QCM d'autoévaluation, exercice 64 page 22

Sésamath

Maths TS spécialité

Le reste de la division de $2\,015^{2\,015}$ par 7 est :

a) 1

b) 2

c) 5

d) 6

On a $2\,015 = 7 \times 288 - 1$

On a $2\,015 = 7 \times 288 - 1$ donc

$$2\,015 \equiv -1 \pmod 7$$

correction

On a $2\,015 = 7 \times 288 - 1$ donc

$$2\,015 \equiv -1 \pmod{7}$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

On a $2\,015 = 7 \times 288 - 1$ donc

$$2\,015 \equiv -1 \pmod 7$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

Soit n un entier naturel $(n \geq 2)$ et a et b des entiers relatifs vérifiant :
$$a \equiv b \pmod n$$
alors pour tout entier naturel k, $\quad a^k \equiv b^k \pmod n$,

correction

On a $2\,015 = 7 \times 288 - 1$ donc

$$2\,015 \equiv -1 \pmod 7$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

Soit n un entier naturel $(n \geq 2)$ et a et b des entiers relatifs vérifiant :

$$a \equiv b \pmod n$$

alors pour tout entier naturel k, $\quad a^k \equiv b^k \pmod n$,

on a :

$$2\,015^{2\,015} \equiv (-1)^{2\,015} \pmod 7$$

correction

On a $2\,015 = 7 \times 288 - 1$ donc

$$2\,015 \equiv -1 \pmod 7$$

En appliquant la compatibilité de la congruence avec les puissances :

Soit n un entier naturel $(n \geq 2)$ et a et b des entiers relatifs vérifiant :
$$a \equiv b \pmod n$$
alors pour tout entier naturel k, $a^k \equiv b^k \pmod n$,

on a :

$$2\,015^{2\,015} \equiv (-1)^{2\,015} \pmod 7$$

soit :

$$2\,015^{2\,015} \equiv -1 \pmod 7$$

On a :

$$2\,015^{2\,015} \equiv -1 \equiv 6 \pmod 7$$

On a :

$$2\,015^{2\,015} \equiv -1 \equiv 6 \pmod{7}$$

et

$$0 \leq 6 < 7,$$

On a :

$$2\,015^{2\,015} \equiv -1 \equiv 6 \pmod 7$$

et

$$0 \leq 6 < 7,$$

Remarque : cette ligne sert à vérifier que le nombre trouvé est bien un reste dans la division euclidienne par 7, par exemple -1 ne pouvait pas être un reste.

On a :

$$2\,015^{2\,015} \equiv -1 \equiv 6 \pmod 7$$

et

$$0 \leq 6 < 7,$$

Remarque : cette ligne sert à vérifier que le nombre trouvé est bien un reste dans la division euclidienne par 7, par exemple -1 ne pouvait pas être un reste.

le reste de la division euclidienne de $2\,015^{2\,015}$ par 7 est 6 : réponse **d)**