\ y=1-2t \\ z=-2+4t \end{cases}$ où $t\in\mathbb{R}$.

3 La droite d_1 passe par $C(-1\,;1\,;-3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et la droite d_2 a pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=-2+t \\ z=2+t \end{cases}$ où t est un réel. Montrer que ces deux droites ne sont pas coplanaires.

FICHE 75 Tle

Produit scalaire dans l'espace

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-75

Soient trois points A, B et C non alignés de l'espace avec $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

- $\vec{u} \cdot \vec{v}$ est défini comme $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans le plan (ABC). Les propriétés du produit scalaire dans le plan sont conservées dans l'espace.
- Avec les coordonnées on obtient : $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot \vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = xx' + yy' + zz'$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** ABCDEFGH est un cube de côté a.

a. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG}$: ☐ $a^2\sqrt{3}$ ☐ a^2 ☐ $a^2\sqrt{2}$ ☐ $2a^2$

b. $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{AC}$: ☐ $a^2\sqrt{2}$ ☐ $a^2\sqrt{3}$ ☐ $-a^2\sqrt{2}$ ☐ 0

c. $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{CA}$: ☐ $-2a^2$ ☐ $a^2\sqrt{2}$ ☐ $-a^2\sqrt{2}$ ☐ 0

2 On considère un cube ABCDEFGH de côté 1, le point K milieu de [FG] et le repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$ de l'espace.

1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EK}$.

....

2. En déduire une valeur à 0,1° près de l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{EK}$.

....

3 Soients les points $A(0\,;0\,;1)$, $B(2\,;-2\,;1)$, $C(3\,;-1\,;3)$ et $D(3\,;-1\,;0)$ de l'espace.

1. Montrer que le triangle ABD est rectangle.

....

2. Montrer que (BC) est orthogonale à (AB) et (BD).

....

3. Déterminer le volume de la pyramide ABCD de base ABD et de sommet C.

....

....

Équation cartésienne d'un plan

Le **plan** passant par le point $A(x_A\,;y_A\,;z_A)$ de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ admet une **équation cartésienne** de la forme : $\boldsymbol{ax+by+cz+d=0}$.

1 **Cocher la bonne case.** Le plan $\mathscr{P}_1$ a pour équation cartésienne $2x-3y+z-1=0$.

Le plan $\mathscr{P}_2$ de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ passe par $A(2\,;1\,;-1)$.

	Vrai	Faux
a. Le plan $\mathscr{P}_1$ passe par le point $A(3\,;2\,;1)$.	☐	☐
b. Une équation de $\mathscr{P}_2$ est : $-x+2y-3z=0$.	☐	☐
c. $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont parallèles.	☐	☐

2 Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}_1$ passant par $F(2\,;1\,;3)$ et parallèle au plan $\mathscr{P}_2$ d'équation cartésienne $2x-3y+4z-6=0$.

3 **1.** Soit le cube ABCDEFGH de côté 1 et le repère $(A\,;\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ de l'espace. Déterminer une équation cartésienne du plan (BEG).

2. Le centre K du cube appartient-il au plan (BEG) ?

Intersection : droites et plans

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-77

Pour déterminer le point d'intersection d'un plan et d'une droite, il faut :

- **vérifier qu'ils sont sécants** en montrant que le produit scalaire d'un vecteur normal du plan et d'un vecteur directeur de la droite est non nul ;
- **remplacer** les équations de la droite dans celle du plan pour trouver la valeur du paramètre k de la droite, avec $k \in \mathbb{R}$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** Soient le plan d'équation $3x - y + 2z - 1 = 0$ et la droite de représentation $\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 3 + k \\ z = -2 + 3k \end{cases}$ où $k \in \mathbb{R}$.

a. La droite et le plan sont : ☐ sécants ☐ parallèles ☐ perpendiculaires

b. Leur point d'intersection est : ☐ $(11\,;-2\,;-17)$ ☐ $(-11\,;2\,;17)$

2 On considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $-2x + 3y - z + 1 = 0$ et la droite d de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 3 + 2k \\ y = 2 + k \\ z = 1 - k \end{cases}$ où k est un réel.

Montrer que la droite est parallèle au plan et incluse dans ce plan.

3 On considère les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ d'équations cartésiennes respectives $x - 2y + z - 4 = 0$ et $-x + 2y - z + 10 = 0$, et la droite d de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -3 + k \\ y = 2 - 2k \\ z = -1 + k \end{cases}$ où k est un réel.

1. Déterminer les coordonnées du point A intersection de d et de $\mathcal{P}_1$ et les coordonnées du point B intersection de d et de $\mathcal{P}_2$.

....

....

2. Déterminer la position relative des deux plans.

....

Distance d'un point à un plan

On appelle **distance d'un point A à un plan** la longueur AH où H est le projeté orthogonal du point A sur le plan.

1 **Relier chaque plan à une droite qui lui est perpendiculaire.**

$2x-3y+z=0$ •

$-x+2y-z+2=0$ •

$-3x+y+2z-3=0$ •

• $\begin{cases} x=2-3k \\ y=-1+k \\ z=2k \end{cases}$

• $\begin{cases} x=-3+2k \\ y=1-3k \\ z=-2+k \end{cases}$

• $\begin{cases} x=3-k \\ y=-1+2k \\ z=1-k \end{cases}$

2 **1.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite perpendiculaire au plan d'équation cartésienne $3x-2y+4z=0$ passant par le point A $(1;-1;6)$.

2. Déterminer les coordonnées du point H projeté de A sur le plan.

....

....

3. En déduire la distance du point A au plan.

....

3 Dans un cube ABCDEFGH de côté 1, le plan (ACH) a pour équation cartésienne $x-y+z=0$ et le point F a pour coordonnées $(1;0;1)$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la perpendiculaire au plan (ACH) passant par F. Vérifier qu'elle passe par le point D.

....

2. Calculer la distance du point F au plan (ACH).

....

....

FICHE 79 Tle

Ensemble, partie et liste

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-79

- Un **ensemble E** est une collection d'objets distincts appelés éléments. On écrit : $E = \{a ; b ; c ; d\}$ et $d \in E$ et on dit « d appartient à E ».
- Une **partie** d'un ensemble E est un ensemble F dont tous les éléments appartiennent à E. On écrit : $F \subset E$ et on dit « F est inclus dans E ».
- Une ***p*-liste** (ou *p*-uplet) d'un ensemble E est une collection ordonnée d'objets. On écrit : $(a ; b)$ ou $(b ; a)$ ou $(a ; c ; a)$.

1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux		Vrai	Faux
a. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$	☐	☐	**b.** $(a ; b ; c) = (b ; c ; a)$	☐	☐
c. $\pi \in \mathbb{Q}$	☐	☐	**d.** $\{a ; b ; c\} = \{b ; c ; a\}$	☐	☐

2 On considère les ensembles $E = \{h ; e ; l ; a ; d ; i\}$ et $F = \{m ; a ; s ; e\}$.

1. Déterminer les ensembles $E \cap F$ et $E \cup F$.

....

2. Déterminer les 6 paires (ensembles à 2 éléments) qu'il est possible de former avec les éléments de l'ensemble F.

....

3. Déterminer les 16 couples (2-listes) qu'il est possible de former avec les éléments de l'ensemble F.

....

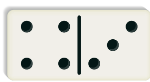
....

3 **1.** Dans un jeu de dominos, chaque domino est unique et composé de deux chiffres de 0 à 6. Expliquer pourquoi le nombre total de dominos est 28.

....

....

2. Un joueur place le domino ci-contre et c'est à votre tour de jouer. Quels dominos existants pouvez-vous placer ?



....

....

....

FICHE 80 Tle

Représentations

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-80

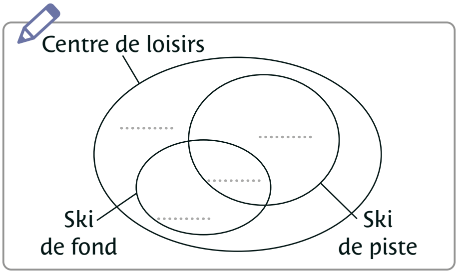
Il existe différentes façons de **représenter des ensembles ou des listes** qui permettent de mieux visualiser le problème : **diagramme**, **arbre** ou **tableau**.

1 **Cocher la bonne case.**
Voici la répartition des options de LV2 d'une classe.

	Espagnol	Allemand	Total
Garçons	14	12	26
Filles	4	8	12
Total	18	20	38

	Vrai	Faux
a. Cette classe comporte 38 élèves.	☐	☐
b. Les 3/4 des élèves font de l'allemand.	☐	☐
c. Parmi les filles, les 2/3 font de l'allemand.	☐	☐
d. 78 % environ des hispanophones sont des garçons.	☐	☐

2 Dans un centre de loisirs occupé par 500 vacanciers, 130 personnes pratiquent le ski de fond, 300 le ski de piste et 12 pratiquent les deux.



1. Compléter le diagramme ci-contre.

2. Combien y a-t-il de personnes qui ne font pas de ski ?

....

3. Combien y a-t-il de personnes qui ne pratiquent qu'un seul des deux sports ?

....

3 On considère une urne contenant 3 boules numérotées de 1 à 3.

1. Représenter, à l'aide d'un arbre, la situation dans laquelle on tire successivement et sans remise deux boules de l'urne.

2. Représenter, à l'aide d'un arbre, la situation dans laquelle on tire successivement et avec remise deux boules de l'urne.

1.

2.

