

Exercice 13 page 62

Sésamath

Maths TS spécialité



Sans calculatrice, à l'aide de divisions successives et du critère d'arrêt, déterminer si les entiers suivants sont premiers ou non.

97 ; 117 ; 271 ; 323 ; 401 ; 527 ; 719

Propriété : critère d'arrêt

Tout entier naturel n , $n \geq 2$, admet un diviseur premier.

Si n n'est pas premier, alors il admet un diviseur premier p tel que :

$$2 \leq p \leq \sqrt{n}.$$

Propriété : critère d'arrêt

Tout entier naturel n , $n \geq 2$, admet un diviseur premier.

Si n n'est pas premier, alors il admet un diviseur premier p tel que :

$$2 \leq p \leq \sqrt{n}.$$

Méthode

Pour montrer qu'un naturel n est premier, on utilise la contraposée du critère d'arrêt :

« Si n n'admet pas de diviseur premier p tel que $2 \leq p \leq \sqrt{n}$, alors n est premier. »

$$\sqrt{97} \approx 9,8$$

$$\sqrt{97} \approx 9,8$$

Diviseur d	Quotient k	
2	97 non divisible par 2	
3	97 non divisible par 3	car $9 + 7 = 16$ non divisible par 3
5	97 non divisible par 5	
7	97 non divisible par 7	car $97 = 13 \times 7 + 6$
11	fin car $11 > \sqrt{97}$	

$$\sqrt{97} \approx 9,8$$

Diviseur d	Quotient k	
2	97 non divisible par 2	
3	97 non divisible par 3	car $9 + 7 = 16$ non divisible par 3
5	97 non divisible par 5	
7	97 non divisible par 7	car $97 = 13 \times 7 + 6$
11	fin car $11 > \sqrt{97}$	

97 n'admet donc aucun diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{97}$

$$\sqrt{97} \approx 9,8$$

Diviseur d	Quotient k	
2	97 non divisible par 2	
3	97 non divisible par 3	car $9 + 7 = 16$ non divisible par 3
5	97 non divisible par 5	
7	97 non divisible par 7	car $97 = 13 \times 7 + 6$
11	fin car $11 > \sqrt{97}$	

97 n'admet donc aucun diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{97}$

Par conséquent,

97 est un nombre premier.

$$\sqrt{117} \approx 10,8$$

$$\sqrt{117} \approx 10,8$$

Diviseur d	Quotient k	
2	117 non divisible par 2	
3	117 divisible par 3	car $1 + 1 + 7 = 9$ divisible par 3

$$\sqrt{117} \approx 10,8$$

Diviseur d	Quotient k	
2	117 non divisible par 2	
3	117 divisible par 3	car $1 + 1 + 7 = 9$ divisible par 3

117 admet donc 3 comme diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{117}$

$$\sqrt{117} \approx 10,8$$

Diviseur d	Quotient k	
2	117 non divisible par 2	
3	117 divisible par 3	car $1 + 1 + 7 = 9$ divisible par 3

117 admet donc 3 comme diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{117}$

Par conséquent,

117 n'est pas un nombre premier.

$$\sqrt{271} \approx 16,6$$

$$\sqrt{271} \approx 16,6$$

Diviseur d	Quotient k	
2	271 non divisible par 2	
3	271 non divisible par 3	car $2 + 7 + 1 = 10$ non divisible par 3
5	271 non divisible par 5	
7	271 non divisible par 7	car $271 = 38 \times 7 + 5$
11	271 non divisible par 11	car $2 + 1 - 7 = -4$ non divisible par 11
13	271 non divisible par 13	car $271 = 20 \times 13 + 11$
17	fin car $17 > \sqrt{271}$	

$$\sqrt{271} \approx 16,6$$

Diviseur d	Quotient k	
2	271 non divisible par 2	
3	271 non divisible par 3	car $2 + 7 + 1 = 10$ non divisible par 3
5	271 non divisible par 5	
7	271 non divisible par 7	car $271 = 38 \times 7 + 5$
11	271 non divisible par 11	car $2 + 1 - 7 = -4$ non divisible par 11
13	271 non divisible par 13	car $271 = 20 \times 13 + 11$
17	fin car $17 > \sqrt{271}$	

