

QCM d'autoévaluation, exercice 60 page 45

Sésamath

Maths TS spécialité



Le nombre de couples d'entiers naturels vérifiant

$$\text{PGCD}(a; b) = 42 \text{ et } a + 2b = 336$$

est :

- a) 4
- b) 3
- c) 2
- d) 1

Comme $\text{PGCD}(a; b) = 42$, il existe 2 entiers naturels (car a et b positifs) k et k' premiers entre eux tels que

$$a = 42k \quad \text{et} \quad b = 42k'$$

Comme $\text{PGCD}(a; b) = 42$, il existe 2 entiers naturels (car a et b positifs) k et k' premiers entre eux tels que

$$a = 42k \quad \text{et} \quad b = 42k'$$

En remplaçant dans l'équation de l'énoncé, on a :

$$42k + 84k' = 336$$

Comme $\text{PGCD}(a; b) = 42$, il existe 2 entiers naturels (car a et b positifs) k et k' premiers entre eux tels que

$$a = 42k \quad \text{et} \quad b = 42k'$$

En remplaçant dans l'équation de l'énoncé, on a :

$$42k + 84k' = 336$$

soit

$$k + 2k' = 8$$

Comme $\text{PGCD}(a; b) = 42$, il existe 2 entiers naturels (car a et b positifs) k et k' premiers entre eux tels que

$$a = 42k \quad \text{et} \quad b = 42k'$$

En remplaçant dans l'équation de l'énoncé, on a :

$$42k + 84k' = 336$$

soit

$$k + 2k' = 8$$

Or k et k' sont 2 entiers naturels premiers entre eux donc les seules possibilités sont :

Comme $\text{PGCD}(a; b) = 42$, il existe 2 entiers naturels (car a et b positifs) k et k' premiers entre eux tels que

$$a = 42k \quad \text{et} \quad b = 42k'$$

En remplaçant dans l'équation de l'énoncé, on a :

$$42k + 84k' = 336$$

soit

$$k + 2k' = 8$$

Or k et k' sont 2 entiers naturels premiers entre eux donc les seules possibilités sont :

$$k = 2 \text{ et } k' = 3 \quad \text{ou} \quad k = 6 \text{ et } k' = 1$$

soit

$$a = 84 \text{ et } b = 126 \quad \text{ou} \quad a = 252 \text{ et } b = 42$$

soit

$$a = 84 \text{ et } b = 126 \quad \text{ou} \quad a = 252 \text{ et } b = 42$$

Par une réciproque immédiate, on a dans ces deux cas

$$\text{PGCD}(a; b) = 42 \text{ et } a + 2b = 336$$

donc :

réponse **b)**