FICHE 81 Tle

Dénombrer (cas simples)

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-81

- Le nombre de p-listes d'un ensemble à n éléments est : $\boldsymbol{n^p}$.
- Le nombre de **permutations**, c'est-à-dire tous les ordres possibles dans les n-listes d'un ensemble à n éléments, est : $\boldsymbol{n!}$ (« **factorielle n** ») qui est défini par : $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$.
- Le nombre de p-listes d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments est :
$$\boldsymbol{\frac{n!}{(n-p)!}}$$
- **Propriétés** : • $0! = 1$ • $(n+1)! = (n+1) \times n!$ • $n! = n \times (n-1)!$

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. Le nombre de couples d'un ensemble à 5 éléments est :

☐ 5×4 ☐ 5^2 ☐ 2^5 ☐ 5×2

b. Le nombre de 5-listes d'un ensemble à 5 éléments distincts est :

☐ 5^5 ☐ 5×5 ☐ $5!$ ☐ 5

c. Le nombre de couples d'éléments distincts d'un ensemble à 5 éléments est :

☐ 5×4 ☐ 5^2 ☐ 2^5 ☐ 5×2

d. $\frac{12!}{9!}$ est égal à :

☐ 12×9 ☐ $12 \times 11 \times 10$ ☐ 12×11 ☐ 11×10

2 Dans chacun des cas suivants, donner le nombre total de cas possibles.

1. On lance trois fois de suite un dé cubique numéroté de 1 à 6 non truqué. On forme ainsi un nombre à trois chiffres. ....

2. Un sac contient 10 billes de couleurs différentes. On tire 5 billes successivement et sans remise du sac. ....

3. Une urne contient 7 jetons numérotés de 1 à 7. On tire successivement et sans remise 7 jetons de l'urne. ....

3 Dans un pot, on a placé des cartons avec les lettres du mot PROBAS. On tire successivement et sans remise trois cartons, pour former un mot de trois lettres.

1. Combien y a-t-il de mots, ayant un sens ou non ? ....

2. Combien y a-t-il de mots ne contenant que des consonnes ? ....

3. Combien y a-t-il de mots contenant les deux voyelles ? ....

FICHE 82 Tle

Utiliser des combinaisons

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-82

- Le nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments s'appelle une **combinaison** de p éléments parmi n éléments et est défini par :
$\binom{n}{p}=\dfrac{n!}{(n-p)!\,p!}$.
Ce calcul correspond à un **tirage simultané**.
- **Propriétés :** • $\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$ • $\binom{n}{1}=\binom{n}{n-1}=n$ • $\binom{n}{p}=\binom{n}{n-p}$
- **Relation de Pascal :** $\binom{n}{p}+\binom{n}{p+1}=\binom{n+1}{p+1}$

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $\binom{7}{2}$ est égal à : ☐ 42 ☐ 21 ☐ 49 ☐ 210

b. $\dfrac{\binom{18}{4}}{\binom{9}{2}}$ est égal à : ☐ 2 ☐ 1 ☐ $\binom{9}{2}$ ☐ 85

c. $\binom{23}{10}+\binom{23}{11}$ est égal à : ☐ $\binom{23}{21}$ ☐ $\binom{24}{11}$ ☐ $\binom{24}{21}$ ☐ $\binom{24}{12}$

2 Dans une urne il y a 2 boules vertes, 3 boules jaunes et 5 boules rouges. On tire simultanément 3 boules de l'urne.

1. Combien y a-t-il de tirages possibles ? ....

2. Combien de tirages ne comportent aucune boule verte ?

....

3. Combien de tirages ne comportent que des boules rouges ?

....

3 Avec un jeu de 32 cartes, on constitue des mains de 5 cartes.

1. Combien y a-t-il de mains possibles ? ....

2. Combien y a-t-il de mains avec uniquement des cartes de couleur rouge ?

....

3. Combien y a-t-il de mains avec un seul Roi et exactement deux Piques ? ....

On fera attention au cas du Roi de Pique.

Dénombrer (différents cas)

Pour étudier un dénombrement, il faut soit pouvoir en faire une **représentation**, soit distinguer dans l'énoncé s'il s'agit de **tirage avec remise**, **sans remise**, ou **simultané**.

1 **Relier chaque énoncé à son calcul correspondant.**

Tirage avec remise ●	● $\dfrac{n!}{(n-p)!}$
Tirage sans remise ●	● $\dbinom{n}{p}$
Tirage simultané ●	● n^p

2 Dans une urne on place 7 boules rouges, numérotées de 1 à 7, et 5 boules bleues, numérotées de 1 à 5.

1. On tire successivement et avec remise 4 boules de l'urne.

a. Combien y a-t-il de tirages possibles ? ....

b. Combien y a-t-il de tirages ne contenant que des boules rouges ? ....

c. Combien y a-t-il de tirages contenant une seule boule rouge ? ....

2. Dans cette deuxième expérience, on ne remet pas la boule après chaque tirage. Répondre aux mêmes questions.

a. .... **b.** ....

c. ....

3. Dans cette dernière expérience, on tire les boules simultanément. Répondre aux mêmes questions.

a. .... **b.** .... **c.** ....

3 On joue au Blackjack avec un jeu de 52 cartes. Il faut obtenir un score le plus proche de 21 points sachant que les figures valent 10 points, l'As vaut 1 point ou 11 points et les autres cartes valent leur numéro.
On prend deux cartes dans le jeu l'une après l'autre.

1. Combien y a-t-il de possibilités d'obtenir 21 points ?

....

2. Combien y a-t-il de possibilités d'obtenir 20 points ?

....

....

FICHE 84 1re

Probabilité conditionnelle

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-84

- La probabilité que l'événement B soit réalisé sachant que l'événement A est réalisé s'appelle une **probabilité conditionnelle** et on la note $\boldsymbol{p_A(B)}$.
- Elle est définie par : $\boldsymbol{p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)}}$.

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).
À partir du tableau ci-contre :

	Anglais (E)	Allemand (D)	Total
Garçons (G)	14	12	26
Filles (F)	4	8	12
Total	18	20	38

a. $p(E \cap G) =$ ☐ $\frac{14}{18}$ ☐ $\frac{14}{26}$ ☐ $\frac{14}{38}$ ☐ $\frac{18}{26}$

b. $p(D \cap F) =$ ☐ $\frac{4}{19}$ ☐ $\frac{8}{12}$ ☐ $\frac{8}{20}$ ☐ $\frac{8}{38}$

c. $p_E(F) =$ ☐ $\frac{4}{38}$ ☐ $\frac{18}{38}$ ☐ $\frac{4}{18}$ ☐ 4

d. $p_F(D) =$ ☐ $\frac{8}{12}$ ☐ $\frac{8}{20}$ ☐ $\frac{12}{20}$ ☐ $\frac{8}{38}$

2 On considère l'arbre pondéré ci-contre.

1. Donner les probabilités qu'on peut y lire.

....

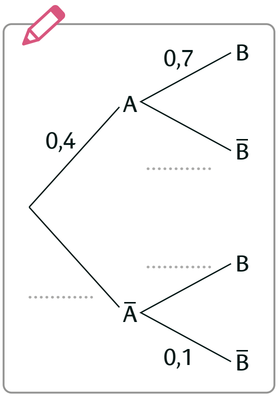
....

2. Compléter l'arbre.

3. Calculer les probabilités : $p(A \cap B)$ et $p(\bar{A} \cap \bar{B})$.

....

....



3 Aline boit du thé trois fois sur quatre, sinon elle boit du café. Elle utilise soit un mug soit un bol. Quand elle boit du thé, elle prend un mug 90 % du temps, et quand elle boit du café les deux tiers du temps elle prend un bol.
Soient les événements T : « Elle boit du thé. » et M : « Elle utilise un mug. »

1. Donner les probabilités correspondant à l'énoncé.

....

2. Quelle est la probabilité qu'elle boive du thé dans un bol ?

....

3. Quelle est la probabilité qu'elle prenne un mug pour boire du café ?

....

FICHE 85 1re

Probabilités totales

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-85

- Soient $A_1, A_2, \ldots, A_n$ une partition de l'univers et B un événement, alors la probabilité de B est donnée par :
$$p(B) = p(B \cap A_1) + p(B \cap A_2) + \ldots + p(B \cap A_n)$$
$$= p(A_1) \times p_{A_1}(B) + p(A_2) \times p_{A_2}(B) + \ldots + p(A_n) \times p_{A_n}(B)$$
Cette formule s'appelle la **formule des probabilités totales**.
- **Cas particulier** :
$$p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A}) = p(A) \times p_A(B) + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B)$$

1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. $p(A \cap B) = p(A) + p(B)$	☐	☐
b. $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$	☐	☐
c. $p(B) = p_A(B) + p_{\bar{A}}(B)$	☐	☐
d. $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$	☐	☐

2 **1.** Compléter l'arbre pondéré ci-contre.

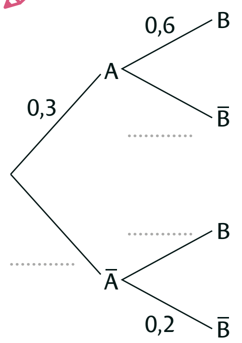
2. Calculer la probabilité $p(B)$.

....

....

3. En déduire la probabilité de A sachant B.

....



3 Une urne A contient 7 boules vertes et 5 boules rouges, une urne B contient 2 boules vertes et 4 boules rouges. On choisit une urne au hasard et on tire une boule au hasard dans cette urne. On considère les événements A : « L'urne A est choisie. », B : « L'urne B est choisie. », V : « La boule tirée est verte. » et R : « La boule tirée est rouge. »

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.

2. Calculer la probabilité que la boule tirée soit verte.

....

3. Sachant que la boule tirée est verte, calculer la probabilité pour qu'elle provienne de l'urne B.

....

