Exercice 42 page 40

Sésamath

Maths TS spécialité

Soit l'équation (E) : $4x - 3y = 2$.

1. Déterminer une solution particulière entière à (E).
2. Déterminer l'ensemble des solutions entières.

1. On a :

$$4 \times 2 - 3 \times 2 = 2$$

1. On a :

$$4 \times 2 - 3 \times 2 = 2$$

Par conséquent,

le couple d'entiers (2 ; 2) est solution de (E) : $4x - 3y = 2$

correction

2. Soit $(x\ ;\ y)$ la solution générale, on a :

2 Soit $(x\ ;\ y)$ la solution générale, on a :

$$\left\{\begin{array}{ccccc} 4x & - & 3y & = 2 \\ 4\times 2 & - & 3\times 2 & = 2 \end{array}\right.$$

2 Soit $(x\,;\,y)$ la solution générale, on a :

$$\left\{\begin{array}{ccccc} 4x & - & 3y & = 2 \\ 4\times 2 & - & 3\times 2 & = 2 \end{array}\right.$$

En soustrayant termes à termes, on obtient :

$$4(x-2) = 3(y-2) \;\; (1)$$

2 Soit $(x\;;\;y)$ la solution générale, on a :

$$\begin{cases} 4x & - & 3y & = 2 \\ 4\times 2 & - & 3\times 2 & = 2 \end{cases}$$

En soustrayant termes à termes, on obtient :

$$4(x-2) = 3(y-2) \;\; (1)$$

Ainsi,

3 divise $4(x-2)$.

2 Soit $(x\ ;\ y)$ la solution générale, on a :

$$\left\{\begin{array}{ccccc} 4x & - & 3y & = 2 \\ 4\times 2 & - & 3\times 2 & = 2 \end{array}\right.$$

En soustrayant termes à termes, on obtient :

$$4(x-2) = 3(y-2) \ \ (1)$$

Ainsi,

3 divise $4(x-2)$.

Or 3 et 4 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

3 divise $(x-2)$.

2 Soit $(x\ ;\ y)$ la solution générale, on a :

$$\left\{\begin{array}{cccc} 4x & - & 3y & =2 \\ 4\times 2 & - & 3\times 2 & =2 \end{array}\right.$$

En soustrayant termes à termes, on obtient :

$$4(x-2)=3(y-2)\ \ (1)$$

Ainsi,

3 divise $4(x-2)$.

Or 3 et 4 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

3 divise $(x-2)$.

Il existe alors un entier k tel que :

$$x-2=3k.$$

2 Soit $(x\,;\,y)$ la solution générale, on a :

$$\begin{cases} 4x & - & 3y & = 2 \\ 4\times 2 & - & 3\times 2 & = 2 \end{cases}$$

En soustrayant termes à termes, on obtient :

$$4(x-2) = 3(y-2) \ \ (1)$$

Ainsi,

3 divise $4(x-2)$.

Or 3 et 4 étant premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss,

3 divise $(x-2)$.

Il existe alors un entier k tel que :

$$x-2 = 3k.$$

En remplaçant dans (1), on obtient :

$$y-2 = 4k \qquad \text{soit} \qquad y = 2+4k\,.$$

correction

On vient de montrer que si (x, y) est solution de (E), alors

$$\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

correction

On vient de montrer que si (x, y) est solution de (E), alors

$$\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Réciproquement, si $\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ alors :

On vient de montrer que si (x,y) est solution de (E), alors

$$\begin{cases} x = 2+3k \\ y = 2+4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Réciproquement, si $\begin{cases} x = 2+3k \\ y = 2+4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ alors :

$$4x-3y = 4(2+3k)-3(2+4k)$$

On vient de montrer que si (x, y) est solution de (E), alors

$$\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Réciproquement, si $\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ alors :

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 4(2 + 3k) - 3(2 + 4k) \\ &= 8 + 12k - 6 - 12k \end{aligned}$$

correction

On vient de montrer que si (x, y) est solution de (E), alors

$$\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

<u>Réciproquement</u>, si $\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ alors :

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 4(2 + 3k) - 3(2 + 4k) \\ &= 8 + 12k - 6 - 12k \\ &= 2 \end{aligned}$$

correction

On vient de montrer que si (x, y) est solution de (E), alors

$$\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Réciproquement, si $\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ alors :

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 4(2 + 3k) - 3(2 + 4k) \\ &= 8 + 12k - 6 - 12k \\ &= 2 \end{aligned}$$

Ainsi, les couples $(2 + 3k\ ;\ 2 + 4k)$, $k \in \mathbb{Z}$ sont bien solution de (E)

correction

On vient de montrer que si (x, y) est solution de (E), alors

$$\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Réciproquement, si $\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ alors :

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 4(2 + 3k) - 3(2 + 4k) \\ &= 8 + 12k - 6 - 12k \\ &= 2 \end{aligned}$$

Ainsi, les couples $(2 + 3k\ ;\ 2 + 4k)$, $k \in \mathbb{Z}$ sont bien solution de (E)

et les couples solutions de (E) sont :

$$\{(2 + 3k\ ;\ 2 + 4k)\ , k \in \mathbb{Z}\}$$