QCM d'autoévaluation, exercice 124 page 110

Sésamath

Maths TS spécialité

énoncé

Pour quelle(s) valeur(s) de m, le système $\begin{cases} 2x + my = 4 \\ mx + y = 5 \end{cases}$ admet-il une unique solution ?

a) $m = -\sqrt{2}$

b) $m = 0$

c) $m = \sqrt{2}$

d) $m = 2$

Propriété

Le système linéaire $\begin{cases} ax + by & = & c \\ a'x + b'y & = & c' \end{cases}$ a pour écriture matricielle

$$\begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ c' \end{pmatrix}$$

Propriété

Le système linéaire $\begin{cases} ax+by &= c \\ a'x+b'y &= c' \end{cases}$ a pour écriture matricielle

$$\begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ c' \end{pmatrix}$$

Propriété

Soit M une matrice carrée inversible d'ordre n et B une matrice colonne de taille n.
Alors, le système linéaire d'écriture matricielle $MX = B$ admet une unique solution : le n-uplet correspondant à la matrice colonne $M^{-1}B$.

correction

Propriété

Le système linéaire $\left\{\begin{array}{rcl} ax+by & = & c \\ a'x+b'y & = & c' \end{array}\right.$ a pour écriture matricielle

$$\begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ c' \end{pmatrix}$$

Propriété

Soit M une matrice carrée inversible d'ordre n et B une matrice colonne de taille n.

Alors, le système linéaire d'écriture matricielle $MX = B$ admet une unique solution : le n-uplet correspondant à la matrice colonne $M^{-1}B$.

Propriété

Un système linéaire d'écriture matricielle $MX = B$ où M n'est pas inversible a soit une infinité de solutions, soit aucune.

correction

Le système $\begin{cases} 2x + my = 4 \\ mx + y = 5 \end{cases}$ a pour matrice

$$M = \begin{pmatrix} 2 & m \\ m & 1 \end{pmatrix}$$

correction

Le système $\begin{cases} 2x+my=4 \\ mx+y \ =5 \end{cases}$ a pour matrice

$$M = \begin{pmatrix} 2 & m \\ m & 1 \end{pmatrix}$$

et

$$\begin{cases} 2x+my=4 \\ mx+y \ =5 \end{cases} \text{a une unique solution} \quad \Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0$$

correction

Le système $\begin{cases} 2x + my = 4 \\ mx + y \ = 5 \end{cases}$ a pour matrice

$$M = \begin{pmatrix} 2 & m \\ m & 1 \end{pmatrix}$$

et

$$\begin{cases} 2x + my = 4 \\ mx + y \ = 5 \end{cases} \text{ a une unique solution } \quad \Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0$$

correction

Le système $\begin{cases} 2x + my = 4 \\ mx + y \;= 5 \end{cases}$ a pour matrice

$$M = \begin{pmatrix} 2 & m \\ m & 1 \end{pmatrix}$$

et

$$\begin{cases} 2x + my = 4 \\ mx + y \;= 5 \end{cases} \text{ a une unique solution} \quad \begin{aligned} &\Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0 \\ &\Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0 \\ &\Leftrightarrow \quad 2 - m^2 \neq 0 \end{aligned}$$

Le système $\begin{cases} 2x + my = 4 \\ mx + y \ = 5 \end{cases}$ a pour matrice

$$M = \begin{pmatrix} 2 & m \\ m & 1 \end{pmatrix}$$

et

$$\begin{cases} 2x + my = 4 \\ mx + y \ = 5 \end{cases} \text{ a une unique solution } \Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 2 - m^2 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad m^2 \neq 2$$

correction

Le système $\begin{cases} 2x+my=4 \\ mx+y\ =5 \end{cases}$ a pour matrice

$$M = \begin{pmatrix} 2 & m \\ m & 1 \end{pmatrix}$$

et

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x+my=4 \\ mx+y\ =5 \end{cases} \text{ a une unique solution} \quad & \Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0 \\ & \Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0 \\ & \Leftrightarrow \quad 2-m^2 \neq 0 \\ & \Leftrightarrow \quad m^2 \neq 2 \\ & \Leftrightarrow \quad \left(m \neq \sqrt{2} \text{ et } m \neq -\sqrt{2}\right) \end{aligned}$$

correction

Le système $\begin{cases} 2x+my=4 \\ mx+y\ =5 \end{cases}$ a pour matrice

$$M = \begin{pmatrix} 2 & m \\ m & 1 \end{pmatrix}$$

et

$$\begin{cases} 2x+my=4 \\ mx+y\ =5 \end{cases} \text{ a une unique solution} \quad \Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \quad det(M) \neq 0 \\ &\Leftrightarrow \quad 2-m^2 \neq 0 \\ &\Leftrightarrow \quad m^2 \neq 2 \\ &\Leftrightarrow \quad \left(m \neq \sqrt{2} \text{ et } m \neq -\sqrt{2}\right) \end{aligned}$$

réponses **b)** et **d)**