Auto-évaluation ex 3 page 83

Sésamath

Maths TS spécialité

On se place dans un repère du plan.

1. Démontrer que les droites

$$(d') : x + y = 3,\ (d) : x = 2 \text{ et } (d'') : y = 2x - 3$$

sont concourantes.

2. Soit trois points $A(1\ ;\ 1)$, $B(7\ ;\ 1)$ et $C(3\ ;\ 3)$.
Déterminer les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC.

1. Les droites

$$(d') : x + y = 3,\ (d) : x = 2 \text{ et } (d'') : y = 2x - 3$$

sont concourantes si, et seulement si, le système :

$$(S) : \begin{cases} x + y = 3 \\ x = 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

a une unique solution. Or :

1. Les droites

$$(d') : x+y=3,\ (d) : x=2 \text{ et } (d'') : y=2x-3$$

sont concourantes si, et seulement si, le système :

$$(S) : \begin{cases} x+y=3 \\ x=2 \\ y=2x-3 \end{cases}$$

a une unique solution. Or :

$$(S) : \begin{cases} x+y=3 \\ x=2 \\ y=2x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x=1 \\ x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

1. Les droites

$$(d') : x+y=3,\ (d) : x=2 \text{ et } (d'') : y=2x-3$$

sont concourantes si, et seulement si, le système :

$$(S) : \begin{cases} x+y=3 \\ x=2 \\ y=2x-3 \end{cases}$$

a une unique solution. Or :

$$(S) : \begin{cases} x+y=3 \\ x=2 \\ y=2x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x=1 \\ x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

Le système (S) a donc un unique couple solution (2 ; 1).

1. Les droites

$$(d') : x+y=3,\ (d) : x=2 \text{ et } (d'') : y=2x-3$$

sont concourantes si, et seulement si, le système :

$$(S) : \begin{cases} x+y=3 \\ x=2 \\ y=2x-3 \end{cases}$$

a une unique solution. Or :

$$(S) : \begin{cases} x+y=3 \\ x=2 \\ y=2x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x=1 \\ x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

Le système (S) a donc un unique couple solution (2 ; 1).
Par conséquent, les droites (d'), (d) et (d'') sont concourantes au point de coordonnées (2 ; 1).

correction

2. Le centre de gravité d'un triangle est le point de concours des médianes.

correction

2. Le centre de gravité d'un triangle est le point de concours des médianes.

   La médiane du triangle ABC issue de A est la droite passant par A et le milieu A' de $[BC]$.

2. Le centre de gravité d'un triangle est le point de concours des médianes.

   La médiane du triangle ABC issue de A est la droite passant par A et le milieu A' de $[BC]$.

   Or A' a pour coordonnées $\left(\dfrac{7+3}{2}\ ;\ \dfrac{1+3}{2}\right)$ soit (5 ; 2).

correction

2. Le centre de gravité d'un triangle est le point de concours des médianes.

   La médiane du triangle ABC issue de A est la droite passant par A et le milieu A' de $[BC]$.

   Or A' a pour coordonnées $\left(\dfrac{7+3}{2}\ ;\ \dfrac{1+3}{2}\right)$ soit (5 ; 2).

   La droite (AA') a une équation de la forme $y = ax + b$ avec :

2 Le centre de gravité d'un triangle est le point de concours des médianes.

La médiane du triangle ABC issue de A est la droite passant par A et le milieu A' de $[BC]$.

Or A' a pour coordonnées $\left(\dfrac{7+3}{2}\,;\,\dfrac{1+3}{2}\right)$ soit (5 ; 2).

La droite (AA') a une équation de la forme $y = ax + b$ avec :

$$a = \frac{y_A - y_{A'}}{x_A - x_{A'}} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

2. Le centre de gravité d'un triangle est le point de concours des médianes.

La médiane du triangle ABC issue de A est la droite passant par A et le milieu A' de $[BC]$.

Or A' a pour coordonnées $\left(\dfrac{7+3}{2}\ ;\ \dfrac{1+3}{2}\right)$ soit (5 ; 2).

La droite (AA') a une équation de la forme $y = ax + b$ avec :

$$a = \frac{y_A - y_{A'}}{x_A - x_{A'}} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

$$b = y_A - ax_A = 1 - \frac{1}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$$

2 Le centre de gravité d'un triangle est le point de concours des médianes.

La médiane du triangle ABC issue de A est la droite passant par A et le milieu A' de $[BC]$.

Or A' a pour coordonnées $\left(\dfrac{7+3}{2}\ ;\ \dfrac{1+3}{2}\right)$ soit (5 ; 2).

La droite (AA') a une équation de la forme $y = ax + b$ avec :

$$a = \frac{y_A - y_{A'}}{x_A - x_{A'}} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

$$b = y_A - ax_A = 1 - \frac{1}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$$

La droite (AA') a donc pour équation :

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$$

correction

La médiane du triangle ABC issue de C est la droite passant par C et le milieu C' de $[AB]$.