271 n'admet donc aucun diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{271}$

$$\sqrt{271} \approx 16,6$$

Diviseur d	Quotient k	
2	271 non divisible par 2	
3	271 non divisible par 3	car $2 + 7 + 1 = 10$ non divisible par 3
5	271 non divisible par 5	
7	271 non divisible par 7	car $271 = 38 \times 7 + 5$
11	271 non divisible par 11	car $2 + 1 - 7 = -4$ non divisible par 11
13	271 non divisible par 13	car $271 = 20 \times 13 + 11$
17	fin car $17 > \sqrt{271}$	

271 n'admet donc aucun diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{271}$

Par conséquent,

271 est un nombre premier.

$$\sqrt{323} \approx 17,97$$

$$\sqrt{323} \approx 17,97$$

Diviseur d	Quotient k	
2	323 non divisible par 2	
3	323 non divisible par 3	car $3 + 2 + 3 = 8$ non divisible par 3
5	323 non divisible par 5	
7	323 non divisible par 7	car $323 = 46 \times 7 + 1$
11	323 non divisible par 11	car $3 + 3 - 2 = 4$ non divisible par 11
13	323 non divisible par 13	car $323 = 24 \times 13 + 11$
17	323 divisible par 17	car $323 = 19 \times 17$

$$\sqrt{323} \approx 17,97$$

Diviseur d	Quotient k	
2	323 non divisible par 2	
3	323 non divisible par 3	car $3 + 2 + 3 = 8$ non divisible par 3
5	323 non divisible par 5	
7	323 non divisible par 7	car $323 = 46 \times 7 + 1$
11	323 non divisible par 11	car $3 + 3 - 2 = 4$ non divisible par 11
13	323 non divisible par 13	car $323 = 24 \times 13 + 11$
17	323 divisible par 17	car $323 = 19 \times 17$

323 admet donc 17 comme diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{323}$

$$\sqrt{323} \approx 17,97$$

Diviseur d	Quotient k	
2	323 non divisible par 2	
3	323 non divisible par 3	car $3 + 2 + 3 = 8$ non divisible par 3
5	323 non divisible par 5	
7	323 non divisible par 7	car $323 = 46 \times 7 + 1$
11	323 non divisible par 11	car $3 + 3 - 2 = 4$ non divisible par 11
13	323 non divisible par 13	car $323 = 24 \times 13 + 11$
17	323 divisible par 17	car $323 = 19 \times 17$

323 admet donc 17 comme diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{323}$

Par conséquent,

323 n'est pas un nombre premier.

$$\sqrt{401} \approx 20,02$$

$$\sqrt{401} \approx 20,02$$

Diviseur d	Quotient k	
2	401 non divisible par 2	
3	401 non divisible par 3	car $4 + 0 + 1 = 5$ non divisible par 3
5	401 non divisible par 5	
7	401 non divisible par 7	car $401 = 57 \times 7 + 2$
11	401 non divisible par 11	car $4 + 1 - 0 = 5$ non divisible par 11
13	401 non divisible par 13	car $401 = 30 \times 13 + 11$
17	401 non divisible par 17	car $401 = 23 \times 17 + 10$
19	401 non divisible par 19	car $401 = 21 \times 19 + 2$
23	fin car $23 > \sqrt{401}$	

$$\sqrt{401} \approx 20,02$$

Diviseur d	Quotient k	
2	401 non divisible par 2	
3	401 non divisible par 3	car $4 + 0 + 1 = 5$ non divisible par 3
5	401 non divisible par 5	
7	401 non divisible par 7	car $401 = 57 \times 7 + 2$
11	401 non divisible par 11	car $4 + 1 - 0 = 5$ non divisible par 11
13	401 non divisible par 13	car $401 = 30 \times 13 + 11$
17	401 non divisible par 17	car $401 = 23 \times 17 + 10$
19	401 non divisible par 19	car $401 = 21 \times 19 + 2$
23	fin car $23 > \sqrt{401}$	

401 n'admet donc aucun diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{401}$

$$\sqrt{401} \approx 20,02$$

Diviseur d	Quotient k	
2	401 non divisible par 2	
3	401 non divisible par 3	car $4 + 0 + 1 = 5$ non divisible par 3
5	401 non divisible par 5	
7	401 non divisible par 7	car $401 = 57 \times 7 + 2$
11	401 non divisible par 11	car $4 + 1 - 0 = 5$ non divisible par 11
13	401 non divisible par 13	car $401 = 30 \times 13 + 11$
17	401 non divisible par 17	car $401 = 23 \times 17 + 10$
19	401 non divisible par 19	car $401 = 21 \times 19 + 2$
23	fin car $23 > \sqrt{401}$	

