Auto-évaluation ex 4 page 387

Sésamath

Maths TS obligatoire

énoncé

Lors du second tour d'une élection qui opposait deux candidats A et B, le candidat B a remporté la mise avec 51 % des voix. On s'intéresse à un sondage portant sur 1 000 personnes tirées au sort et réalisé juste avant l'élection.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence des voix pour le candidat B.
2. Le sondage avait donné le candidat B perdant avec 488 opinions favorables parmi les personnes interrogées. Peut-on mettre en cause la réalisation du sondage ?

1

Rappel

On dit que $[a\ ;\ b]$ est un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$ du nombre de succès si $P(X \in [a\ ;\ b]) \geqslant 0{,}95$.

correction

1

Rappel

On dit que $[a\ ;\ b]$ est un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$ du nombre de succès si $P(X \in [a\ ;\ b]) \geqslant 0{,}95$.

Rappel

L'intervalle $[a\ ;\ b]$ où :

- a est le plus petit entier tel que $P(X \leqslant a) > 0{,}025$
- b est le plus petit entier tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0{,}975$

est un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$.

1

Rappel

On dit que $[a\ ;\ b]$ est un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$ du nombre de succès si $P(X \in [a\ ;\ b]) \geqslant 0{,}95$.

Rappel

L'intervalle $[a\ ;\ b]$ où :

- a est le plus petit entier tel que $P(X \leqslant a) > 0{,}025$
- b est le plus petit entier tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0{,}975$

est un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$.

Rappel

On considère une population dans laquelle la proportion d'un certain caractère est p.
Si la population est suffisamment grande, quand on prélève un échantillon de n individus, on peut considérer que le nombre d'individus ayant le caractère suit une loi binomiale de paramètres n et p.
Ainsi, l'intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$

- du nombre d'individus ayant le caractère dans l'échantillon est $[a\ ;\ b]$;
- de la fréquence du caractère dans l'échantillon est $\left[\frac{a}{n}\ ;\ \frac{b}{n}\right]$.

Comme la population de 1 000 personnes est suffisamment grande pour assimiler le prélèvement de cet échantillon à un tirage avec remise, le nombre de voix pour le candidat B dans cet échantillon suit la

$$\text{loi binomiale de paramètres } n = 1\,000 \text{ et } \frac{51}{100} = 0{,}51.$$

Comme la population de 1 000 personnes est suffisamment grande pour assimiler le prélèvement de cet échantillon à un tirage avec remise, le nombre de voix pour le candidat B dans cet échantillon suit la

$$\text{loi binomiale de paramètres } n = 1\,000 \text{ et } \frac{51}{100} = 0{,}51.$$

En tabulant cette loi avec la calculatrice, on obtient qu'un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$ du nombre des voix pour le candidat B dans cet échantillon est

$$[479\ ;\ 541].$$

Comme la population de 1 000 personnes est suffisamment grande pour assimiler le prélèvement de cet échantillon à un tirage avec remise, le nombre de voix pour le candidat B dans cet échantillon suit la

loi binomiale de paramètres $n = 1\,000$ et $\dfrac{51}{100} = 0{,}51$.

En tabulant cette loi avec la calculatrice, on obtient qu'un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$ du nombre des voix pour le candidat B dans cet échantillon est

$$[479\ ;\ 541].$$

Un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$ de la fréquence des voix pour le candidat B dans cet échantillon est donc

$$\left[\frac{479}{1\,000}\ ;\ \frac{541}{1\,000}\right].$$

2 Comme $\dfrac{488}{1\,000} = 0{,}488 \in [0{,}479 \; ; \; 0{,}541]$,
on ne peut pas mettre en cause la réalisation du sondage.