QCM d'autoévaluation, exercice 120 page 110

Sésamath

Maths TS spécialité

énoncé

Si A est une matrice carrée dont le carré est la matrice nulle 0, alors :

a) A est inversible

b) $A = 0$

c) $A^3 = 0$

d) $(I - A)^{-1} = I + A$

correction

a) A est inversible

FAUX : soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ on a $A^2 = 0$ mais A n'est pas inversible car $det(A) = 1 \times (-1) - (-1) \times 1 = 0$

a) A est inversible

FAUX : soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ on a $A^2 = 0$ mais A n'est pas inversible car $det(A) = 1 \times (-1) - (-1) \times 1 = 0$

b) $A = 0$

FAUX : soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ on a $A^2 = 0$ mais $A \neq 0$

correction

a) A est inversible

FAUX : soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ on a $A^2 = 0$ mais A n'est pas inversible car $det(A) = 1 \times (-1) - (-1) \times 1 = 0$

b) $A = 0$

FAUX : soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ on a $A^2 = 0$ mais $A \neq 0$

c) $A^3 = 0$

VRAI : $A^3 = A^2 \times A = 0 \times A = 0$

correction

a) A est inversible

FAUX : soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ on a $A^2 = 0$ mais A n'est pas inversible car $det(A) = 1 \times (-1) - (-1) \times 1 = 0$

b) $A = 0$

FAUX : soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ on a $A^2 = 0$ mais $A \neq 0$

c) $A^3 = 0$

VRAI : $A^3 = A^2 \times A = 0 \times A = 0$

d) $(I - A)^{-1} = I + A$

VRAI : $(I - A)(I + A) = I^2 + A - A + A^2 = I + 0 = I$

donc $I - A$ est inversible et $(I - A)^{-1} = I + A$

a) A est inversible

FAUX : soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ on a $A^2 = 0$ mais A n'est pas inversible car $det(A) = 1 \times (-1) - (-1) \times 1 = 0$

b) $A = 0$

FAUX : soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ on a $A^2 = 0$ mais $A \neq 0$

c) $A^3 = 0$

VRAI : $A^3 = A^2 \times A = 0 \times A = 0$

d) $(I - A)^{-1} = I + A$

VRAI : $(I - A)(I + A) = I^2 + A - A + A^2 = I + 0 = I$

donc $I - A$ est inversible et $(I - A)^{-1} = I + A$

réponses **c)** et **d)**