

Exercice 70 page 101

Sésamath

Maths TS spécialité



Résoudre chacun des systèmes d'équations suivants avec la calculatrice ou un logiciel de calcul formel :

$$1 \quad \begin{cases} 3x - 3y - 2z = 0 \\ 3x + y + z = -2 \\ -2x + 3y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$2 \quad \begin{cases} 2x - 3y + z = -8 \\ -3x + 2y - 3z = 3 \\ x - y + z = -1 \end{cases}$$

$$3 \quad \begin{cases} -x - 3y - 2z = -1 \\ -3x - 2y + 2z = 0 \\ 3x + 3y - z = -1 \end{cases}$$

$$4 \quad \begin{cases} -2x - 3y - 2z = 2 \\ -3x - 3y + 2z = 1 \\ x + 2y + 3z = -2 \end{cases}$$

1

Résoudre un système linéaire avec la calculatrice ou un logiciel

- On passe à l'écriture matricielle du système : $AX = B$.
- On vérifie que le déterminant de A est non nul, pour vérifier l'inversibilité de A .
- On détermine alors A^{-1} , puis le produit $A^{-1}B$ pour obtenir la solution.

1

Résoudre un système linéaire avec la calculatrice ou un logiciel

- On passe à l'écriture matricielle du système : $AX = B$.
- On vérifie que le déterminant de A est non nul, pour vérifier l'inversibilité de A .
- On détermine alors A^{-1} , puis le produit $A^{-1}B$ pour obtenir la solution.

Ainsi, le système

$$\begin{cases} 3x - 3y - 2z = 0 \\ 3x + y + z = -2 \\ -2x + 3y + 2z = -1 \end{cases}$$

a pour écriture matricielle

$$AX = B \text{ avec } A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Avec le logiciel Xcas, on obtient :

1 $A := [[3, -3, -2], [3, 1, 1], [-2, 3, 2]]$

$$\begin{bmatrix} 3 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

2 $\det(A)$

-1

3 $B := [[0], [-2], [-1]]$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

4 $A^{-1} \cdot B$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Avec le logiciel Xcas, on obtient :

1	A:=[[3,-3,-2],[3,1,1],[-2,3,2]]
	$\begin{bmatrix} 3 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$
2	det(A)
	-1
3	B:=[[0],[-2],[-1]]
	$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$
4	A ⁻¹ (-1)*B
	$\begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}$

Le système a donc pour solution le couple suivant : $(-1 ; -5 ; 6)$

2 Le système

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -8 \\ -3x + 2y - 3z = 3 \\ x - y + z = -1 \end{cases}$$

a pour écriture matricielle

$$AX = B \text{ avec } A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Avec le logiciel Xcas, on obtient :

1 A:=[[2,-3,1],[-3,2,-3],[1,-1,1]]

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

2 det(A)

-1

3 B:=[[-8],[3],[-1]]

$$\begin{bmatrix} -8 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

4 A⁻¹*B

$$\begin{bmatrix} -7 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Avec le logiciel Xcas, on obtient :

1	$A := [[2, -3, 1], [-3, 2, -3], [1, -1, 1]]$
$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$	
2	$\det(A)$
-1	
3	$B := [[-8], [3], [-1]]$
$\begin{bmatrix} -8 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$	
4	$A^{-1} * B$
$\begin{bmatrix} -7 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$	

Le système a donc pour solution le couple suivant : $(-7 ; 0 ; 6)$

3 Le système

$$\begin{cases} -x - 3y - 2z = -1 \\ -3x - 2y + 2z = 0 \\ 3x + 3y - z = -1 \end{cases}$$

a pour écriture matricielle

$$AX = B \text{ avec } A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -2 \\ -3 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Avec le logiciel Xcas, on obtient :

1 $A := [[-1, -3, -2], [-3, -2, 2], [3, 3, -1]]$

$$\begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 \\ -3 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

2 $\det(A)$

1

3 $B := [[-1], [0], [-1]]$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

4 $A^{-1} * B$

$$\begin{bmatrix} 14 \\ -11 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Avec le logiciel Xcas, on obtient :

1	$A := [[-1, -3, -2], [-3, -2, 2], [3, 3, -1]]$
	$\begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 \\ -3 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & -1 \end{bmatrix}$
2	$\det(A)$
	1
3	$B := [[-1], [0], [-1]]$
	$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
4	$A^{-1} \cdot B$
	$\begin{bmatrix} 14 \\ -11 \\ 10 \end{bmatrix}$

Le système a donc pour solution le couple suivant : $(14 ; -11 ; 10)$

4 Le système

$$\begin{cases} -2x - 3y - 2z = 2 \\ -3x - 3y + 2z = 1 \\ x + 2y + 3z = -2 \end{cases}$$

a pour écriture matricielle

$$AX = B \text{ avec } A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -2 \\ -3 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Avec le logiciel Xcas, on obtient :

1 A := [[-2, -3, -2], [-3, -3, 2], [1, 2, 3]]

$$\begin{bmatrix} -2 & -3 & -2 \\ -3 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

2 det(A)

-1

3 B := [[2], [1], [-2]]

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

4 A⁻¹ * B

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Avec le logiciel Xcas, on obtient :

1	A:=[[-2,-3,-2],[-3,-3,2],[1,2,3]]
	$\begin{bmatrix} -2 & -3 & -2 \\ -3 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$
2	det(A)
	-1
3	B:=[[2],[1],[-2]]
	$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$
4	A ⁻¹ *B
	$\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

Le système a donc pour solution le couple suivant : $(-3 ; 2 ; -1)$