La médiane du triangle ABC issue de C est la droite passant par C et le milieu C' de $[AB]$.

Or C' a pour coordonnées $\left(\dfrac{1+7}{2}\ ;\ \dfrac{1+1}{2}\right)$ soit (4 ; 1).

correction

La médiane du triangle ABC issue de C est la droite passant par C et le milieu C' de $[AB]$.

Or C' a pour coordonnées $\left(\dfrac{1+7}{2}\,;\,\dfrac{1+1}{2}\right)$ soit (4 ; 1).

La droite (CC') a une équation de la forme $y = mx + p$ avec :

correction

La médiane du triangle ABC issue de C est la droite passant par C et le milieu C' de $[AB]$.

Or C' a pour coordonnées $\left(\dfrac{1+7}{2}\ ;\ \dfrac{1+1}{2}\right)$ soit (4 ; 1).

La droite (CC') a une équation de la forme $y = mx + p$ avec :

$$m = \frac{y_C - y_{C'}}{x_C - x_{C'}} = \frac{2}{-1} = -2$$

correction

La médiane du triangle ABC issue de C est la droite passant par C et le milieu C' de $[AB]$.

Or C' a pour coordonnées $\left(\dfrac{1+7}{2}\ ;\ \dfrac{1+1}{2}\right)$ soit (4 ; 1).

La droite (CC') a une équation de la forme $y = mx + p$ avec :

$$m = \frac{y_C - y_{C'}}{x_C - x_{C'}} = \frac{2}{-1} = -2$$

$$p = y_C - mx_C = 3 - (-2) \times 3 = 9$$

La médiane du triangle ABC issue de C est la droite passant par C et le milieu C' de $[AB]$.

Or C' a pour coordonnées $\left(\dfrac{1+7}{2}\,;\,\dfrac{1+1}{2}\right)$ soit (4 ; 1).

La droite (CC') a une équation de la forme $y = mx + p$ avec :

$$m = \frac{y_C - y_{C'}}{x_C - x_{C'}} = \frac{2}{-1} = -2$$

$$p = y_C - mx_C = 3 - (-2) \times 3 = 9$$

La droite (CC') a donc pour équation :

$$y = -2x + 9$$

Il ne nous reste plus qu'à résoudre le système (S) : $\left\{\begin{array}{l} y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{3}{4} \\ y = -2x + 9 \end{array}\right.$.

pour déterminer les coordonnées du point de concours des médianes de ABC. Or :

Il ne nous reste plus qu'à résoudre le système (S) : $\begin{cases} y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \\ y = -2x + 9 \end{cases}$.

pour déterminer les coordonnées du point de concours des médianes de ABC. Or :

$$(S) : \begin{cases} y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \\ y = -2x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 9 = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \\ y = -2x + 9 \end{cases}$$

correction

Il ne nous reste plus qu'à résoudre le système (S) : $\left\{\begin{array}{l} y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{4} \\ y=-2x+9 \end{array}\right.$.

pour déterminer les coordonnées du point de concours des médianes de ABC. Or :

$$(S) : \left\{\begin{array}{l} y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{4} \\ y=-2x+9 \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \quad \left\{\begin{array}{l} -2x+9=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{4} \\ y=-2x+9 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{-9}{4}x=\dfrac{-33}{4} \\ y=-2x+9 \end{array}\right.$$

Il ne nous reste plus qu'à résoudre le système (S) : $\left\{\begin{array}{l} y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{3}{4} \\ y = -2x + 9 \end{array}\right.$.
pour déterminer les coordonnées du point de concours des médianes de ABC. Or :

$$(S) : \left\{\begin{array}{l} y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{3}{4} \\ y = -2x + 9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -2x + 9 = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{3}{4} \\ y = -2x + 9 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \dfrac{-9}{4}x = \dfrac{-33}{4} \\ y = -2x + 9 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = \dfrac{11}{3} \\ y = \dfrac{5}{3} \end{array}\right.$$

correction

Il ne nous reste plus qu'à résoudre le système (S) : $\begin{cases} y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{3}{4} \\ y = -2x + 9 \end{cases}$.

pour déterminer les coordonnées du point de concours des médianes de ABC. Or :

$$(S) : \begin{cases} y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{3}{4} \\ y = -2x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 9 = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{3}{4} \\ y = -2x + 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-9}{4}x = \dfrac{-33}{4} \\ y = -2x + 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{11}{3} \\ \\ y = \dfrac{5}{3} \end{cases}$$

Le centre de gravité de ABC a donc pour coordonnées $\left(\dfrac{11}{3} ; \dfrac{5}{3}\right)$