

Exercice 13 page 16

Sésamath

Maths TS spécialité



Déterminer les couples $(x; y)$ d'entiers naturels qui vérifient :

1 $x^2 = y^2 + 21.$

2 $x^2 - 7xy = 17.$

1

$$x^2 = y^2 + 21$$

1

$$x^2 = y^2 + 21$$

On a

$$x^2 = y^2 + 21 \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 21$$

1

$$x^2 = y^2 + 21$$

On a

$$\begin{aligned}x^2 = y^2 + 21 &\Leftrightarrow x^2 - y^2 = 21 \\ &\Leftrightarrow (x - y)(x + y) = 21\end{aligned}$$

1

$$x^2 = y^2 + 21$$

On a

$$\begin{aligned}x^2 = y^2 + 21 &\Leftrightarrow x^2 - y^2 = 21 \\ &\Leftrightarrow (x - y)(x + y) = 21\end{aligned}$$

De plus, x et y sont des entiers naturels donc

1

$$x^2 = y^2 + 21$$

On a

$$\begin{aligned}x^2 = y^2 + 21 &\Leftrightarrow x^2 - y^2 = 21 \\ &\Leftrightarrow (x - y)(x + y) = 21\end{aligned}$$

De plus, x et y sont des entiers naturels donc

$$x + y \geq 0$$

1

$$x^2 = y^2 + 21$$

On a

$$\begin{aligned}x^2 = y^2 + 21 &\Leftrightarrow x^2 - y^2 = 21 \\ &\Leftrightarrow (x - y)(x + y) = 21\end{aligned}$$

De plus, x et y sont des entiers naturels donc

$$x + y \geq 0$$

et

$$x + y \geq x - y$$

1

$$x^2 = y^2 + 21$$

On a

$$\begin{aligned}x^2 = y^2 + 21 &\Leftrightarrow x^2 - y^2 = 21 \\ &\Leftrightarrow (x - y)(x + y) = 21\end{aligned}$$

De plus, x et y sont des entiers naturels donc

$$x + y \geq 0$$

et

$$x + y \geq x - y$$

Les diviseurs positifs de 21 sont :

1, 3, 7 et 21.

L'équation $x^2 - y^2 = 21$ avec x et y entiers naturels est alors équivalente à :

L'équation $x^2 - y^2 = 21$ avec x et y entiers naturels est alors équivalente à :

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

L'équation $x^2 - y^2 = 21$ avec x et y entiers naturels est alors équivalente à :

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

L'équation $x^2 - y^2 = 21$ avec x et y entiers naturels est alors équivalente à :

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

ce qui équivaut par somme à

L'équation $x^2 - y^2 = 21$ avec x et y entiers naturels est alors équivalente à :

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

ce qui équivaut par somme à

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 2x = 22 \end{cases}$$

L'équation $x^2 - y^2 = 21$ avec x et y entiers naturels est alors équivalente à :

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

ce qui équivaut par somme à

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 2x = 22 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x = 10 \end{cases}$$

L'équation $x^2 - y^2 = 21$ avec x et y entiers naturels est alors équivalente à :

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

ce qui équivaut par somme à

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 2x = 22 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x = 10 \end{cases}$$

équivalent à

L'équation $x^2 - y^2 = 21$ avec x et y entiers naturels est alors équivalente à :

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

ce qui équivaut par somme à

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 2x = 22 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x = 10 \end{cases}$$

équivalent à

$$\begin{cases} x = 11 \\ y = 10 \end{cases}$$

L'équation $x^2 - y^2 = 21$ avec x et y entiers naturels est alors équivalente à :

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

ce qui équivaut par somme à

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 2x = 22 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x = 10 \end{cases}$$

équivalent à

$$\begin{cases} x = 11 \\ y = 10 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

L'équation $x^2 - y^2 = 21$ avec x et y entiers naturels est alors équivalente à :

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

ce qui équivaut par somme à

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 2x = 22 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x = 10 \end{cases}$$

