Activités mentales ex 11 page 62

Sésamath

Maths TS spécialité

énoncé

En optimisant la décomposition en produit de facteurs premiers, déterminer les entiers naturels, compris entre 2 et 50, qui possèdent le plus de diviseurs.

Propriété

Soit un nombre n ($n \geq 2$) dont la décomposition en produit de facteurs premiers est :

$$n = p_1^{\alpha 1} \times p_2^{\alpha 2} \times \cdots \times p_m^{\alpha m}.$$

Le nombre N de diviseurs est alors : $N = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \ldots (\alpha_m + 1)$.

correction

On a

$$\sqrt{50} \approx 7,07$$

correction

On a

$$\sqrt{50} \approx 7,07$$

La décomposition en produit de facteurs premiers d'un entier, n, compris entre 2 et 50 est donc :

$$n = 2^{\alpha 1} \times 3^{\alpha 2} \times 5^{\alpha 3} \times 7^{\alpha 4}$$

avec

$$\alpha_1 \in \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\}, \alpha_2 \in \{0 ; 1 ; 2 ; 3\},$$
$$\alpha_3 \in \{0 ; 1 ; 2\} \text{ et } \alpha_4 \in \{0 ; 1 ; 2\}$$

On a

$$\sqrt{50} \approx 7,07$$

La décomposition en produit de facteurs premiers d'un entier, n, compris entre 2 et 50 est donc :

$$n = 2^{\alpha 1} \times 3^{\alpha 2} \times 5^{\alpha 3} \times 7^{\alpha 4}$$

avec

$$\alpha_1 \in \{0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 5\}, \alpha_2 \in \{0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 3\},$$
$$\alpha_3 \in \{0\ ;\ 1\ ;\ 2\} \text{ et } \alpha_4 \in \{0\ ;\ 1\ ;\ 2\}$$

et il faut avoir $(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1)(\alpha_3 + 1)(\alpha_4 + 1)$ le plus grand possible avec 1 diviseur premier :

$$2^5 = 32$$

soit 6 diviseurs.

correction

avec 1 diviseur premier :

$$2^5 = 32$$

soit 6 diviseurs.

avec 2 diviseurs premiers :

$$2^4 \times 3 = 48$$

soit $5 \times 2 = 10$ diviseurs.

correction

avec 1 diviseur premier :

$$2^5 = 32$$

soit 6 diviseurs.

avec 2 diviseurs premiers :

$$2^4 \times 3 = 48$$

soit $5 \times 2 = 10$ diviseurs.

avec 3 diviseurs premiers :

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$

soit $2 \times 2 \times 2 = 8$ diviseurs.

avec 1 diviseur premier :

$$2^5 = 32$$

soit 6 diviseurs.

avec 2 diviseurs premiers :

$$2^4 \times 3 = 48$$

soit $5 \times 2 = 10$ diviseurs.

avec 3 diviseurs premiers :

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$

soit $2 \times 2 \times 2 = 8$ diviseurs.

Le nombre qui possède le plus de diviseurs et qui est compris entre 2 et 50 est

48.