Activités mentales ex 2 page 393



Maths TS obligatoire





énoncé

Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 99 % si $n = 10\,000$ et p = 0.2.



Rappel

L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 99% pour une variable aléatoire X_n suivant une loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$ est l'intervalle :

$$I_n = \left[p - 2,58 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}; p + 2,58 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$$

En pratique, cet intervalle permet des **prises de décisions** au seuil de $99\,\%$ sous les conditions suivantes :

$$n \geqslant 30$$
, $np \geqslant 5$ et $n(1-p) \geqslant 5$.



On a:

$$n = 10\ 000 \ge 30$$

On a:

$$n = 10\ 000 \ge 30$$

$$np=2\,000\geq 5$$

On a:

$$n = 10\ 000 \ge 30$$

 $np = 2\ 000 \ge 5$
 $n(1-p) = 8\ 000 \ge 5$

On a:

$$n = 10\ 000 \ge 30$$

 $np = 2\ 000 \ge 5$
 $n(1-p) = 8\ 000 \ge 5$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

On a:

$$n = 10\ 000 \ge 30$$

 $np = 2\ 000 \ge 5$
 $n(1-p) = 8\ 000 \ge 5$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

$$p-2,58\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}=0,2-2,58\times\frac{\sqrt{0,2(1-0,2)}}{\sqrt{10\,000}}=0,189\,68$$

On a:

$$n = 10\ 000 \ge 30$$

 $np = 2\ 000 \ge 5$
 $n(1-p) = 8\ 000 \ge 5$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

$$p-2,58\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,2-2,58 \times \frac{\sqrt{0,2(1-0,2)}}{\sqrt{10\,000}} = 0,189\,68$$
$$p+2,58\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,2+2,58 \times \frac{\sqrt{0,2(1-0,2)}}{\sqrt{10\,000}} = 0,210\,32$$

On a:

$$n = 10\ 000 \ge 30$$

 $np = 2\ 000 \ge 5$
 $n(1-p) = 8\ 000 > 5$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

$$p-2,58\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,2-2,58 \times \frac{\sqrt{0,2(1-0,2)}}{\sqrt{10\,000}} = 0,189\,68$$
$$p+2,58\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,2+2,58 \times \frac{\sqrt{0,2(1-0,2)}}{\sqrt{10\,000}} = 0,210\,32$$

L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 99 % si $n=10\,000$ et p = 0.2 est :

[0,189 68 ; 0,210 32]

