Auto-évaluation ex 4 page 83

Sésamath

Maths TS spécialité

énoncé

Déterminer le polynôme P de degré 2 vérifiant les conditions données.

1. $P(0) = -1$, $P(0,5) = 1$ et $P(-2) = 1$.

2. $P(1) = 1$, $P'(1) = 1$ et $P(-1) = 0$.

correction

1. Le polynôme P a pour expression $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont 3 réels avec $a \neq 0$

correction

1. Le polynôme P a pour expression $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont 3 réels avec $a \neq 0$

$$P(0) = -1 \quad \Leftrightarrow \quad c = -1$$

donc $P(x) = ax^2 + bx - 1$

correction

1. Le polynôme P a pour expression $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont 3 réels avec $a \neq 0$

$$P(0) = -1 \quad \Leftrightarrow \quad c = -1$$

donc $P(x) = ax^2 + bx - 1$

$$\begin{aligned} P(0,5) = 1 \quad &\Leftrightarrow \quad 0,5^2a + 0,5b - 1 = 1 \\ &\Leftrightarrow \quad 0,25a + 0,5b = 2 \end{aligned}$$

1. Le polynôme P a pour expression $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont 3 réels avec $a \neq 0$

$$P(0) = -1 \quad \Leftrightarrow \quad c = -1$$

donc $P(x) = ax^2 + bx - 1$

$$\begin{aligned} P(0,5) = 1 \quad & \Leftrightarrow \quad 0,5^2a + 0,5b - 1 = 1 \\ & \Leftrightarrow \quad 0,25a + 0,5b = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(-2) = 1 \quad & \Leftrightarrow \quad (-2)^2a + (-2)b - 1 = 1 \\ & \Leftrightarrow \quad 4a - 2b = 2 \end{aligned}$$

correction

1. Le polynôme P a pour expression $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont 3 réels avec $a \neq 0$

$$P(0) = -1 \quad \Leftrightarrow \quad c = -1$$

donc $P(x) = ax^2 + bx - 1$

$$\begin{aligned} P(0,5) = 1 \quad & \Leftrightarrow \quad 0,5^2a + 0,5b - 1 = 1 \\ & \Leftrightarrow \quad 0,25a + 0,5b = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(-2) = 1 \quad & \Leftrightarrow \quad (-2)^2a + (-2)b - 1 = 1 \\ & \Leftrightarrow \quad 4a - 2b = 2 \end{aligned}$$

On doit donc résoudre le système

$$(S) : \begin{cases} 0,25a + 0,5b = 2 \\ 4a - 2b = 2 \end{cases}$$

correction

$$(S) : \begin{cases} 0,25a + 0,5b = 2 \\ 4a - 2b = 2 \end{cases}$$

correction

$$(S) : \left\{ \begin{array}{l} 0,25a + 0,5b = 2 \\ 4a - 2b = 2 \end{array} \right. \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} a + 2b = 8 \\ 2a - b = 1 \end{array} \right.$$

correction

$$(S) : \begin{cases} 0,25a + 0,5b = 2 \\ 4a - 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 - 2b \\ 2(8 - 2b) - b = 1 \end{cases}$$

correction

$$(S) : \left\{ \begin{array}{l} 0,25a + 0,5b = 2 \\ 4a - 2b = 2 \end{array} \right. \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} a + 2b = 8 \\ 2a - b = 1 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} a = 8 - 2b \\ 2(8 - 2b) - b = 1 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ 16 - 5b = 1 \end{array} \right.$$

correction

$$(S) : \left\{ \begin{array}{l} 0,25a + 0,5b = 2 \\ 4a - 2b = 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + 2b = 8 \\ 2a - b = 1 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 8 - 2b \\ 2(8 - 2b) - b = 1 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ 16 - 5b = 1 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 3 \end{array} \right.$$

$$(S) : \begin{cases} 0,25a + 0,5b = 2 \\ 4a - 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 - 2b \\ 2(8 - 2b) - b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ 16 - 5b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

Finalement

$$P(x) = 2x^2 + 3x - 1$$

correction

2. Le polynôme P a pour expression $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont 3 réels avec $a \neq 0$

2 Le polynôme P a pour expression $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont 3 réels avec $a \neq 0$

On a

$$P'(x) = 2ax + b$$

2 Le polynôme P a pour expression $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont 3 réels avec $a \neq 0$

On a

$$P'(x) = 2ax + b$$

$$P(1) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad a + b + c = 1$$

correction

2. Le polynôme P a pour expression $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont 3 réels avec $a \neq 0$

   On a
   $$P'(x) = 2ax + b$$

   $$P(1) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad a + b + c = 1$$

   $$P'(1) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 2a + b = 1$$

correction

2 Le polynôme P a pour expression $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont 3 réels avec $a \neq 0$

On a

$$P'(x) = 2ax + b$$

$$P(1) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad a + b + c = 1$$

$$P'(1) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 2a + b = 1$$

$$P(-1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a - b + c = 0$$

2 Le polynôme P a pour expression $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont 3 réels avec $a \neq 0$

On a

$$P'(x) = 2ax + b$$

$$P(1) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad a + b + c = 1$$

$$P'(1) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 2a + b = 1$$

$$P(-1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a - b + c = 0$$

On doit donc résoudre le système

$$(S) : \begin{cases} a + b + c = 1 \\ 2a + b = 1 \\ a - b + c = 0 \end{cases}$$

correction

$$(S) : \begin{cases} a + b + c = 1 \\ 2a + b = 1 \\ a - b + c = 0 \end{cases}$$

correction

$$(S) : \begin{cases} a+b+c=1 \\ 2a+b=1 \\ a-b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=1 \\ 2a+b=1 \\ 2b=1 \end{cases}$$

en soustrayant (L1) et (L3)

correction

$$(S) : \begin{cases} a+b+c=1 \\ 2a+b=1 \\ a-b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=1 \\ 2a+b=1 \\ 2b=1 \end{cases}$$ en soustrayant (L1) et (L3)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 1-a-b = \dfrac{1}{4} \\ a = \dfrac{1-b}{2} = \dfrac{1}{4} \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

correction

$$(S) : \begin{cases} a+b+c=1 \\ 2a+b=1 \\ a-b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=1 \\ 2a+b=1 \\ 2b=1 \end{cases}$$

en soustrayant (L1) et (L3)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 1-a-b = \dfrac{1}{4} \\ a = \dfrac{1-b}{2} = \dfrac{1}{4} \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Finalement

$$P(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$