Activités mentales ex 4 page 126

Sésamath

Maths TS spécialité

énoncé

La matrice M est-elle la répartition stable de probabilité associée à la matrice de transition T, c'est-à-dire la matrice qui vérifie $M = MT$?

1. $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix}$ et $T = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{2}{9} \end{pmatrix}$

2. $M = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix}$ et $T = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$

3. $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

correction

1. **OUI** :

1. **OUI** :

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} & \end{pmatrix}$$

correction

1. **OUI** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{8}{9} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix}$$

1 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{8}{9} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

1. **OUI** :

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{8}{9} \end{pmatrix} = T$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{7} \times \frac{1}{3} + \frac{6}{7} \times \frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

1 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{8}{9} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \end{pmatrix}$$

1 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{8}{9} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \color{red}{\frac{1}{7} \times \frac{2}{3} + \frac{6}{7} \times \frac{8}{9}} \end{pmatrix}$$

1 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{8}{9} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix}$$

1. **OUI** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{8}{9} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix} = MT$$

1 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{8}{9} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix} = MT$$

Comme $MT = T$ alors la matrice M est la répartition stable de probabilité associée à la matrice de transition T.

correction

2. **NON** :

2 **NON** :

$$M = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{4}{9} & \end{pmatrix}$$

2 **NON** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix}$$

2 **NON** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

2 **NON** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{5}{9} \times \frac{1}{4} + \frac{4}{9} \times \frac{3}{5} & \end{pmatrix}$$

2 **NON** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{73}{180} & \end{pmatrix}$$

2 **NON** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{73}{180} & \frac{5}{9} \times \frac{3}{4} + \frac{4}{9} \times \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

2 **NON** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{73}{180} & \frac{107}{180} \end{pmatrix}$$

2 **NON** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{73}{180} & \frac{107}{180} \end{pmatrix} = MT$$

2 **NON** :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{73}{180} & \frac{107}{180} \end{pmatrix} = MT$$

Comme $MT \neq T$ alors la matrice M n'est pas la répartition stable de probabilité associée à la matrice de transition T.

3 **OUI** :

3 **OUI** :

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

3 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

3 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

3 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

3 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

3 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \color{red}{\frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} & \end{pmatrix}$$

3 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \end{pmatrix}$$

3 **OUI** :

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \\ M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \color{red}{\frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} \end{pmatrix} \end{array}$$

3 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

3 **OUI** :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = T$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = MT$$

3 **OUI** :

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = T$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = MT$$

Comme $MT = T$ alors la matrice M est la répartition stable de probabilité associée à la matrice de transition T.