Activités mentales ex 10 page 16

Sésamath

Maths TS spécialité

Trouver les restes de la division euclidienne par 11 des nombres suivants :

$$12^{15}\,;\,78^{15}\,;\,10^{7}.$$

On a :

$$12 \equiv 1 \pmod{11}$$

correction

On a :

$$12 \equiv 1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

correction

On a :

$$12 \equiv 1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

Soit n un entier naturel $(n \geq 2)$ et a et b des entiers relatifs vérifiant :

$$a \equiv b \pmod{n}$$

alors pour tout entier naturel k, $\quad a^k \equiv b^k \pmod{n}$,

correction

On a :

$$12 \equiv 1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

Soit n un entier naturel $(n \geq 2)$ et a et b des entiers relatifs vérifiant :
$$a \equiv b \pmod{n}$$
alors pour tout entier naturel k, $\quad a^k \equiv b^k \pmod{n}$,

on a :

$$12^{15} \equiv 1^{15} \pmod{11}$$

On a :

$$12 \equiv 1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

Soit n un entier naturel $(n \geq 2)$ et a et b des entiers relatifs vérifiant :

$$a \equiv b \pmod{n}$$

alors pour tout entier naturel k, $\quad a^k \equiv b^k \pmod{n}$,

on a :

$$12^{15} \equiv 1^{15} \pmod{11}$$

soit

$$12^{15} \equiv 1 \pmod{11}$$

Comme

$$12^{15} \equiv 1 \pmod{11}$$

correction

Comme

$$12^{15} \equiv 1 \pmod{11}$$

et

$$0 \leq 1 < 11,$$

Comme

$$12^{15} \equiv 1 \pmod{11}$$

et

$$0 \leq 1 < 11,$$

Remarque : cette ligne sert à vérifier que le nombre trouvé est bien un reste dans la division euclidienne par 11

Comme

$$12^{15} \equiv 1 \pmod{11}$$

et

$$0 \leq 1 < 11,$$

Remarque : cette ligne sert à vérifier que le nombre trouvé est bien un reste dans la division euclidienne par 11

le reste de la division euclidienne de 12^{15} par 11 est 1.

On a :

$$78 \equiv 1 \pmod{11}$$

On a :

$$78 \equiv 1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances on a :

$$78^{15} \equiv 1^{15} \pmod{11}$$

On a :

$$78 \equiv 1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances on a :

$$78^{15} \equiv 1^{15} \pmod{11}$$

soit

$$78^{15} \equiv 1 \pmod{11}$$

correction

On a :

$$78 \equiv 1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances on a :

$$78^{15} \equiv 1^{15} \pmod{11}$$

soit

$$78^{15} \equiv 1 \pmod{11}$$

comme $0 \leq 1 < 11$,

On a :

$$78 \equiv 1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances on a :

$$78^{15} \equiv 1^{15} \pmod{11}$$

soit

$$78^{15} \equiv 1 \pmod{11}$$

comme $0 \leq 1 < 11$,

le reste de la division euclidienne par 11 de 78^{15} est 1.

On a :

$$10 \equiv -1 \pmod{11}$$

On a :

$$10 \equiv -1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances on a :

$$10^7 \equiv (-1)^7 \pmod{11}$$

On a :

$$10 \equiv -1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances on a :

$$10^7 \equiv (-1)^7 \pmod{11}$$

soit

$$10^7 \equiv -1 \pmod{11}$$

correction

On a :

$$10 \equiv -1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances on a :

$$10^7 \equiv (-1)^7 \pmod{11}$$

soit

$$10^7 \equiv -1 \pmod{11}$$

Comme $-1 < 0$, ce n'est pas un reste dans la division euclidienne par 11, mais :

$$10^7 \equiv -1 \equiv 10 \pmod{11}$$

On a :

$$10 \equiv -1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances on a :

$$10^7 \equiv (-1)^7 \pmod{11}$$

soit

$$10^7 \equiv -1 \pmod{11}$$

Comme $-1 < 0$, ce n'est pas un reste dans la division euclidienne par 11, mais :

$$10^7 \equiv -1 \equiv 10 \pmod{11}$$

avec $0 \leq 10 < 11$ donc

correction

On a :

$$10 \equiv -1 \pmod{11}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances on a :

$$10^7 \equiv (-1)^7 \pmod{11}$$

soit

$$10^7 \equiv -1 \pmod{11}$$

Comme $-1 < 0$, ce n'est pas un reste dans la division euclidienne par 11, mais :

$$10^7 \equiv -1 \equiv 10 \pmod{11}$$

avec $0 \leq 10 < 11$ donc

le reste de la division euclidienne par 11 de 10^7 est 10.