QCM d’autoévaluation, exercice 121 page 110

Sésamath

Maths TS spécialité

Soit la matrice $H = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & -k \end{pmatrix}$ où $k \in \mathbb{R}^*$ et A une matrice carrée d'ordre 2.

Alors :

a) $AH = HA$

b) $H^2 = k^2 I$

c) $H^3 = -k^3 I$

d) $k^2 H^{-1} = H$

a) $AH = HA$

FAUX :

soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ on a $AH = \begin{pmatrix} k & 0 \\ k & 0 \end{pmatrix}$ et $HA = \begin{pmatrix} k & 0 \\ -k & 0 \end{pmatrix}$

a) $AH = HA$

FAUX :

soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ on a $AH = \begin{pmatrix} k & 0 \\ k & 0 \end{pmatrix}$ et $HA = \begin{pmatrix} k & 0 \\ -k & 0 \end{pmatrix}$

b) $H^2 = k^2 I$

VRAI :

$$H^2 = \begin{pmatrix} k^2 & 0 \\ 0 & (-k)^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k^2 & 0 \\ 0 & k^2 \end{pmatrix} = k^2 I$$

c) $H^3 = -k^3 I$

FAUX :

$$H^3 = H^2 \times H = k^2 I \times H = k^2 H = \begin{pmatrix} k^3 & 0 \\ 0 & -k^3 \end{pmatrix}$$

et $-k^3 I = \begin{pmatrix} -k^3 & 0 \\ 0 & -k^3 \end{pmatrix}$

c) $H^3 = -k^3 I$

FAUX :

$$H^3 = H^2 \times H = k^2 I \times H = k^2 H = \begin{pmatrix} k^3 & 0 \\ 0 & -k^3 \end{pmatrix}$$

et $-k^3 I = \begin{pmatrix} -k^3 & 0 \\ 0 & -k^3 \end{pmatrix}$

d) $k^2 H^{-1} = H$

VRAI :

comme $H^2 = k^2 I$, on a $\left(\dfrac{1}{k^2} H\right) \times H = I$

donc H est inversible et $H^{-1} = \dfrac{1}{k^2} H$

alors $k^2 H^{-1} = H$

c) $H^3 = -k^3 I$

FAUX :

$H^3 = H^2 \times H = k^2 I \times H = k^2 H = \begin{pmatrix} k^3 & 0 \\ 0 & -k^3 \end{pmatrix}$

et $-k^3 I = \begin{pmatrix} -k^3 & 0 \\ 0 & -k^3 \end{pmatrix}$

d) $k^2 H^{-1} = H$

VRAI :

comme $H^2 = k^2 I$, on a $\left(\dfrac{1}{k^2} H\right) \times H = I$

donc H est inversible et $H^{-1} = \dfrac{1}{k^2} H$

alors $k^2 H^{-1} = H$

réponses **b)** et **d)**