401 n'admet donc aucun diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{401}$

Par conséquent,

401 est un nombre premier.

$$\sqrt{527} \approx 22,96$$

$$\sqrt{527} \approx 22,96$$

Diviseur d	Quotient k	
2	527 non divisible par 2	
3	527 non divisible par 3	car $5 + 2 + 7 = 16$ non divisible par 3
5	527 non divisible par 5	
7	527 non divisible par 7	car $527 = 75 \times 7 + 2$
11	527 non divisible par 11	car $5 + 7 - 2 = 10$ non divisible par 11
13	527 non divisible par 13	car $527 = 40 \times 13 + 7$
17	527 divisible par 17	car $527 = 31 \times 17$

$$\sqrt{527} \approx 22,96$$

Diviseur d	Quotient k	
2	527 non divisible par 2	
3	527 non divisible par 3	car $5 + 2 + 7 = 16$ non divisible par 3
5	527 non divisible par 5	
7	527 non divisible par 7	car $527 = 75 \times 7 + 2$
11	527 non divisible par 11	car $5 + 7 - 2 = 10$ non divisible par 11
13	527 non divisible par 13	car $527 = 40 \times 13 + 7$
17	527 divisible par 17	car $527 = 31 \times 17$

527 admet donc 17 comme diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{527}$

$$\sqrt{527} \approx 22,96$$

Diviseur d	Quotient k	
2	527 non divisible par 2	
3	527 non divisible par 3	car $5 + 2 + 7 = 16$ non divisible par 3
5	527 non divisible par 5	
7	527 non divisible par 7	car $527 = 75 \times 7 + 2$
11	527 non divisible par 11	car $5 + 7 - 2 = 10$ non divisible par 11
13	527 non divisible par 13	car $527 = 40 \times 13 + 7$
17	527 divisible par 17	car $527 = 31 \times 17$

527 admet donc 17 comme diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{527}$

Par conséquent,

527 n'est pas un nombre premier.

$$\sqrt{719} \approx 26,8$$

$$\sqrt{719} \approx 26,8$$

Diviseur d	Quotient k	
2	719 non divisible par 2	
3	719 non divisible par 3	car $7 + 1 + 9 = 17$ non divisible par 3
5	719 non divisible par 5	
7	719 non divisible par 7	car $719 = 102 \times 7 + 5$
11	719 non divisible par 11	car $7 + 9 - 1 = 15$ non divisible par 11
13	719 non divisible par 13	car $719 = 55 \times 13 + 4$
17	719 non divisible par 17	car $719 = 42 \times 17 + 5$
19	719 non divisible par 19	car $719 = 37 \times 19 + 16$
23	719 non divisible par 23	car $719 = 31 \times 23 + 6$
29	fin car $29 > \sqrt{719}$	

$$\sqrt{719} \approx 26,8$$

Diviseur d	Quotient k	
2	719 non divisible par 2	
3	719 non divisible par 3	car $7 + 1 + 9 = 17$ non divisible par 3
5	719 non divisible par 5	
7	719 non divisible par 7	car $719 = 102 \times 7 + 5$
11	719 non divisible par 11	car $7 + 9 - 1 = 15$ non divisible par 11
13	719 non divisible par 13	car $719 = 55 \times 13 + 4$
17	719 non divisible par 17	car $719 = 42 \times 17 + 5$
19	719 non divisible par 19	car $719 = 37 \times 19 + 16$
23	719 non divisible par 23	car $719 = 31 \times 23 + 6$
29	fin car $29 > \sqrt{719}$	

719 n'admet donc aucun diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{719}$

$$\sqrt{719} \approx 26,8$$

Diviseur d	Quotient k	
2	719 non divisible par 2	
3	719 non divisible par 3	car $7 + 1 + 9 = 17$ non divisible par 3
5	719 non divisible par 5	
7	719 non divisible par 7	car $719 = 102 \times 7 + 5$
11	719 non divisible par 11	car $7 + 9 - 1 = 15$ non divisible par 11
13	719 non divisible par 13	car $719 = 55 \times 13 + 4$
17	719 non divisible par 17	car $719 = 42 \times 17 + 5$
19	719 non divisible par 19	car $719 = 37 \times 19 + 16$
23	719 non divisible par 23	car $719 = 31 \times 23 + 6$
29	fin car $29 > \sqrt{719}$	

719 n'admet donc aucun diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{719}$

Par conséquent,

719 est un nombre premier.