QCM d'autoévaluation, exercice 52 page 140

Sésamath

Maths TS spécialité

Soit

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -0,5 \\ 0,75 & -0,25 \end{pmatrix} \text{ et } D = P^{-1}AP$$

trois matrices et n un entier naturel.

Soit la matrice $B = P - 2AP$. Pour tout $n \neq 0$, la matrice B^n est égale à :

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1,5^n \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1,5^n \\ 0 & 1,5^{n+1} \end{pmatrix}$

c) $[(I - 2A)P]^n$

d) $[P(I - 2D)]^n$

On a

$$B = P - 2AP$$

correction

On a

$$\begin{aligned} B &= P - 2AP \\ &= (I - 2A)P \end{aligned}$$

correction

On a

$$\begin{aligned} B &= P - 2AP \\ &= (I - 2A)P \end{aligned}$$

donc

$$B^n = [(I - 2A)P]^n \qquad \text{(réponse } \mathbf{c)}\text{)}$$

correction

On a

$$\begin{aligned} B &= P - 2AP \\ &= (I - 2A)P \end{aligned}$$

donc

$$B^n = [(I - 2A)P]^n \qquad \text{(réponse } \textbf{c)}\text{)}$$

De plus, $A = PDP^{-1}$ donc

correction

On a

$$\begin{aligned} B &= P - 2AP \\ &= (I - 2A)P \end{aligned}$$

donc

$$B^n = [(I - 2A)P]^n \qquad \text{(réponse } \textbf{c)}\text{)}$$

De plus, $A = PDP^{-1}$ donc

$$B = P - 2PDP^{-1}P$$

correction

On a

$$\begin{aligned} B &= P - 2AP \\ &= (I - 2A)P \end{aligned}$$

donc

$$B^n = [(I - 2A)P]^n \qquad \text{(réponse **c)**)}$$

De plus, $A = PDP^{-1}$ donc

$$\begin{aligned} B &= P - 2PDP^{-1}P \\ &= P - 2PD \end{aligned}$$

On a

$$\begin{aligned} B &= P - 2AP \\ &= (I - 2A)P \end{aligned}$$

donc

$$B^n = [(I - 2A)P]^n$$ (réponse **c)**)

De plus, $A = PDP^{-1}$ donc

$$\begin{aligned} B &= P - 2PDP^{-1}P \\ &= P - 2PD \\ &= P(I - 2D) \end{aligned}$$

On a

$$B = P - 2AP$$
$$= (I - 2A)P$$

donc

$$B^n = [(I - 2A)P]^n \qquad \text{(réponse } \mathbf{c)}\text{)}$$

De plus, $A = PDP^{-1}$ donc

$$B = P - 2PDP^{-1}P$$
$$= P - 2PD$$
$$= P(I - 2D)$$

donc

$$B^n = [P(I - 2D)]^n \qquad \text{(réponse } \mathbf{d)}\text{)}$$

correction

On a à l'aide de la calculatrice :

On a à l'aide de la calculatrice :

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1,5 \end{pmatrix}$$

On a à l'aide de la calculatrice :

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1,5 \end{pmatrix}$$

Or

$$\begin{pmatrix} 0 & 1,5^1 \\ 0 & 1,5^{1+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1,5 \\ 0 & 2,25 \end{pmatrix} \neq B^1$$

On a à l'aide de la calculatrice :

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1,5 \end{pmatrix}$$

Or

$$\begin{pmatrix} 0 & 1,5^{1} \\ 0 & 1,5^{1+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1,5 \\ 0 & 2,25 \end{pmatrix} \neq B^{1}$$

On élimine donc la réponse **b)**

correction

On a à l'aide de la calculatrice :

correction

On a à l'aide de la calculatrice :

$$B^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1,5 \\ 0 & 2,25 \end{pmatrix}$$

On a à l'aide de la calculatrice :

$$B^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1,5 \\ 0 & 2,25 \end{pmatrix}$$

Or

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1,5^{1+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2,25 \end{pmatrix} \neq B^2$$

correction

On a à l'aide de la calculatrice :

$$B^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1,5 \\ 0 & 2,25 \end{pmatrix}$$

Or

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1,5^{1+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2,25 \end{pmatrix} \neq B^2$$

On élimine donc la réponse **a)**

correction

On a à l'aide de la calculatrice :

$$B^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1,5 \\ 0 & 2,25 \end{pmatrix}$$

Or

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1,5^{1+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2,25 \end{pmatrix} \neq B^2$$

On élimine donc la réponse **a)**

Les réponses correctes sont :

c) et **d)**