Épreuves indépendantes

- Deux **épreuves** sont dites **indépendantes** si le résultat de l'une n'a pas d'influence sur le résultat de l'autre, c'est-à-dire qu'alors : $\boldsymbol{p}_{\mathbf{A}}(\mathbf{B}) = \boldsymbol{p}(\mathbf{B})$.
- Dans le cas d'une **succession d'épreuves indépendantes**, l'arbre pondéré est pondéré par des probabilités non conditionnelles.

1 Cocher la bonne case.

Dans chacun des cas suivants, les épreuves sont-elles indépendantes ?

	Oui	Non
a. Tirage sans remise	☐	☐
b. Tirage avec remise	☐	☐
c. Tirage simultané	☐	☐

2 On considère deux événements A et B tels que : $p(\mathrm{A}) = \frac{3}{20}$, $p(\mathrm{B}) = \frac{5}{12}$ et $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \frac{1}{16}$.

1. Calculer les probabilités $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$ et $p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$.

....

2. En déduire si les événements A et B sont indépendants ou non.

....

3 Un boulanger lyonnais fabrique trois desserts avec ou sans chantilly : 10 % sont des éclairs (E) dont 23 % avec de la chantilly (C), 70 % sont des bugnes (B) dont 17 % avec de la chantilly et le reste sont des tartes (T) dont 44 % avec de la chantilly.

1. Construire un arbre représentant la situation.

2. Calculer la probabilité de l'événement C.

....

....

3. Les événements C et E sont-ils indépendants ?

....

....

4. Les événements C et T sont-ils indépendants ?

....

....

FICHE **87** 1re

Loi de probabilité

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-87

- Une **variable aléatoire réelle X** est une fonction qui à chaque issue e_i de l'univers Ω associe un réel x_i.
- On définit alors une **loi de probabilité de X** lorsqu'à chaque valeur x_i on associe la probabilité $p_i = p(X = x_i)$.

• 1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** On lance un dé cubique équilibré. Si la face est paire alors on perd 5 euros et sinon on gagne le double de la valeur en euros du numéro de la face. X est la variable aléatoire donnant le gain algébrique à ce jeu.

a. $p(X = -10)$ est égale à : ☐ 0 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{6}$

b. $p(X = -5)$ est égale à : ☐ 0 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{6}$

c. $p(X = 6)$ est égale à : ☐ 0 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{6}$

d. $p(X \geqslant 5)$ est égale à : ☐ 0 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{6}$

•• 2 Un sac contient 20 jetons numérotés de 1 à 20. Si le numéro est compris entre 1 et 7 on gagne 5 euros, si le numéro est compris entre 8 et 17 on gagne 3 euros et s'il est supérieur à 18 on perd 1 euro. On note X la variable aléatoire donnant le gain algébrique à chaque tirage de jeton.

1. Quelles sont les valeurs possibles prises par la variable X ?

....

2. Compléter le tableau ci-contre donnant la loi de probabilité de X.

x_i	5	3	-1
$p(X = x_i)$	....	....	....

•• 3 Un jeu consiste à lancer deux dés cubiques numérotés de 1 à 6 et à additionner les résultats obtenus. Si la somme est inférieure ou égale à 8 le joueur gagne 10 euros, si elle est entre 9 et 11 il perd 5 euros et s'il obtient 12 il perd 10 euros. Quelle est la probabilité que le joueur perde à ce jeu ?

FICHE 88 — 1re

Espérance, variance et écart-type

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-88

- L'**espérance** de la variable X est définie par : $E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i p(X=x_i)$.
- La **variance** de X est définie par : $V(X)=\sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^2 p(X=x_i)$.
- **Formule de König-Huygens** : $V(X)=E(X^2)-(E(X))^2$.
- L'**écart-type** de X est défini par : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** On lance un dé cubique équilibré. Si la face est paire alors on perd 5 euros et sinon on gagne le double de la valeur en euros du numéro de la face. X est la variable aléatoire donnant le gain algébrique à ce jeu.

a. $E(X)$ est égale à : ☐ 13 ☐ 10 ☐ 0 ☐ 0,5

b. $V(X)$ est égale à : ☐ 0 ☐ 100 ☐ $\frac{427}{2}$ ☐ $\frac{427}{12}$

c. $\sigma(X)$ est égale à : ☐ $\frac{\sqrt{854}}{2}$ ☐ $\frac{\sqrt{1\,281}}{6}$ ☐ 0 ☐ 10

2 Une urne contient 50 billes numérotées de 1 à 50. Si le numéro est compris entre 1 et 17 on gagne 5 euros, si le numéro est compris entre 18 et 37 on gagne 3 euros et s'il est supérieur ou égal à 38 on perd 1 euro. On note X la variable aléatoire donnant le gain algébrique à chaque tirage de bille.

1. Donner la loi de probabilité de X.

2. Calculer l'espérance de X.

....

....	....	....	....
....	....	....	....

3. Calculer la variance et l'écart-type de X.

....

....

3 Un jeu consiste à lancer deux dés tétraédriques numérotés de 1 à 4 et à multiplier les résultats obtenus. Si le produit est inférieur ou égal à 8 le joueur gagne 20 euros, s'il est entre 9 et 11 il perd 5 euros et s'il obtient au moins 12 il perd 15 euros. Ce jeu est-il rentable ?

....

....

....

FICHE 89 Tle

Succession d'épreuves

Soit une **succession de *n* épreuves indépendantes** d'univers respectifs $\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_n$, la probabilité d'obtenir une issue $(x_1\,;x_2\,;\ldots;x_n)$ est donnée par : $\boldsymbol{p((x_1\,;x_2\,;\ldots;x_n)) = p(x_1)\times p(x_2)\ldots\times p(x_n)}$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** On lance une pièce deux fois de suite, puis on tire une boule dans une urne contenant 3 boules rouges et 2 boules vertes.

a. $p((P\,;F\,;V))$ est égale à :	☐ $\frac{1}{3}$	☐ $\frac{1}{10}$	☐ $\frac{1}{9}$	☐ $\frac{2}{5}$
b. $p((P\,;V\,;V))$ est égale à :	☐ 0	☐ $\frac{1}{50}$	☐ $\frac{1}{25}$	☐ $\frac{2}{25}$
c. $p((F\,;F\,;R))$ est égale à :	☐ $\frac{3}{20}$	☐ $\frac{1}{5}$	☐ $\frac{1}{3}$	☐ $\frac{1}{20}$
d. $p((F\,;P\,;R))$ est égale à :	☐ $\frac{1}{3}$	☐ $\frac{1}{20}$	☐ $\frac{3}{20}$	☐ $\frac{1}{5}$

2 Dans un sac il y a 30 billes bleues, 10 billes vertes et 10 billes jaunes. On tire 3 billes du sac, l'une après l'autre et en remettant chaque bille après son tirage dans le sac et en notant sa couleur.

1. Expliquer pourquoi il s'agit d'une succession d'épreuves indépendantes.

2. Calculer la probabilité de n'obtenir une bille de chaque couleur.

3. Calculer la probabilité d'obtenir que des billes jaunes.

4. Calculer la probabilité d'obtenir dans cet ordre : 2 billes bleues, puis une bille verte.

3 On lance 3 fois de suite un dé icosaédrique à 20 faces numérotées de 1 à 20. On forme un nombre en alignant les résultats obtenus.

1. Justifier qu'il s'agit d'une succession d'épreuves indépendantes.

2. Calculer la probabilité d'obtenir 2022.

3. Calculer la probabilité d'obtenir trois nombres consécutifs dans l'ordre croissant.

4. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre de 3 chiffres.

Loi de Bernoulli

- Une expérience aléatoire qui n'a que deux issues, succès et échec, s'appelle une **épreuve de Bernoulli**.
- La variable aléatoire X associée à une telle épreuve prend la valeur 1 pour un succès et la valeur 0 pour un échec.
- La loi de Bernoulli de paramètre p associée à une telle variable vérifie : $\boldsymbol{p(X=1)=p}$ et $\boldsymbol{p(X=0)=1-p}$.

  On a alors : • $\boldsymbol{E(X)=p}$ • $\boldsymbol{V(X)=p(1-p)}$ • $\boldsymbol{\sigma(X)=\sqrt{p(1-p)}}$

1 **Cocher la bonne case.** On prend une urne avec 5 jetons bleus numérotés de 1 à 5, 2 jetons verts numérotés 1 et 2 et 15 jetons noirs numérotés de 1 à 15.
Pour chaque cas, dire si on a une épreuve de Bernoulli.

	Oui	Non
a. On tire un jeton et on regarde s'il est bleu.	☐	☐
b. On tire un jeton et on regarde sa couleur.	☐	☐
c. On tire un jeton et on regarde si le nombre est pair.	☐	☐
d. On tire un jeton et on regarde son numéro.	☐	☐

2 On lance un dé cubique numéroté de 1 à 6 et on considère le jeu comme un succès si le numéro obtenu est supérieur ou égal à 5 et comme un échec sinon.

1. Justifier qu'il s'agit d'une épreuve de Bernoulli.

....

2. Donner le paramètre de la loi associée à cette expérience. ....

3. Donner l'espérance, la variance et l'écart-type de la variable aléatoire.

....

3 On lance un dé tétraédrique dont les faces sont numérotées de 1 à 4 et un dé dodécaédrique dont les faces sont numérotées de 1 à 12. On additionne les deux numéros obtenus et on considère la variable aléatoire X qui gagne quand le chiffre des dizaines de cette somme n'est pas nul.

1. Préciser la loi de X.

....

2. Calculer le paramètre de cette loi. ....

3. Donner l'espérance, la variance et l'écart-type de X.

....

