Exercice 30 page 97

Sésamath

Maths TS spécialité

énoncé

Effectuer les produits des matrices suivantes :

1 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2 $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

3 $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

4 $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

correction

Définition

Soit A une matrice de taille $m \times n$ et B une matrice de taille $n \times p$.
Le produit de A par B, noté AB, est la matrice $P = (p_{ij})$ de taille $m \times p$ telle que p_{ij} est égal au produit de la i-ième ligne de A par la j-ième colonne de B.

correction

Définition

Soit A une matrice de taille $m \times n$ et B une matrice de taille $n \times p$.
Le produit de A par B, noté AB, est la matrice $P = (p_{ij})$ de taille $m \times p$ telle que p_{ij} est égal au produit de la i-ième ligne de A par la j-ième colonne de B.

Définition

Le produit de la matrice ligne $L = \begin{pmatrix} a_1 & \cdots & a_n \end{pmatrix}$ par la matrice colonne $C = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ est noté LC et est égal au réel $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$.

correction

Définition

Soit A une matrice de taille $m \times n$ et B une matrice de taille $n \times p$.
Le produit de A par B, noté AB, est la matrice $P = (p_{ij})$ de taille $m \times p$ telle que p_{ij} est égal au produit de la i-ième ligne de A par la j-ième colonne de B.

Définition

Le produit de la matrice ligne $L = \begin{pmatrix} a_1 & \cdots & a_n \end{pmatrix}$ par la matrice colonne $C = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ est noté LC et est égal au réel $\sum_{i=1}^{n} a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$.

Méthode : Multiplier deux matrices

Pour calculer la matrice C égale à AB, on vérifie que le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B, puis on dispose les matrices suivant le schéma $\begin{array}{c|c} & B \\ \hline A & C \end{array}$ de sorte que c_{ij} soit à l'intersection du prolongement de la i-ème ligne de A et de la j-ième colonne de B.

1. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

1. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \quad & \quad \end{pmatrix} = AB$$

1. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 \times 4 + 1 \times (-1) + (-1) \times 1 \\ \\ \end{pmatrix} = AB$$

1. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 \times 4 + 1 \times (-1) + (-1) \times 1 \\ -3 \times 4 + 1 \times (-1) + 0 \times 1 \end{pmatrix} = AB$$

1 Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2\times 4 + 1\times(-1) + (-1)\times 1 \\ -3\times 4 + 1\times(-1) + 0\times 1 \end{pmatrix} = AB$$

donc

$$AB = \begin{pmatrix} 6 \\ -13 \end{pmatrix}$$

2. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

2 Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} = AB$$

2. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 5 \times 2 + 2 \times (-3) & \\ & \end{pmatrix} = AB$$

2. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 5 \times 2 + 2 \times (-3) & \\ (-1) \times 2 + 2 \times (-3) & \end{pmatrix} = AB$$

2 Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 5 \times 2 + 2 \times (-3) & 5 \times (-1) + 2 \times 1 \\ (-1) \times 2 + 2 \times (-3) & \end{pmatrix} = AB$$

2 Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 5 \times 2 + 2 \times (-3) & 5 \times (-1) + 2 \times 1 \\ (-1) \times 2 + 2 \times (-3) & (-1) \times (-1) + 2 \times 1 \end{pmatrix} = AB$$

2. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 5\times 2+2\times(-3) & 5\times(-1)+2\times 1 \\ (-1)\times 2+2\times(-3) & (-1)\times(-1)+2\times 1 \end{pmatrix} = AB$$

donc

$$AB = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

3. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = B \\ A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix} = AB \end{array}$$

3. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4 \times 2 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} = AB$$

3. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4 \times 2 & & \\ 1 \times 2 & & \\ & & \end{pmatrix} = AB$$

3. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{array}{ccc} & \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} & = B \\ A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 \times 2 & & \\ 1 \times 2 & & \\ 2 \times 2 & & \end{pmatrix} & = AB \end{array}$$

3. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4\times 2 & 4\times(-1) & \\ 1\times 2 & & \\ 2\times 2 & & \end{pmatrix} = AB$$

3 Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = B \\ A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 \times 2 & 4 \times (-1) & \\ 1 \times 2 & 1 \times (-1) & \\ 2 \times 2 & & \end{pmatrix} = AB \end{array}$$

3. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = B \\ A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4 \times 2 & 4 \times (-1) & \\ 1 \times 2 & 1 \times (-1) & \\ 2 \times 2 & 2 \times (-1) & \end{pmatrix} = AB \end{array}$$

3. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = B \\ A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4\times 2 & 4\times(-1) & 4\times 1 \\ 1\times 2 & 1\times(-1) & \\ 2\times 2 & 2\times(-1) & \end{pmatrix} = AB \end{array}$$

3. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = B \\ A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 4\times 2 & 4\times(-1) & 4\times 1 \\ 1\times 2 & 1\times(-1) & 1\times 1 \\ 2\times 2 & 2\times(-1) & \end{pmatrix} = AB \end{array}$$

3. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4 \times 2 & 4 \times (-1) & 4 \times 1 \\ 1 \times 2 & 1 \times (-1) & 1 \times 1 \\ 2 \times 2 & 2 \times (-1) & 2 \times 1 \end{pmatrix} = AB$$

3 Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4\times 2 & 4\times(-1) & 4\times 1 \\ 1\times 2 & 1\times(-1) & 1\times 1 \\ 2\times 2 & 2\times(-1) & 2\times 1 \end{pmatrix} = AB$$

donc

$$AB = \begin{pmatrix} 9 & -4 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

correction

4. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

4 Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} = AB$$

4 Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} (-1)\times 1 + 2\times(-2) + 1\times 1 \\ \\ \\ \end{pmatrix} = AB$$

correction

4. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} (-1)\times 1 + 2\times(-2) + 1\times 1 \\ 0\times 1 + 2\times(-2) + 2\times 1 \\ \\ \end{pmatrix} = AB$$

4. Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} (-1)\times 1 + 2\times(-2) + 1\times 1 \\ 0\times 1 + 2\times(-2) + 2\times 1 \\ (-2)\times 1 + 3\times(-2) + 1\times 1 \end{pmatrix} = AB$$

4 Le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B donc le produit AB existe.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = B$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} (-1) \times 1 + 2 \times (-2) + 1 \times 1 \\ 0 \times 1 + 2 \times (-2) + 2 \times 1 \\ (-2) \times 1 + 3 \times (-2) + 1 \times 1 \end{pmatrix} = AB$$

donc

$$AB = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix}$$