Auto-évaluation ex 2 page 115

Sésamath

Maths TS spécialité

énoncé

Soit la suite $(a_n)_{n\geqslant 0}$ telle que

$$a_{n+1} = -3a_n + 4.$$

1. Montrer qu'il existe une valeur de a_0 pour laquelle (a_n) est une suite constante. On note k cette valeur.
2. Montrer que la suite (b_n) telle que $b_n = a_n - k$ est géométrique. En déduire a_n en fonction de n.

1

(a_n) suite constante

correction

1

(a_n) suite constante $\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, a_{n+1} = a_n$

1

(a_n) suite constante $\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, a_{n+1} = a_n$

$\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, -3a_n + 4 = a_n$

1

$$
\begin{aligned}
(a_n) \text{ suite constante} &\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, a_{n+1} = a_n \\
&\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, -3a_n + 4 = a_n \\
&\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, 4 = 4a_n
\end{aligned}
$$

correction

1

$$
\begin{aligned}
(a_n) \text{ suite constante} &\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, a_{n+1} = a_n \\
&\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, -3a_n + 4 = a_n \\
&\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, 4 = 4a_n \\
&\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, a_n = 1
\end{aligned}
$$

correction

1

$$
\begin{aligned}
(a_n) \text{ suite constante} &\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, a_{n+1} = a_n \\
&\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, -3a_n + 4 = a_n \\
&\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, 4 = 4a_n \\
&\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, a_n = 1
\end{aligned}
$$

Par conséquent,

pour $a_0 = 1$, (a_n) est une suite constante.

On note $k = 1$

2

Rappel

La suite de terme général q^n :

- converge vers 0 si $-1 < q < 1$,
- diverge vers $+\infty$ si $q > 1$,
- n'a pas de limite si $q \leqslant -1$.

2

Rappel

La suite de terme général q^n :

- converge vers 0 si $-1 < q < 1$,
- diverge vers $+\infty$ si $q > 1$,
- n'a pas de limite si $q \leqslant -1$.

Comme $-1 < \dfrac{1}{3} < 1$, la suite de terme général $\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ converge vers 0

2

Rappel

La suite de terme général q^n :

- converge vers 0 si $-1 < q < 1$,
- diverge vers $+\infty$ si $q > 1$,
- n'a pas de limite si $q \leqslant -1$.

Comme $-1 < \dfrac{1}{3} < 1$, la suite de terme général $\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ converge vers 0

Par conséquent,

la suite (u_n) converge vers 0.