FICHE **91** Tle

Loi binomiale

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-91

- La répétition de n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes s'appelle un **schéma de Bernoulli.**
- La loi de la variable aléatoire donnant le nombre de succès sur les n répétitions est appelée **loi binomiale** de paramètres n et p, notée $\mathscr{B}(\boldsymbol{n}\,;\boldsymbol{p})$.
- Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale, alors on a, pour tout entier k dans $[0\,;n]$: $\boldsymbol{p(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}}$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**

On considère la variable X qui suit la loi binomiale $\mathscr{B}(10\,;0{,}1)$.

a. $p(X=2)=$ ☐ $\binom{10}{2}0{,}1^2 0{,}9^8$ ☐ $\binom{10}{2}0{,}9^2 0{,}1^8$ ☐ $0{,}1^2 0{,}9^8$ ☐ $0{,}1^2$

b. $p(X=1)=$ ☐ $0{,}1$ ☐ $0{,}9$ ☐ 9×10^{-9} ☐ $0{,}9^9$

c. $p(X=10)=$ ☐ $0{,}1^{10}$ ☐ $10\times0{,}1$ ☐ $0{,}1$ ☐ 10^{-10}

2 On joue 30 fois de suite à Pile ou Face avec une pièce truquée qui donne Pile avec la probabilité $p=0{,}6$. On considère la variable aléatoire X donnant le nombre de fois où on obtient Pile.

1. Quelle est la loi suivie par X ? Justifier.

....

....

2. Calculer la probabilité d'obtenir Pile exactement 80 % des parties jouées.

....

3 Un constructeur produit un stock de résistances suffisamment important pour assimiler le prélèvement d'un lot de 1 000 résistances à un tirage avec remise de 1 000 résistances. La probabilité qu'une résistance soit défectueuse est de 5×10^{-3}.

1. Justifier que la variable X qui à tout prélèvement de 1 000 résistances associe le nombre de résistances défectueuses suit une loi binomiale.

....

....

2. Calculer les probabilités suivantes arrondies au dix-millième :

a. Le lot contient exactement deux résistances défectueuses.

....

b. Le lot contient au moins deux résistances défectueuses.

....

FICHE 92 Tle

Loi binomiale : calculatrices

Entraîne-toi avec Sésamath www.lienmini.fr/7341-92

- Avec **Casio Graph90+E** : Menu $\boxed{\text{Statistique}}$ $\boxed{\text{DIST}}$ $\boxed{\text{BINOMIAL}}$
  - Pour $p(X=k)$: $\boxed{\text{Bpd}}$ rentrer $\boxed{\text{Data}}$ → Var, $\boxed{\text{x}}$ → k, $\boxed{\text{Numtrial}}$ → n, $\boxed{\text{p}}$ → p, $\boxed{\text{Save Res}}$ → None, puis $\boxed{\text{Exécuter}}$.
  - Pour $p(a \leqslant X \leqslant b)$: $\boxed{\text{Bcd}}$ rentrer $\boxed{\text{Data}}$ → Var, $\boxed{\text{Lower}}$ → a, $\boxed{\text{Upper}}$ → b, $\boxed{\text{Numtrial}}$ → n, $\boxed{\text{p}}$ → p, $\boxed{\text{Save Res}}$ → None, puis $\boxed{\text{Exécuter}}$.
- Avec **Texas TI-83 Premium CE** : $\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{distrib}}$
  - Pour $p(X=k)$ $\boxed{\text{A : binomFdp(}}$
  - Pour $p(X \leqslant k)$ $\boxed{\text{B : binomFRep(}}$

  Puis rentrer $\boxed{\text{nbreEssais}}$ → n, $\boxed{\text{p}}$ → p, $\boxed{\text{valeur de x}}$ → k, puis $\boxed{\text{Coller}}$ et $\boxed{\text{entrer}}$.
- Avec **Numworks** : Menu $\boxed{\text{Probabilités}}$ $\boxed{\text{Binomiale}}$ entrer $\boxed{\text{n}}$ et $\boxed{\text{p}}$, $\boxed{\text{Suivant}}$ et avec les flèches choisir $p(X \leqslant k)$, $p(a \leqslant X \leqslant b)$, $p(X \geqslant k)$ ou $p(X=k)$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** On considère la variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathscr{B}(20\,;0,25)$, à la calculatrice et en arrondissant à 10^{-3}.

a. $p(X=8)=$	☐ 0,039	☐ 0,008	☐ 0,061	☐ 0,4
b. $p(X \leqslant 5)=$	☐ 0,585	☐ 0,383	☐ 0,415	☐ 0,617
c. $p(X \geqslant 10)=$	☐ 0,014	☐ 0,5	☐ 0,025	☐ 0,086
d. $p(7 \leqslant X \leqslant 13)=$	☐ 0,3	☐ 0,214	☐ 0,786	☐ 0,35

2 On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n=40$ et $p=0,15$. Donner les valeurs arrondies à 10^{-4} des probabilités suivantes.

a. $p(X<8)=$ ....

b. $p(X>10)=$ ....

c. $p(10 \leqslant X < 25)=$ ....

3 On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale $\mathscr{B}(n\,;0,05)$ où n est inconnu.

1. Pour quelle valeur de n a-t-on $p(X=0) \approx 0,0769$?

....

2. Pour quelle valeur de n a-t-on $p(X=n) \approx 9,5 \times 10^{-27}$?

....

3. Déterminer la plus petite valeur de n pour laquelle $p(X=0)<10^{-1}$, et la plus grande valeur de n pour laquelle $p(X=n)>10^{-25}$.

....

....

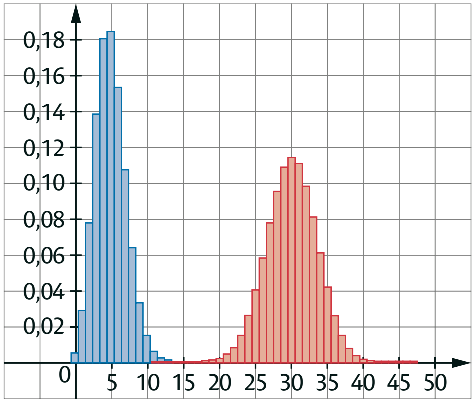
FICHE 93 Tle

Loi binomiale : indicateurs

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-93

- Soit une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres n et p, on a alors :
  - $E(X) = np$
  - $V(X) = np(1-p)$
  - $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$
- Le **diagramme en barres** associé à X est en forme de cloche, qui est approximativement centré sur son espérance.

1 **Cocher la bonne case.** On donne les diagrammes associés à deux lois binomiales $\mathscr{B}_1$ en bleu et $\mathscr{B}_2$ en rouge, de même paramètre $n = 50$ et de p différents.



	Vrai	Faux
a. $\mathscr{B}_1$ a la plus grande espérance.	☐	☐
b. $\mathscr{B}_2$ a le plus petit écart-type.	☐	☐
c. L'espérance de $\mathscr{B}_2$ est environ 30.	☐	☐
d. L'écart-type de $\mathscr{B}_1$ est supérieur à 2.	☐	☐

2 On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 40$ et $p = 0{,}15$.

1. Calculer l'espérance de X. ....

2. Calculer la variance et l'écart-type de X.

....

3 On considère une variable aléatoire X suivant une loi binomiale de paramètres n et p inconnus et telle que $E(X) = 3$ et $0{,}23 \leqslant p \leqslant 0{,}26$.

1. Donner un encadrement de n.

....

....

2. En déduire les valeurs possibles de n.

....

3. Donner alors les valeurs de p correspondantes.

....

FICHE 94 Tle

Intervalle de fluctuation

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-94

- Soient X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale, $\alpha \in]0\,;1[$ et a et b réels. On appelle **intervalle de fluctuation** au **seuil** $\mathbf{1-\alpha}$ (ou au **risque** α) un intervalle $[a\,;b]$ associé à X tel que : $p(a \leqslant X \leqslant b) \geqslant 1-\alpha$.
- Si a et b sont les plus petits entiers vérifiant $p(X \leqslant a) > \frac{\alpha}{2}$ et $p(X \leqslant b) \geqslant 1-\frac{\alpha}{2}$ alors l'intervalle $[a\,;b]$ est un **intervalle de fluctuation centré** au seuil $1-\alpha$ associé à X.

1 **Cocher la bonne case.** On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale $\mathcal{B}(50\,;0,23)$.

	Vrai	Faux
a. $[0\,;19]$ est un intervalle de fluctuation au seuil de 99 %.	☐	☐
b. $[10\,;50]$ est un intervalle de fluctuation au risque de 1 %.	☐	☐
c. $[4\,;17]$ est un intervalle de fluctuation centré au seuil de 95 %.	☐	☐
d. $[10\,;13]$ est un intervalle de fluctuation centré au risque de 5 %.	☐	☐

2 On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale $\mathcal{B}(30\,;0,3)$. On cherche un intervalle de fluctuation centré au seuil 0,95.

1. Donner la valeur de α. ....
2. Déterminer le plus petit entier a tel que $p(X \leqslant a) > 0,025$. ....
3. Déterminer le plus petit entier b tel que $p(X \leqslant b) > 0,975$. ....
4. En déduire l'intervalle cherché. ....

3 Une entreprise fabrique des objets en bois et assure que seulement 2 % de ces objets ont des défauts. Pour vérifier ceci, un responsable retire 1 500 objets parmi ceux prêts à être vendus. On appelle X la variable aléatoire donnant le nombre d'objets avec défaut.

1. Peut-il être sûr au seuil de 90 % d'avoir moins de 45 objets avec défaut ?

....

....

....

2. Donner un intervalle de fluctuation centré au seuil de 95 %.

....

3. Il y a 40 objets avec défaut parmi les 1 500 retirés. Cela remet-il en cause l'affirmation de l'entreprise ?

....

