Activités mentales ex 8 page 95

Sésamath

Maths TS spécialité

énoncé

Soit deux matrices : C carrée, N non carrée.
À quelle condition les matrices suivantes existent-elles ?

1. C^{-1}
2. N^{-1}
3. CC^{T}
4. NN^{T}
5. C^2
6. N^2
7. CN
8. NC

Définition

Une matrice carrée A **d'ordre** $\boldsymbol{n}$ est inversible s'il existe une matrice carrée B **d'ordre** $\boldsymbol{n}$ telle que $AB = BA = I$.

Définition

Une matrice carrée A **d'ordre n** est inversible s'il existe une matrice carrée B **d'ordre n** telle que $AB = BA = I$.

1. C^{-1} existe si C est inversible.

Définition

Une matrice carrée A **d'ordre** $\boldsymbol{n}$ est inversible s'il existe une matrice carrée B **d'ordre** $\boldsymbol{n}$ telle que $AB = BA = I$.

1. C^{-1} existe si C est inversible.

   Si C est d'ordre 2, C^{-1} existe si, et seulement si,

$$det(C) = c_{11} \times c_{22} - c_{12} \times c_{21} \neq 0$$

Définition

Une matrice carrée A **d'ordre n** est inversible s'il existe une matrice carrée B **d'ordre n** telle que $AB = BA = I$.

1. C^{-1} existe si C est inversible.

   Si C est d'ordre 2, C^{-1} existe si, et seulement si,

$$det(C) = c_{11} \times c_{22} - c_{12} \times c_{21} \neq 0$$

2. Comme N n'est pas carrée, N n'est pas inversible donc N^{-1} n'existe jamais.

correction

Définition

Soit A une matrice de taille $m \times n$ et B une matrice de taille $n \times p$.
Le produit de A par B, noté AB, est la matrice $C = (c_{ij})$ de taille $m \times p$ telle que c_{ij} est égal au produit de la i-ième ligne de A par la j-ième colonne de B.

Définition

Soit A une matrice de taille $m \times n$ et B une matrice de taille $n \times p$.
Le produit de A par B, noté AB, est la matrice $C = (c_{ij})$ de taille $m \times p$ telle que c_{ij} est égal au produit de la i-ième ligne de A par la j-ième colonne de B.

3. Comme C et C^{T} sont toutes les deux carrées de même ordre alors le produit CC^{T} existe toujours.

correction

Définition

La matrice transposée d'une matrice A de taille $m \times n$ est la matrice notée A^{T}, de taille $n \times m$, obtenue en échangeant les lignes et les colonnes de A.

Définition

La matrice transposée d'une matrice A de taille $m \times n$ est la matrice notée A^{T}, de taille $n \times m$, obtenue en échangeant les lignes et les colonnes de A.

4. Comme N a autant de colonnes que n^{T} a de lignes alors le produit NN^{T} existe toujours.

Définition

Soit A une matrice carrée et n un entier naturel.
La puissance n-ième de A est la matrice notée A^n égale :

- au produit de n facteurs A si $n \neq 0$;
- à la matrice identité I de même ordre que celui de A si $n = 0$.

Définition

Soit A une matrice carrée et n un entier naturel.
La puissance n-ième de A est la matrice notée A^n égale :

- au produit de n facteurs A si $n \neq 0$;
- à la matrice identité I de même ordre que celui de A si $n = 0$.

5. Comme C est une matrice carrée alors C^2 existe toujours.

Définition

Soit A une matrice carrée et n un entier naturel.
La puissance n-ième de A est la matrice notée A^n égale :

- au produit de n facteurs A si $n \neq 0$;
- à la matrice identité I de même ordre que celui de A si $n = 0$.

5. Comme C est une matrice carrée alors C^2 existe toujours.

6. Comme N n'est pas une matrice carrée alors N^2 n'existe jamais.

correction

Définition

Soit A une matrice de taille $m \times n$ et B une matrice de taille $n \times p$.
Le produit de A par B, noté AB, est la matrice $C = (c_{ij})$ de taille $m \times p$ telle que c_{ij} est égal au produit de la i-ième ligne de A par la j-ième colonne de B.

Définition

Soit A une matrice de taille $m \times n$ et B une matrice de taille $n \times p$.
Le produit de A par B, noté AB, est la matrice $C = (c_{ij})$ de taille $m \times p$ telle que c_{ij} est égal au produit de la i-ième ligne de A par la j-ième colonne de B.

7. Le produit CN existe si le nombre de colonnes de C est égal au nombre de lignes de N.

Définition

Soit A une matrice de taille $m \times n$ et B une matrice de taille $n \times p$.
Le produit de A par B, noté AB, est la matrice $C = (c_{ij})$ de taille $m \times p$ telle que c_{ij} est égal au produit de la i-ième ligne de A par la j-ième colonne de B.

7. Le produit CN existe si le nombre de colonnes de C est égal au nombre de lignes de N.

8. Le produit NC existe si le nombre de colonnes de N est égal au nombre de lignes de C.