QCM d’autoévaluation, exercice 58 page 70

Sésamath

Maths TS spécialité

énoncé

Soit p un nombre premier, k et a deux entiers supérieurs à 1.
Si p divise a^k, alors :

a) p divise a.

b) p^k divise a^k.

c) $p = a^k$ si a est premier.

d) p divise tout diviseur de a^k.

e) Il y a un diviseur de a qui divise p.

Un nombre premier divise un produit de facteurs si, et seulement si, il divise l'un de ces facteurs. Soit p un nombre premier et a, b deux entiers :

p divise ab si, et seulement si, p divise a ou p divise b.

Un nombre premier divise un produit de facteurs si, et seulement si, il divise l'un de ces facteurs. Soit p un nombre premier et a, b deux entiers :

p divise ab si, et seulement si, p divise a ou p divise b.

ici

p divise a^k et p est premier

Un nombre premier divise un produit de facteurs si, et seulement si, il divise l'un de ces facteurs. Soit p un nombre premier et a, b deux entiers :

$$p \text{ divise } ab \text{ si, et seulement si, } p \text{ divise } a \text{ ou } p \text{ divise } b.$$

ici

$$p \text{ divise } a^k \text{ et } p \text{ est premier}$$

donc

$$p \text{ divise } a$$

Un nombre premier divise un produit de facteurs si, et seulement si, il divise l'un de ces facteurs. Soit p un nombre premier et a, b deux entiers :

p divise ab si, et seulement si, p divise a ou p divise b.

ici

p divise a^k et p est premier

donc

p divise a

Par conséquent,

la réponse **a)** est vraie.

correction

On a vu précédemment que

$$p \text{ divise } a$$

On a vu précédemment que

$$p \text{ divise } a$$

alors

$$\text{il existe un entier } m \text{ tel que } a = mp$$

correction

On a vu précédemment que

$$p \text{ divise } a$$

alors

$$\text{il existe un entier } m \text{ tel que } a = mp$$

en élevant à la puissance k, on obtient

$$a^k = m^k p^k$$

correction

On a vu précédemment que

$$p \text{ divise } a$$

alors

$$\text{il existe un entier } m \text{ tel que } a = mp$$

en élevant à la puissance k, on obtient

$$a^k = m^k p^k$$

alors,

$$p^k \text{ divise } a^k$$

correction

On a vu précédemment que

$$p \text{ divise } a$$

alors

$$\text{il existe un entier } m \text{ tel que } a = mp$$

en élevant à la puissance k, on obtient

$$a^k = m^k p^k$$

alors,

$$p^k \text{ divise } a^k$$

Par conséquent,

la réponse **b)** est vraie.

correction

Comme $k > 1$, si $p = a^k$ alors

$$a \text{ divise } p$$

Comme $k > 1$, si $p = a^k$ alors

$$a \text{ divise } p$$

or

$$\text{ceci est impossible car } p \text{ est premier}$$

correction

Comme $k > 1$, si $p = a^k$ alors

a divise p

or

ceci est impossible car p est premier

Par conséquent,

la réponse **c)** est fausse.

Si

$$p = 3, a = 6 \text{ et } k = 2$$

Si

$$p = 3, a = 6 \text{ et } k = 2$$

alors

$$p = 3 \text{ divise } a^k = 36 \text{ mais 3 ne divise pas 2 qui est un diviseur de } a^k = 36$$

correction

Si

$$p = 3, a = 6 \text{ et } k = 2$$

alors

$$p = 3 \text{ divise } a^k = 36 \text{ mais 3 ne divise pas 2 qui est un diviseur de } a^k = 36$$

Par conséquent,

la réponse **d)** est fausse.

correction

1 est un diviseur de a et de p

1 est un diviseur de a et de p

Par conséquent,

la réponse **e)** est vraie.

correction

Les réponses exactes sont :

a) et **b)** et **e)**