FICHE **95** Tle

Somme de variables aléatoires

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-95

On considère X et Y deux variables aléatoires réelles associées à une même expérience sur un univers fini. Soient de plus a et b deux réels, on a :

- pour l'espérance : $\boldsymbol{E(aX+b)=aE(X)+b}$ et $\boldsymbol{E(X+Y)=E(X)+E(Y)}$
- pour la variance : $\boldsymbol{V(aX+b)=a^2V(X)}$ et $\boldsymbol{V(X+Y)=V(X)+V(Y)}$ seulement si X et Y sont indépendantes.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** On considère deux variables aléatoires X et Y indépendantes et telles que : $E(X)=-2, V(X)=3, E(Y)=0{,}5$ et $V(Y)=1$.

a. $E(-2X+3)$ est égale à :	☐ –1	☐ 4	☐ 7	☐ –3
b. $E(X+Y)$ est égale à :	☐ –1,5	☐ –2,5	☐ 1,5	☐ 2,5
c. $V(3X-5)$ est égale à :	☐ 4	☐ 22	☐ 32	☐ 27
d. $V(X+Y)$ est égale à :	☐ impossible	☐ 4	☐ 10	☐ 2

2 On considère une variable aléatoire X qui prend ses valeurs dans $\{-3\,;1\,;15\,;30\}$ et telle que : $E(X)=8$ et $V(X)=3$. On construit la variable aléatoire $Y=-3X+5$.

1. Quelles sont les valeurs prises par Y ?

....

2. Déterminer $E(Y), V(Y)$ et $\sigma(Y)$.

....

3. Donner $E(X+Y)$.

....

3 Un tennisman s'entraîne au service. Il fait 50 services le matin et 30 l'après-midi. Le matin il réussit avec une probabilité de 0,84 et l'après-midi avec une probabilité de 0,75. Tous les services sont supposés indépendants. On considère X et Y les variables donnant le nombre de services réussis respectivement le matin et l'après-midi.

1. Donner les lois suivies par X et par Y.

....

2. Que représente la variable $X+Y$?

....

3. Calculer $E(X+Y)$ et en donner une interprétation.

....

....

Somme de variables indépendantes

Entraîne-toi avec Sésamath
www.lienmini.fr/7341-96

- Si $X_1, X_2, \ldots, X_n$ sont des **variables aléatoires indépendantes** suivant toutes une **même loi de Bernoulli** de paramètre p alors la variable aléatoire somme $X_1 + X_2 + \ldots + X_n$ suit une **loi binomiale** de paramètres n et p.
- La réciproque de cette propriété est vraie.
- Pour l'échantillon $(X_1 ; X_2 ; \ldots ; X_n)$ de taille n d'une variable aléatoire X et en posant : $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$ et $M_n = \frac{S_n}{n}$, on a :
  - $\boldsymbol{E(S_n) = nE(X)}$
  - $\boldsymbol{V(S_n) = nV(X)}$
  - $\boldsymbol{E(M_n) = E(X)}$
  - $\boldsymbol{V(M_n) = \frac{V(X)}{n}}$

1 **Cocher la bonne case.**
On considère la variable X d'espérance 5 et d'écart-type 2. On note S_n et M_n les variables aléatoires somme et moyenne d'un échantillon de taille n de X.

	Vrai	Faux		Vrai	Faux
a. $E(S_{10}) = 50$	☐	☐	**b.** $V(M_{100}) = 0{,}2$	☐	☐
c. $\sigma(S_{400}) = 40$	☐	☐	**d.** $E(M_{50}) - 50 = 0$	☐	☐

2 Une entreprise effectue un test de fiabilité sur un produit qui montre que dans 95 % des cas le produit est fiable. Elle effectue 50 vérifications de manière indépendante et on appelle X la variable aléatoire donnant le nombre de tests pour lesquels le produit n'est pas fiable.

1. Donner une loi de probabilité qui permet d'écrire X comme somme de variables aléatoires indépendantes suivant toutes cette même loi.

....

....

2. Calculer $E(X)$ et $V(X)$. ....

3 Une puce se déplace sur un axe gradué à partir de l'origine. Chaque seconde elle saute d'une unité vers la droite ou vers la gauche avec la même probabilité. Les déplacements sont indépendants entre eux. On appelle D_k la variable aléatoire qui vaut 1 si la puce va vers la gauche au k-ième saut et –1 sinon. On note A_n l'abscisse de la puce à l'instant n. Calculer $E(A_n)$ et $V(A_n)$.

....

....

....

....

FICHE **97** Tle

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev

- Soit X une variable aléatoire d'espérance μ et de variance V, alors, pour tout réel strictement positif δ, on a l'**inégalité de Bienaymé-Tchebychev** :

$$p(|X-\mu| \geqslant \delta) \leqslant \frac{V}{\delta^2}$$

- Application à $\delta = k\sigma$ où σ est l'écart-type de X et $k \in \mathbb{N}^*$: les inégalités $p(|X-\mu| \geqslant k\sigma) \leqslant \frac{1}{k^2}$ et $p(|X-\mu| < k\sigma) \geqslant 1-\frac{1}{k^2}$ sont vérifiées.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).** Soit X une variable aléatoire.

a. $X \in [23\,;37]$ équivaut à :

☐ $|X-23| \leqslant 37$ ☐ $|X-30| \leqslant 7$ ☐ $|X-7| \leqslant 30$ ☐ $|X-30| < 14$

b. $X \in]-\infty\,;20[\cup]30\,;+\infty[$ équivaut à :

☐ $|X| > 25$ ☐ $|X-25| > 10$ ☐ $|X-5| > 25$ ☐ $|X-25| > 5$

2 Le nombre de mètres parcourus par une tortue par jour est donné par une variable aléatoire M d'espérance 150 et de variance 900.

1. Montrer que $p(|M-150| \geqslant 60) \leqslant 0{,}25$. En donner une interprétation.

....

....

....

2. Justifier que la probabilité que l'écart entre M et 150 soit strictement inférieur à 90 m est supérieur à 0,88.

....

3 Un bateau pèse 120 tonnes, sans passagers, sans bagages mais avec son équipage et le carburant. Les règles de sécurité interdisent le départ si le poids dépasse les 129,42 tonnes. Le bateau est rempli de 100 voyageurs dont le poids suit une variable d'espérance 70 kg et d'écart-type 10 kg, et dont les bagages suivent une variable d'espérance 20 kg et d'écart-type 10 kg. Ces variables sont indépendantes.

1. Calculer l'espérance et l'écart-type du poids P du bateau au départ.

....

....

2. À l'aide de l'inégalité, trouver un majorant de la probabilité pour que le poids réel du bateau au départ dépasse les 129,42 tonnes.

....

Loi des grands nombres

- Soit $(X_1\,;X_2\,;\ldots;X_n)$ un échantillon de variables aléatoires d'espérance μ et de variance V, et $M_n = \dfrac{X_1+X_2+\ldots+X_n}{n}$.
  Pour tout $\delta \in \mathbb{R}_+^*$, l'**inégalité** $\boldsymbol{p(|M_n-\mu|\geqslant\delta)\leqslant\dfrac{V}{n\delta^2}}$ est vérifiée.
- La **loi des grands nombres** dit que : $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} p(|M_n-\mu|\geqslant\delta)=0}$.

1 **Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).**
On considère une variable aléatoire X qui a pour espérance 4 et pour variance 2.
La variable M_n est la moyenne associée à un échantillon de taille n de la loi de X.

a. $p(|M_n-4|\geqslant 1)$ est majorée par : ☐ $\dfrac{1}{n}$ ☐ $\dfrac{1}{2n}$ ☐ $\dfrac{1}{4n}$ ☐ $\dfrac{2}{n}$

b. $p(|X|\geqslant 8)$ est majorée par : ☐ 0,03125 ☐ 0,25 ☐ 0,125 ☐ 0,5

c. $p(|X-4|\geqslant 4)$ est majorée par : ☐ 0,0625 ☐ 0,25 ☐ 0,125 ☐ 0,5

d. $\lim\limits_{n\to+\infty} p(|M_n-4|\geqslant 0{,}1)$ est égale à : ☐ 0 ☐ 0,1 ☐ 0,5 ☐ 1

2 On lance 5 fois une pièce non truquée. On appelle X_i (i de 1 à 5) la variable aléatoire égale à 1 si on obtient Pile au i-ème lancer et 0 sinon.

1. Déterminer $E(M_5)$ et $V(M_5)$.

....

2. Montrer que $p(|M_5-0{,}5|\geqslant 0{,}4)\leqslant\dfrac{5}{16}$.

....

3 Le nombre de pénalités réussies par le buteur d'une équipe de rugby suit la loi de la variable aléatoire X ci-contre avec $E(X)=1{,}3$ et $V(X)=0{,}81$.

x_i	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	0,2	0,4	0,3	0,1

1. Soit M_n la variable aléatoire moyenne d'un échantillon de taille n de cette loi. Donner l'inégalité de concentration pour M_n. ....

2. En déduire que $p(1<M_n<1{,}6)\geqslant 1-\dfrac{9}{n}$.

....

....

3. Combien le buteur doit-il jouer de matchs pour qu'il ait réussi en moyenne plus d'une pénalité par match avec une probabilité d'au moins 90 % ?

....

FICHE 99

L'épreuve du Grand oral

- **Préparation :** 20 min
- **Durée :** 20 min
- **Coefficient :** 10
- **Barème :** Note sur 20
- **Jury :** un professeur d'une de tes deux spécialités + un professeur de l'autre spécialité ou d'un enseignement commun ou documentaliste.

