Activités mentales ex 6 page 38

Sésamath

Maths TS spécialité

CC BY-SA

En utilisant le théorème de Gauss, déterminer les couples d'entiers relatifs $(x\ ;\ y)$ qui vérifient les équations suivantes :

1. $5(x+3) = 4y$
2. $41x + 9y = 0$

BY-SA

correction

1. Comme $5(x+3) = 4y$ alors

   5 divise $4y$.

CC BY-SA

correction

1. Comme $5(x+3) = 4y$ alors

$$5 \text{ divise } 4y.$$

Or 5 et 4 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

$$5 \text{ divise } y.$$

CC BY-SA

correction

1. Comme $5(x+3)=4y$ alors

$$5 \text{ divise } 4y.$$

Or 5 et 4 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

$$5 \text{ divise } y.$$

Ainsi,

$$\text{il existe un entier } k \text{ tel que } y=5k$$

(cc) BY-SA

correction

1. Comme $5(x+3) = 4y$ alors

$$5 \text{ divise } 4y.$$

Or 5 et 4 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

$$5 \text{ divise } y.$$

Ainsi,

$$\text{il existe un entier } k \text{ tel que } y = 5k$$

En remplaçant dans l'équation de départ, on a :

$$5(x+3) = 4 \times 5k$$

CC BY-SA

1. Comme $5(x+3) = 4y$ alors

$$5 \text{ divise } 4y.$$

Or 5 et 4 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

$$5 \text{ divise } y.$$

Ainsi,

$$\text{il existe un entier } k \text{ tel que } y = 5k$$

En remplaçant dans l'équation de départ, on a :

$$5(x+3) = 4 \times 5k$$

Soit :

$$x + 3 = 4k$$

cc BY-SA

1. Comme $5(x+3) = 4y$ alors
$$5 \text{ divise } 4y.$$
Or 5 et 4 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,
$$5 \text{ divise } y.$$
Ainsi,
$$\text{il existe un entier } k \text{ tel que } y = 5k$$
En remplaçant dans l'équation de départ, on a :
$$5(x+3) = 4 \times 5k$$
Soit :
$$x + 3 = 4k$$
et :
$$x = -3 + 4k$$

CC BY-SA

correction

1. Comme $5(x+3) = 4y$ alors
$$5 \text{ divise } 4y.$$
Or 5 et 4 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,
$$5 \text{ divise } y.$$
Ainsi,
$$\text{il existe un entier } k \text{ tel que } y = 5k$$
En remplaçant dans l'équation de départ, on a :
$$5(x+3) = 4 \times 5k$$
Soit :
$$x + 3 = 4k$$
et :
$$x = -3 + 4k$$
<u>Vérification :</u> $5(-3+4k+3) = 5 \times 4k = 5y$

BY-SA

1. Comme $5(x+3) = 4y$ alors

$$5 \text{ divise } 4y.$$

Or 5 et 4 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

$$5 \text{ divise } y.$$

Ainsi,

$$\text{il existe un entier } k \text{ tel que } y = 5k$$

En remplaçant dans l'équation de départ, on a :

$$5(x+3) = 4 \times 5k$$

Soit :

$$x + 3 = 4k$$

et :

$$x = -3 + 4k$$

<u>Vérification :</u> $5(-3+4k+3) = 5 \times 4k = 5y$

Les couples solutions sont :

$$\{(-3+4k\,;\,5k)\,,k \in \mathbb{Z}\}$$

CC BY-SA

correction

2. Comme $41x+9y=0$ soit $41x=-9y$ alors 41 divise $9y$.

BY-SA

correction

2. Comme $41x + 9y = 0$ soit $41x = -9y$ alors

   41 divise $9y$.

   Or 41 et 9 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

   41 divise y.

cc BY-SA

2 Comme $41x + 9y = 0$ soit $41x = -9y$ alors

41 divise $9y$.

Or 41 et 9 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

41 divise y.

Ainsi,

il existe un entier k tel que $y = 41k$

cc BY-SA

correction

2. Comme $41x + 9y = 0$ soit $41x = -9y$ alors

41 divise $9y$.

Or 41 et 9 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

41 divise y.

Ainsi,

il existe un entier k tel que $y = 41k$

En remplaçant dans l'équation de départ, on a :

$$41x + 9 \times 41k = 0$$

BY-SA

2 Comme $41x + 9y = 0$ soit $41x = -9y$ alors

41 divise $9y$.

Or 41 et 9 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

41 divise y.

Ainsi,

il existe un entier k tel que $y = 41k$

En remplaçant dans l'équation de départ, on a :

$$41x + 9 \times 41k = 0$$

Soit :

$$x = -9k$$

CC BY-SA

2 Comme $41x + 9y = 0$ soit $41x = -9y$ alors

41 divise $9y$.

Or 41 et 9 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

41 divise y.

Ainsi,

il existe un entier k tel que $y = 41k$

En remplaçant dans l'équation de départ, on a :

$$41x + 9 \times 41k = 0$$

Soit :

$$x = -9k$$

Vérification : $41 \times (-9k) + 9 \times 41k = 0$

CC BY-SA

2 Comme $41x + 9y = 0$ soit $41x = -9y$ alors

41 divise $9y$.

Or 41 et 9 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

41 divise y.

Ainsi,

il existe un entier k tel que $y = 41k$

En remplaçant dans l'équation de départ, on a :

$$41x + 9 \times 41k = 0$$

Soit :

$$x = -9k$$

Vérification : $41 \times (-9k) + 9 \times 41k = 0$

Les couples solutions sont :

$$\{(-\,9k\,;\,41k)\,,k \in \mathbb{Z}\}$$

CC BY-SA