équivalent à

$$\begin{cases} x = 11 \\ y = 10 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

Les couples $(x ; y)$ solutions sont : $(11 ; 10)$ et $(5 ; 2)$

$$2 \quad x^2 - 7xy = 17$$

2 $x^2 - 7xy = 17$

On a

$$x^2 - 7xy = 17 \Leftrightarrow x(x - 7y) = 17$$

2 $x^2 - 7xy = 17$

On a

$$x^2 - 7xy = 17 \Leftrightarrow x(x - 7y) = 17$$

Les diviseurs positifs de 17 sont 1 et 17.

2 $x^2 - 7xy = 17$

On a

$$x^2 - 7xy = 17 \Leftrightarrow x(x - 7y) = 17$$

Les diviseurs positifs de 17 sont 1 et 17.

L'équation $x^2 - 7xy = 17$ avec x et y entiers naturels est équivalente à :

$$2 \quad x^2 - 7xy = 17$$

On a

$$x^2 - 7xy = 17 \Leftrightarrow x(x - 7y) = 17$$

Les diviseurs positifs de 17 sont 1 et 17.

L'équation $x^2 - 7xy = 17$ avec x et y entiers naturels est équivalente à :

$$\begin{cases} x = 1 \\ x - 7y = 17 \end{cases}$$

$$2 \quad x^2 - 7xy = 17$$

On a

$$x^2 - 7xy = 17 \Leftrightarrow x(x - 7y) = 17$$

Les diviseurs positifs de 17 sont 1 et 17.

L'équation $x^2 - 7xy = 17$ avec x et y entiers naturels est équivalente à :

$$\begin{cases} x = 1 \\ x - 7y = 17 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 17 \\ x - 7y = 1 \end{cases}$$

$$2 \quad x^2 - 7xy = 17$$

On a

$$x^2 - 7xy = 17 \Leftrightarrow x(x - 7y) = 17$$

Les diviseurs positifs de 17 sont 1 et 17.

L'équation $x^2 - 7xy = 17$ avec x et y entiers naturels est équivalente à :

$$\begin{cases} x = 1 \\ x - 7y = 17 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 17 \\ x - 7y = 1 \end{cases}$$

ce qui équivaut à

$$2 \quad x^2 - 7xy = 17$$

On a

$$x^2 - 7xy = 17 \Leftrightarrow x(x - 7y) = 17$$

Les diviseurs positifs de 17 sont 1 et 17.

L'équation $x^2 - 7xy = 17$ avec x et y entiers naturels est équivalente à :

$$\begin{cases} x = 1 \\ x - 7y = 17 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 17 \\ x - 7y = 1 \end{cases}$$

ce qui équivaut à

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{-16}{7} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

$$2 \quad x^2 - 7xy = 17$$

On a

$$x^2 - 7xy = 17 \Leftrightarrow x(x - 7y) = 17$$

Les diviseurs positifs de 17 sont 1 et 17.

L'équation $x^2 - 7xy = 17$ avec x et y entiers naturels est équivalente à :

$$\begin{cases} x = 1 \\ x - 7y = 17 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 17 \\ x - 7y = 1 \end{cases}$$

ce qui équivaut à

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{-16}{7} \notin \mathbb{N} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 17 \\ y = \frac{16}{7} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

$$2 \quad x^2 - 7xy = 17$$

On a

$$x^2 - 7xy = 17 \Leftrightarrow x(x - 7y) = 17$$

Les diviseurs positifs de 17 sont 1 et 17.

L'équation $x^2 - 7xy = 17$ avec x et y entiers naturels est équivalente à :

$$\begin{cases} x = 1 \\ x - 7y = 17 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 17 \\ x - 7y = 1 \end{cases}$$

ce qui équivaut à

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{-16}{7} \notin \mathbb{N} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 17 \\ y = \frac{16}{7} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

L'équation $x^2 - 7xy = 17$ n'a pas de solutions dans \mathbb{N}^2 .