QCM d'autoévaluation, exercice 70 page 46

Sésamath

Maths TS spécialité

énoncé

Relever les affirmations vraies.

Dans un chiffrement affine, la fonction de codage est définie par la fonction

$$f(x) = 17x + 22$$

Afin de coder un message, on assimile chaque lettre de l'alphabet à un nombre entier comme l'indique le tableau ci-dessous :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

a) Le codage de « HUIT » est « LYCA ».

b) Le message « PZWC » veut dire « VRAI ».

c) La seule solution dans $\mathbb{Z}^2$ de l'équation $17x - 26y = 1$ est $(23\,;\,15)$.

d) La fonction de décodage est : $f^{-1}(y) = 23y + 14$.

CC BY-SA

correction

On a :

Lettre en clair	H	U	I	T

BY-SA

On a :

Lettre en clair	H	U	I	T
x	7	20	8	19

CC BY-SA

correction

On a :

Lettre en clair	H	U	I	T
x	7	20	8	19
$f(x)$	141	362	158	345

cc BY-SA

On a :

Lettre en clair	H	U	I	T
x	7	20	8	19
$f(x)$	141	362	158	345
reste division de $f(x)$ par 26	11	24	2	7

BY-SA

On a :

Lettre en clair	H	U	I	T
x	7	20	8	19
$f(x)$	141	362	158	345
reste division de $f(x)$ par 26	11	24	2	7
Lettre codée	L	Y	C	H

BY-SA

correction

On a :

Lettre en clair	H	U	I	T
x	7	20	8	19
$f(x)$	141	362	158	345
reste division de $f(x)$ par 26	11	24	2	7
Lettre codée	L	Y	C	H

Par conséquent,

l'affirmation **a)** est fausse.

CC BY-SA

correction

On a :

Lettre en clair	V	R	A	I

BY-SA

correction

On a :

Lettre en clair	V	R	A	I
x	21	17	0	8

CC BY-SA

correction

On a :

Lettre en clair	V	R	A	I
x	21	17	0	8
$f(x)$	379	311	22	158

CC BY-SA

On a :

Lettre en clair	V	R	A	I
x	21	17	0	8
$f(x)$	379	311	22	158
reste division de $f(x)$ par 26	15	25	22	2

CC BY-SA

correction

On a :

Lettre en clair	V	R	A	I
x	21	17	0	8
$f(x)$	379	311	22	158
reste division de $f(x)$ par 26	15	25	22	2
Lettre codée	P	Z	W	C

CC BY-SA

correction

On a :

Lettre en clair	V	R	A	I
x	21	17	0	8
$f(x)$	379	311	22	158
reste division de $f(x)$ par 26	15	25	22	2
Lettre codée	P	Z	W	C

Par conséquent,

l'affirmation **b)** est vraie.

BY-SA

correction

On a :

$$17 \times (23 + 26) - 26 \times (15 + 17) = 1$$

CC BY-SA

On a :

$$17 \times (23 + 26) - 26 \times (15 + 17) = 1$$

donc

(49 ; 32) est une autre solution de $17x - 26y = 1$

BY-SA

On a :

$$17 \times (23 + 26) - 26 \times (15 + 17) = 1$$

donc

(49 ; 32) est une autre solution de $17x - 26y = 1$

Par conséquent,

l'affirmation **c)** est fausse.

BY-SA

correction

On a :

$$\begin{aligned} f^{-1}(17x+22) &= 23(17x+22)+14 \\ &= 391x+520 \end{aligned}$$

BY-SA

On a :

$$\begin{aligned} f^{-1}(17x+22) &= 23(17x+22)+14 \\ &= 391x+520 \end{aligned}$$

or

$$391 \equiv 1 \pmod{26} \qquad \text{et} \qquad 520 \equiv 0 \pmod{26}$$

CC BY-SA

On a :

$$\begin{aligned} f^{-1}(17x+22) &= 23(17x+22)+14 \\ &= 391x+520 \end{aligned}$$

or

$$391 \equiv 1 \pmod{26} \qquad \text{et} \qquad 520 \equiv 0 \pmod{26}$$

donc

$$f^{-1}(17x+22) \equiv x \pmod{26}$$

CC BY-SA

On a :

$$\begin{aligned} f(23y+14) &= 17(23y+14)+22 \\ &= 391x+260 \end{aligned}$$

CC BY-SA

correction

On a :

$$\begin{aligned} f(23y+14) &= 17(23y+14)+22 \\ &= 391x+260 \end{aligned}$$

or

$$391 \equiv 1 \pmod{26} \qquad \text{et} \qquad 260 \equiv 0 \pmod{26}$$

BY-SA

On a :

$$\begin{aligned} f(23y+14) &= 17(23y+14)+22 \\ &= 391x+260 \end{aligned}$$

or

$$391 \equiv 1 \pmod{26} \qquad \text{et} \qquad 260 \equiv 0 \pmod{26}$$

donc

$$f(23y+14) \equiv y \pmod{26}$$

BY-SA

correction

On a :

$$\begin{aligned} f(23y+14) &= 17(23y+14)+22 \\ &= 391x+260 \end{aligned}$$

or

$$391 \equiv 1 \pmod{26} \qquad \text{et} \qquad 260 \equiv 0 \pmod{26}$$

donc

$$f(23y+14) \equiv y \pmod{26}$$

Par conséquent,

l'affirmation **d)** est vraie.

BY-SA