1 Au cours de l'année

Choix de deux questions

Tes questions portent sur tes deux spécialités, soit prises isolément, soit abordées de manière transversale.

- Commence rapidement à y réfléchir au cours de l'année.
- Choisis des questions qui t'intéressent, en lien avec des parties de programme avec lesquels tu es à l'aise.
- Pense au lien avec ton projet d'orientation ou envie de métier.

Prépararation des questions

Tes professeurs sont là pour t'aider.

Tu peux éventuellement travailler avec d'autres élèves.

Tu dois travailler les parties de programme en lien avec tes questions.

- Cherche des sources variées.
- Essaye d'anticiper les questions du jury.

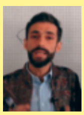
Entraînement à la prise de parole en public

Tu peux t'entraîner avec tes professeurs ou avec des camarades de classe. Tu peux également te filmer ou t'enregistrer.

Travaille ton expression orale, ta voix mais aussi ta posture.

Découvre, grâce à **M. Parnak**, professeur de mathématiques, une **stratégie concrète** pour :
- choisir tes deux questions
- te préparer aux questions du jury

Vidéo ALL MATHS PARNAK



www.lienmini.fr/7341-99

2 Le jour de l'épreuve

Choix d'une question par le jury

- Tu présentes les deux questions préparées pendant l'année. Le jury en choisit une.

Préparation

20 min

- Mets en ordre tes idées.
- Crée éventuellement un support (non évalué) à donner au jury.

Présentation de la question

5 min

- Tu expliques pourquoi tu as choisi cette question, puis tu la développes et enfin tu y réponds.
- Tu dois présenter ta réponse debout.
- Tu peux disposer du support préparé précédemment.

> - Il est normal d'être stressé, respire et lance-toi !
> - Ta présentation doit répondre à une structure claire et visible pour le jury.

Questions du jury sur tes connaissances

10 min

Les questions portent sur les parties de programme (1^{re} et T^{le}) de tes spécialités en lien avec la question présentée.

> - Adapte tes réponses à un public qui n'est pas forcément spécialiste.
> - Utilise néanmoins des termes techniques précis.

Échanges avec le jury sur ton projet d'orientation

5 min

Tu dois montrer en quoi la question traitée a participé à la maturation de ton projet de poursuite d'études, voire professionnel.

> Plus ta réponse sera réellement personnelle, plus tu seras convaincant.

Les critères d'évaluation

- La solidité de tes **connaissances**
- Ta capacité à **argumenter** et à **relier les savoirs**
- Ton **expression** et la **clarté** de tes propos
- Ton **engagement** dans la parole, ta force de **conviction** et ta manière d'exprimer une **réflexion personnelle**, ta **motivation**

FICHE 100

L'épreuve écrite terminale

- **Durée :** 4 heures
- **Coefficient :** 16
- **Barème :** note sur 20

1 Au cours de l'année

Apprentissage et synthèse de la leçon

- Apprends ton cours **au fur et à mesure** des chapitres.
- Il ne suffit pas de bien **connaître les formules** et les **propriétés**, il faut aussi savoir comment les appliquer et connaître les **méthodes** essentielles.
- Prépare une **fiche de synthèse** avec les propriétés, les formules et les méthodes à connaître pour la leçon. Cela simplifiera tes révisions en vue des examens.

Trouve la méthode d'apprentissage adaptée à ton (ou tes) type(s) de mémoire : lis ton cours à voix haute en t'enregistrant avec ton smartphone puis réécoute-le, recopie les propriétés, remémore-toi les éléments marquants qui ont eu lieu pendant le cours, etc.

La fiche de synthèse peut être linéaire ou sous forme de carte mentale. Tu peux adopter un code couleur pour différencier les définitions, les propriétés et les méthodes.

Entraînement

Pour savoir si tu as bien compris ton cours, tu peux t'entraîner avec les **exercices résolus de ton manuel**, ou refaire les **exercices corrigés en classe** avec ton professeur.

Entraîne-toi grâce à la **plateforme d'exercices interactifs autocorrigés** Sésamath :
- le **corrigé** est **détaillé** pour t'aider en cas d'erreur ;
- les données des exercices sont **renouvelées** à chaque fois pour pouvoir faire des **gammes**.

Retrouve un lien d'accès gratuit à la plateforme Sésamath dans **chaque fiche** de ce livret.

Entraîne-toi avec Sésamath

Utilise ton livret de maths 1re/Tle

- Chaque fiche du livret permet de **tester ta maîtrise** des notions abordées en 1re et en Tle grâce aux exercices de niveau de difficulté croissant.
- Dès qu'un exercice est **corrigé par ton professeur**, note ton résultat dans le sommaire (pp. 2-5).
- Grâce à cet **outil de suivi**, cible ton **entraînement** sur les notions que tu ne maîtrises pas encore entièrement.

2 Le jour de l'épreuve

Avant l'épreuve

- Vérifie que tu as tout le **matériel** dont tu pourrais avoir besoin : règle, équerre, compas, rapporteur, calculatrice (rechargée ou avec des piles neuves), crayons, stylos, effaceurs, gomme, etc.

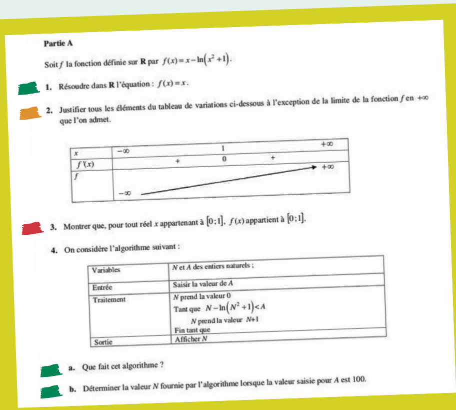
- Vérifie l'**itinéraire** et le **temps de trajet** pour te rendre au lieu de l'épreuve, et prévois à quelle heure partir pour ne pas être en retard.

> - Une bonne nuit de sommeil et une bonne alimentation privilégiant les sucres lents sont importantes pour être en forme le jour de l'épreuve.
> - Les exercices permettant de contrôler sa respiration sont de bons moyens de combattre le stress.

Pendant l'épreuve

- Prends le temps de **parcourir l'intégralité du sujet** avant de commencer à répondre à la première question.

> Lorsque tu parcours le sujet au début de l'épreuve, tu peux appliquer la méthode du « feu tricolore » :
> – entoure en vert le numéro des questions auxquelles tu sais répondre facilement
> – entoure en orange le numéro des questions auxquelles tu peux répondre en réfléchissant
> – entoure en rouge le numéro des questions que tu ne maîtrises pas.
> Lorsque tu réponds aux questions, concentre-toi en priorité sur les questions entourées en vert ou en orange.



Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x)=x-\ln\left(x^2+1\right)$.

1. Résoudre dans $\mathbf{R}$ l'équation : $f(x)=x$.
2. Justifier tous les éléments du tableau de variations ci-dessous à l'exception de la limite de la fonction f en $+\infty$ que l'on admet.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	
f	$-\infty$				$+\infty$

3. Montrer que, pour tout réel x appartenant à $[0;1]$, $f(x)$ appartient à $[0;1]$.
4. On considère l'algorithme suivant :

Variables	N et A des entiers naturels ;
Entrée	Saisir la valeur de A
Traitement	N prend la valeur 0 Tant que $N-\ln\left(N^2+1\right)<A$ N prend la valeur $N+1$ Fin tant que
Sortie	Afficher N

a. Que fait cet algorithme ?

b. Déterminer la valeur N fournie par l'algorithme lorsque la valeur saisie pour A est 100.

- Il est important de **gérer son temps** : en fonction du nombre de points attribués à l'exercice, calcule rapidement le temps que tu peux lui consacrer.
Par exemple, un exercice de 5 points représente le quart de la note, il faut donc lui consacrer environ le quart de l'épreuve, soit 1 heure.

- À la fin de chaque exercice ou de chaque question, vérifie tes calculs et fais preuve d'**esprit critique** : regarde si les résultats te semblent cohérents par rapport au contexte de l'exercice, et s'ils respectent les ordres de grandeur.

FICHE 101

Mémo Python

Variables

Affecter une valeur à une variable

`a=2`	La variable **a** prend la valeur 2.
`a=a+1`	La variable **a** prend la valeur **a+1**, ici 2+1 donc 3.
`a="texte"` ou `a='texte'`	Le mot « texte » est affecté à la variable **a**.
`a=float(a)`	**a** est converti en réel.

Affecter une valeur saisie par l'utilisateur

`a=input("Saisir un mot :")`	Le programme affiche « Saisir un mot : », attend la frappe de l'utilisateur et affecte la saisie à la variable **a**.

Afficher le contenu d'une variable

`print(a)`	Le programme affiche le contenu de la variable **a**.
`print("a =",a)`	Le programme affiche le texte « a = » suivi du contenu de la variable **a**.

Instructions conditionnelles

La commande « **else:** » est facultative.

Une **instruction conditionnelle** n'est exécutée que si une certaine condition est vérifiée.

`p=float(input("Saisir un nombre :"))`
`if p>0:`
`  print("Le nombre saisi est positif.")`
`else:`
`  print("Le nombre saisi est négatif ou nul.")`
`print("Bonne journée")`
	Si l'utilisateur rentre –5, le programme affiche « Le nombre saisi est négatif ou nul. » puis « Bonne journée ». S'il rentre 5, le programme affiche « Le nombre saisi est positif. » puis « Bonne journée ».

Boucle bornée

La boucle démarre à **i=1** et s'arrête à **i=n**.

On utilise une **boucle bornée** lorsqu'on veut exécuter un nombre de fois déterminé un même bloc d'instructions.

