Activités mentales ex 12 page 16

Sésamath

Maths TS spécialité

Démontrer que pour tout naturel n,

$$6^n - 1 \text{ est divisible par 5.}$$

correction

On a : $6 \equiv 1 \pmod 5$

correction

On a : $6 \equiv 1 \pmod 5$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

correction

On a : $6 \equiv 1 \pmod 5$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

Soit n un entier naturel $(n \geq 2)$ et a et b des entiers relatifs vérifiant :

$$a \equiv b \pmod n$$

alors pour tout entier naturel k, $a^k \equiv b^k \pmod n$,

On a : $6 \equiv 1 \pmod 5$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

Soit n un entier naturel $(n \geq 2)$ et a et b des entiers relatifs vérifiant :

$$a \equiv b \pmod n$$

alors pour tout entier naturel k, $a^k \equiv b^k \pmod n$,

on a, pour tout entier naturel n :

$$6^n \equiv 1^n \pmod 5$$

On a : $6 \equiv 1 \pmod 5$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

Soit n un entier naturel $(n \geq 2)$ et a et b des entiers relatifs vérifiant :
$$a \equiv b \pmod n$$
alors pour tout entier naturel k, $a^k \equiv b^k \pmod n$,

on a, pour tout entier naturel n :

$$6^n \equiv 1^n \pmod 5$$

soit

$$6^n \equiv 1 \pmod 5$$

On a : $6 \equiv 1 \pmod 5$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

Soit n un entier naturel $(n \geq 2)$ et a et b des entiers relatifs vérifiant :

$$a \equiv b \pmod n$$

alors pour tout entier naturel k, $a^k \equiv b^k \pmod n$,

on a, pour tout entier naturel n :

$$6^n \equiv 1^n \pmod 5$$

soit

$$6^n \equiv 1 \pmod 5$$

et

$$6^n - 1 \equiv 0 \pmod 5$$

Comme

$$6^n - 1 \equiv 0 \pmod 5$$

correction

Comme

$$6^n - 1 \equiv 0 \pmod 5$$

Rappel :

$a \equiv 0\ (n) \quad \Leftrightarrow \quad a$ est un multiple de n ou n est un diviseur de a

correction

Comme

$$6^n - 1 \equiv 0 \pmod 5$$

Rappel :

$$a \equiv 0\ (n) \quad \Leftrightarrow \quad a \text{ est un multiple de } n \text{ ou } n \text{ est un diviseur de } a$$

Par conséquent, pour tout naturel n, $6^n - 1$ est divisible par 5.