Activités mentales ex 1 page 393

Sésamath

Maths TS obligatoire

Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de $95\,\%$ si $n = 100$ et $p = 0{,}5$.

Rappel

L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% pour une variable aléatoire X_n suivant une loi binomiale $\mathscr{B}(n,p)$ est l'intervalle :

$$I_n = \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$$

En pratique, cet intervalle permet des **prises de décisions** au seuil de $95\,\%$ sous les conditions suivantes :

$$n \geqslant 30,\ np \geqslant 5 \text{ et } n(1-p) \geqslant 5.$$

correction

On a :

$$n = 100 \geq 30$$

On a :

$$n = 100 \geq 30$$

$$np = 50 \geq 5$$

On a :

$$n = 100 \geq 30$$

$$np = 50 \geq 5$$

$$n(1-p) = 50 \geq 5$$

correction

On a :

$$n = 100 \geq 30$$

$$np = 50 \geq 5$$

$$n(1-p) = 50 \geq 5$$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

correction

On a :

$$n = 100 \geq 30$$

$$np = 50 \geq 5$$

$$n(1-p) = 50 \geq 5$$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

$$p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,5 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,5(1-0,5)}}{\sqrt{100}} = 0,402$$

correction

On a :

$$n = 100 \geq 30$$

$$np = 50 \geq 5$$

$$n(1-p) = 50 \geq 5$$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

$$p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,5 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,5(1-0,5)}}{\sqrt{100}} = 0,402$$

$$p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,5 + 1,96 \times \frac{\sqrt{0,5(1-0,5)}}{\sqrt{100}} = 0,598$$

correction

On a :

$$n = 100 \geq 30$$

$$np = 50 \geq 5$$

$$n(1-p) = 50 \geq 5$$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

$$p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,5 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,5(1-0,5)}}{\sqrt{100}} = 0,402$$

$$p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,5 + 1,96 \times \frac{\sqrt{0,5(1-0,5)}}{\sqrt{100}} = 0,598$$

L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de $95\,\%$ si $n = 100$ et $p = 0{,}5$ est :

$$[0{,}402\ ;\ 0{,}598]$$