`u=1`
`for i in range(1,21):`
`  u=u+2*u`
`print(u)`
	La boucle ajoute le double de **u** à la variable **u** pour **i** allant de 1 à 20. À la fin de la boucle, le programme affiche **u**.

Boucle non bornée

On utilise une boucle **non bornée** lorsqu'on veut répéter un même bloc d'instructions tant qu'une certaine condition est vérifiée.

`u=0`
`while u<1000:`
`  u=u+20`
`u=u-20`
`print(u)`
	La boucle ajoute 20 à la variable `u` tant que `u` est plus petit que 1 000.
	Le programme affiche ainsi le plus grand multiple de 20 inférieur à 1 000.

Écrire une fonction

Il peut être utile de définir une **fonction**, c'est-à-dire un bloc d'instructions qui ne sera exécuté que s'il est appelé.

Une fonction possède généralement des **paramètres**.

`def difference(x,y):`
`  dif=x-y`
`  return dif`
	On définit la fonction différence de variable `x` et `y` qui renvoie la variable `dif` au programme principal.
	`print(difference(3,5))` renvoie –2.

Liste

Une **liste** est un tableau de valeurs dont les **éléments** sont indexés à partir de 0.

`L=[5,"pair", 8.1]`	On définit une liste nommée `L` à 3 éléments.
`print(L[1])`	Affiche le terme n° 1 de la liste, ici « pair ». Attention, une liste est indexée à partir de 0.
`L.append(7)`	Ajoute `7` à la fin de la liste.
`L.insert(i,"bob")`	Insère `bob` à l'indice `L[i]` et décale le reste de la liste vers la droite.
`len(L)`	Renvoie la taille de la liste `L`.
`del(L[i])`	Supprime l'élément d'indice `i` et décale les suivants vers la gauche.
`L.count(x)`	Renvoie le nombre d'occurrences de `x` dans la liste `L`.
`L=M+N`	La liste `L` est constituée des éléments de `M` puis des éléments de `N` à la suite.
`L.sort()`	Range les éléments de `L` par ordre croissant.
`if x in L:`	Teste si `x` est un élément de `L`.
`if x not in L:`	Teste si `x` n'est pas un élément de `L`.
`for i in L:`	Pour `i` prenant successivement les valeurs des éléments de `L`.

FICHE 102

Mémo maths - Suites et fonctions

Suites arithmétiques et géométriques

Pour tout $n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{N}$,	(u_n) est une suite arithmétique de raison r ($r \in \mathbb{R}$)	(u_n) est une suite géométrique de raison q ($q \in \mathbb{R}$ et $u_0 \neq 0$)
Relation de récurrence	$u_{n+1} = u_n + r$	$u_{n+1} = q \times u_n$
Terme général	$u_n = u_0 + nr = u_1 + (n-1)r = u_p + (n-p)r$	$u_n = u_0 \times q^n = u_1 \times q^{n-1} = u_p \times q^{n-p}$
Somme, $n \geqslant 1, q \neq 1$	$1 + 2 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$	$1 + q + q^2 + \ldots + q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Suites et opérations sur les limites

Soient (u_n) et (v_n) deux suites et ℓ et ℓ' deux nombres réels.

Limite d'une somme

$\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n)$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} (v_n)$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n + v_n)$	$\ell + \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	**indéterminée**	$-\infty$

Limite d'un produit

$\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n)$	ℓ	$\ell > 0$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$\ell < 0$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} (v_n)$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n \times v_n)$	$\ell \times \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	**indéterminée**

Limite d'un quotient

$\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n)$	ℓ	ℓ	$\pm\infty$	$\pm\infty$	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} (v_n)$	$\ell' \neq 0$	0	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	0	0	0
$\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{u_n}{v_n}\right)$	$\dfrac{\ell}{\ell'}$	$\pm\infty$	$\pm\infty$	**indéterminée**	$\pm\infty$	$\pm\infty$	**indéterminée**

Convergence des suites géométriques

- Si $q > 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$.
- Si $-1 < q < 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$.
- Si $q \leqslant -1$ alors la suite (q^n) n'a pas de limite.

Limites

Soit n un entier naturel non nul.

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^n} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x^n} = 0$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = \begin{cases} +\infty \text{ si } n \text{ pair} \\ -\infty \text{ si } n \text{ impair} \end{cases}$
- $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{\sqrt{x}} = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{x^n} = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{1}{x^n} = \begin{cases} +\infty \text{ si } n \text{ pair} \\ -\infty \text{ si } n \text{ impair} \end{cases}$

Dérivation

Dérivées des fonctions de référence

f est définie sur	Fonction f	Dérivée f'	f est dérivable sur
$\mathbb{R}$	c	0	$\mathbb{R}$
$\mathbb{R}$	x	1	$\mathbb{R}$
$\mathbb{R}$	x^2	$2x$	$\mathbb{R}$
$\mathbb{R}$	x^3	$3x^2$	$\mathbb{R}$
$\mathbb{R}, \mathbb{R}^*$ si $n<0$	$x^n, n \in \mathbb{Z}$	nx^{n-1}	$\mathbb{R}, \mathbb{R}^*$ si $n<0$
$\mathbb{R}^*$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$[0\,;+\infty[$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0\,;+\infty[$
$\mathbb{R}$	e^x	e^x	$\mathbb{R}$
$\mathbb{R}$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\mathbb{R}$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$]0\,;+\infty[$	$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$]0\,;+\infty[$

Opérations et dérivation

u et v sont deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I.

Fonctions u et v	Dérivée
$u+v$	$u'+v'$
$u \times v$	$u'v+v'u$
Pour k constante réelle, $k \times u$	$k \times u'$
Si pour tout x de I, $v(x) \neq 0$: $\frac{1}{v}$	$\frac{-v'}{v^2}$
Si pour tout x de I, $v(x) \neq 0$: $\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-v'u}{v^2}$
Pour a et b réels : $u(ax+b)$	$a \times u'(ax+b)$
$v \circ u$	$(v' \circ u)(x) \times u'(x)$

Primitives

Primitives des fonctions usuelles

Fonction f	Intervalle	Primitive F
$f(x) = a$	$\mathbb{R}$	$F(x) = ax + k$ avec k réel
$f(x) = x^n$ avec $n \in \mathbb{Z}$ sauf -1	$\mathbb{R}$ si n est un entier naturel $]0\,;+\infty[$ ou $]-\infty\,;0[$ si n est un entier négatif non nul sauf -1.	$F(x) = \dfrac{1}{n+1}x^{n+1} + k$ avec k réel
$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$]0\,;+\infty[$	$F(x) = 2\sqrt{x} + k$ avec k réel
$f(x) = e^x$	$\mathbb{R}$	$F(x) = e^x + k$ avec k réel
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$]0\,;+\infty[$	$F(x) = \ln(x) + k$ avec k réel

Primitives des fonctions composées

u désigne une fonction dérivable sur I.

Formes de la fonction	Primitive	Conditions
$u'u^n$ avec $n \in \mathbb{Z}$ sauf 0 et -1	$\dfrac{u^{n+1}}{n+1}$	Si $n < 0$ alors $u(x) \neq 0$ pour tout x de I
$\dfrac{u'}{u^2}$	$-\dfrac{1}{u}$	$u(x) \neq 0$ pour tout x de I
$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\sqrt{u}$	$u(x) > 0$ pour tout x de I
$\dfrac{u'}{u}$	$\ln(u)$	$u(x) > 0$ pour tout x de I
$u'e^u$	e^u	
$(v' \circ u) \times u'$	$v \circ u$	v dérivable sur un intervalle J et pour tout x de I, $u(x)$ appartient à J.

Équations différentielles

- Équation : $\boldsymbol{y' = ay}$ $(a \neq 0)$: solution : $\boldsymbol{f(x) = Ke^{ax}}$, K réel
- Équation : $\boldsymbol{y' = ay + b}$ $(a \neq 0)$: solution : $\boldsymbol{f(x) = Ke^{ax} - \dfrac{b}{a}}$, K réel

Intégration

- Soient f une fonction continue sur $[a\,;b]$ et F une primitive.

$$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

- **Valeur moyenne** : $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$

- **Intégration par parties** : u et v dérivables sur $[a\,;b]$ et u', v' continues

$$\int_a^b u(t)v'(t)\,dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)v(t)\,dt$$

FICHE 103

Mémo maths - Géométrie

Produit scalaire

$\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont deux vecteurs non nuls dans un repère orthonormé.

- **Formule analytique :** $\vec{u}\cdot\vec{v} = xx' + yy'$
- **Formule géométrique :** $\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos(\vec{u},\vec{v})$
- **Formule avec les normes :** $\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$
- **Projeté orthogonal**

  Soient A, B et C trois points et H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) alors :

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \pm AB \times AH$$

Équation cartésienne dans le plan

- Une **équation cartésienne** de la droite passant par le point A et de **vecteur directeur** $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est de la forme : $ax + by + c = 0$
- Deux droites d'équations cartésiennes $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont **parallèles** si et seulement si : $ab' - ba' = 0$

Géométrie dans l'espace

Produit scalaire

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ deux vecteurs non nuls de l'espace dans un repère orthonormé.

- **Formule analytique :** $\vec{u}\cdot\vec{v} = xx' + yy' + zz'$
- **Formule géométrique :** $\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos(\vec{u},\vec{v})$
- **Formule avec les normes :** $\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si leur produit scalaire est nul.

Représentation paramétrique d'une droite

Le système d'équations $\begin{cases} x = x_A + ka \\ y = y_A + kb \\ z = z_A + kc \end{cases}$ où $k \in \mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de la droite d passant par le point $A(x_A ; y_A ; z_A)$ et dirigée par $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et telle que k est le **paramètre** de cette représentation.

Propriété

Le plan passant par le point $A(x_A ; y_A ; z_A)$ et dont un vecteur normal est le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ a pour **équation cartésienne** :

$$ax + by + cz + d = 0$$

Mémo maths - Probabilités

Probabilités 1re

Équiprobabilité

- Une loi de probabilité est dite **équirépartie** lorsque chaque issue a la même probabilité de se réaliser, qui est : $\dfrac{1}{\text{nombre total d'issues}} = \dfrac{1}{n}$.

On est alors dans une situation d'**équiprobabilité**.

- La probabilité d'un évènement A est égale à la somme des probabilités des issues qui réalisent cet évènement.

Dans une situation d'**équiprobabilité**, où il y a n issues, la probabilité d'un événement A réalisé par k issues est :

$$p(\mathrm{A}) = \frac{\text{nombre d'issues qui réalisent A}}{\text{nombre total d'issues}} = \frac{k}{n}$$

Probabilité de l'évènement contraire

- Soit A un événement. On a : $p(\mathrm{A}) = 1 - p(\overline{\mathrm{A}})$.

Relation entre union et intersection

- Soient A et B deux événements. On a : $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B}) - p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.

Probabilités Tle

Formule des probabilités totales

Soient $\{\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2, \ldots, \mathrm{A}_n\}$ une partition d'un univers Ω et B un événement de Ω. Alors :

$$p(\Omega) = p(\mathrm{A}_1 \cap \mathrm{B}) + p(\mathrm{A}_2 \cap \mathrm{B}) + \ldots + p(\mathrm{A}_n \cap \mathrm{B})$$

Événements indépendants

On dit que deux évènements A et B sont indépendants :

- si $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) \times p(\mathrm{B})$.
- si $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = p(\mathrm{B})$.

Loi de Bernoulli

Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p.
On a alors :

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1 - p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

Loi binomiale

Si X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;p)$ alors, pour tout entier k compris dans $[0\,;n]$, on a :

- $p(X = k) = \dbinom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$
- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1 - p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$

Intervalle de fluctuation

Soient X une variable aléatoire suivant une loi binomiale, $\alpha \in \,]0\,;1[$ et a et b réels.
Un intervalle $[a\,;b]$ tel que $p(a \leqslant X \leqslant b) \geqslant 1 - \alpha$ est appelé **intervalle de fluctuation** au seuil de $1 - \alpha$ (ou au risque α) associé à X.

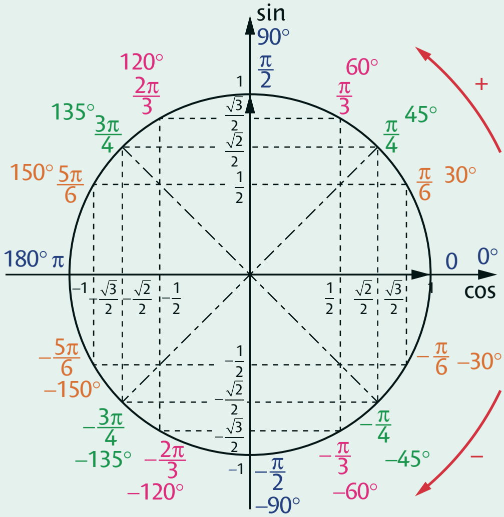
Mémo maths - Fonctions usuelles

Trigonométrie

Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Cercle trigonométrique



Angles associés

- $\cos(-x) = \cos(x)$
- $\sin(-x) = -\sin(x)$
- $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$
- $\sin(\pi - x) = \sin(x)$
- $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$
- $\sin(\pi + x) = -\sin(x)$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$

Fonction exponentielle

- La fonction exponentielle est positive et strictement croissante sur $\mathbb{R}$. On a :
  - $e^0 = 1$
  - $e^1 = e$
  - $\sqrt{e} = e^{\frac{1}{2}}$
- Pour tous réels a et b, $n \in \mathbb{Z}$:
  - $e^{a+b} = e^a \times e^b$
  - $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$
  - $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$
  - $(e^a)^n = e^{an}$
- Pour $x \in \mathbb{R}$:
  - $(e^x)' = e^x$
  - $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$
  - $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

Fonction logarithme népérien

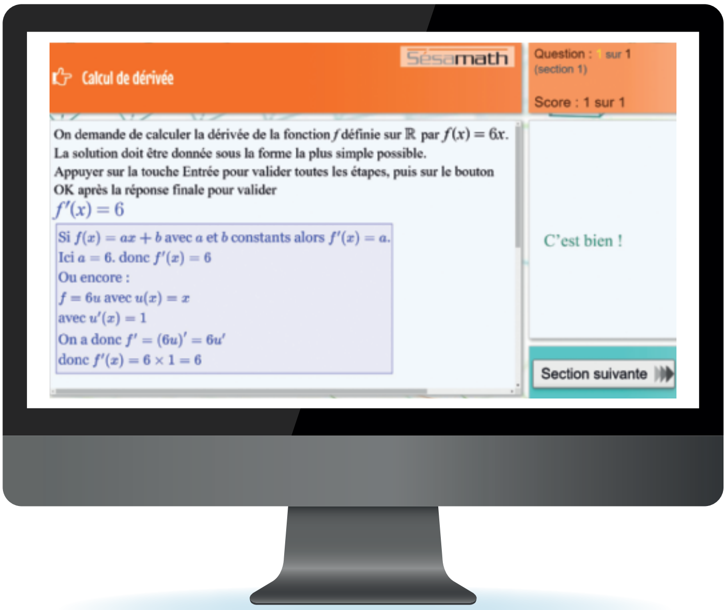
- La fonction ln est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$. On a :
  - $\ln(1) = 0$
  - $\ln(e) = 1$
  - $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = \ln(e^{-1}) = -1$
- Pour $x \in \mathbb{R}$:
  - $\ln(e^x) = x$
- Pour tout réel $x > 0$:
  - $e^{\ln(x)} = x$
- Pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$ et $n \in \mathbb{Z}$:
  - $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$
  - $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
  - $\ln(a^n) = n\ln(a)$
  - $\ln\left(\sqrt{a}\right) = \frac{1}{2}\ln(a)$
- Pour tout réel $x > 0$:
  - $\ln'(x) = \frac{1}{x}$
  - $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$
  - $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$

La banque d'exercices Sésamath

Entraîne-toi avec Sésamath

Pour **chaque fiche** du livret, accède gratuitement à une plateforme d'**exercices interactifs autocorrigés** pour t'**entraîner**.

- Les **données** de l'exercice sont **renouvelées** à chaque fois afin de pouvoir faire des **gammes**.
- Le **corrigé** est **détaillé** pour t'aider en cas d'erreur.



En +

- **70 QCM interactifs** pour réactiver les connaissances incontournables de seconde.
- **130 cartes flash** pour tester ta connaissance du cours et aborder sereinement une nouvelle notion du livret.

FICHE 105

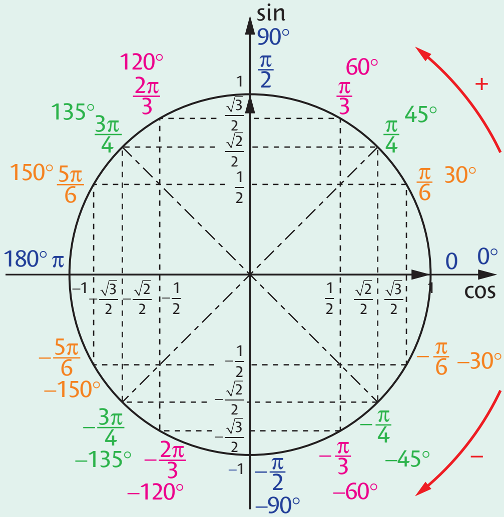
Mémo maths - Fonctions usuelles

Trigonométrie

Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Cercle trigonométrique



Angles associés

- $\cos(-x) = \cos(x)$
- $\sin(-x) = -\sin(x)$
- $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$
- $\sin(\pi - x) = \sin(x)$
- $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$
- $\sin(\pi + x) = -\sin(x)$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$

Fonction exponentielle

- La fonction exponentielle est positive et strictement croissante sur $\mathbb{R}$. On a :
  - $e^0 = 1$
  - $e^1 = e$
  - $\sqrt{e} = e^{\frac{1}{2}}$
- Pour tous réels a et b, $n \in \mathbb{Z}$:
  - $e^{a+b} = e^a \times e^b$
  - $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$
  - $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$
  - $(e^a)^n = e^{an}$
- Pour $x \in \mathbb{R}$:
  - $(e^x)' = e^x$
  - $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$
  - $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

Fonction logarithme népérien

- La fonction ln est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$. On a :
  - $\ln(1) = 0$
  - $\ln(e) = 1$
  - $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = \ln(e^{-1}) = -1$
- Pour $x \in \mathbb{R}$:
  - $\ln(e^x) = x$
- Pour tout réel $x > 0$:
  - $e^{\ln(x)} = x$
- Pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$ et $n \in \mathbb{Z}$:
  - $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$
  - $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
  - $\ln(a^n) = n\ln(a)$
  - $\ln\left(\sqrt{a}\right) = \frac{1}{2}\ln(a)$
- Pour tout réel $x > 0$:
  - $\ln'(x) = \frac{1}{x}$
  - $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$
  - $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$

ISBN : 978-2-210-11734-1

Cet ouvrage a été imprimé sur du papier provenant de forêts gérées durablement.

Nos ouvrages étant destinés **exclusivement** à une utilisation en classe, les ressources associées (dont les corrigés) sont uniquement mises à disposition des enseignants dans le cadre de la préparation de leurs cours. Ces ressources ne sont donc pas accessibles aux parents et aux élèves.

MAGNARD
www.magnard.fr