Auto-évaluation ex 2 page 387

Sésamath

Maths TS obligatoire

Une machine produit des clous en série.
Le fabricant de la machine affirme que $97\,\%$ des clous sont sans défaut. Un client teste ce pourcentage : il décide de compter le nombre X de clous défectueux dans un échantillon de $10\ 000$ clous.

1. Quelle loi suit X sous l'affirmation du fabricant ? Préciser les paramètres.
2. Déterminer un intervalle de fluctuation de X au seuil de $95\,\%$.
3. Le client compte 399 clous défectueux.
   Peut-il remettre en cause l'affirmation du fabricant ?

1

Rappel : loi de Bernouilli

On dit qu'une expérience aléatoire à deux issues est une épreuve de Bernoulli. Par convention, une des deux issues, de probabilité p avec $0 < p < 1$, est appelée succès (notée S) et l'autre est appelée échec (notée $\overline{S}$).

1

Rappel : loi de Bernouilli

On dit qu'une expérience aléatoire à deux issues est une épreuve de Bernoulli. Par convention, une des deux issues, de probabilité p avec $0 < p < 1$, est appelée succès (notée S) et l'autre est appelée échec (notée $\overline{S}$).

Rappel : Schéma de Bernoulli

On considère une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est p. La répétition n fois (où $n \in \mathbb{N}^*$), de façon indépendante, de cette épreuve de Bernoulli est appelée schéma de Bernoulli de paramètres n et p.

1

Rappel : loi de Bernouilli

On dit qu'une expérience aléatoire à deux issues est une épreuve de Bernoulli.
Par convention, une des deux issues, de probabilité p avec $0 < p < 1$, est appelée succès (notée S) et l'autre est appelée échec (notée $\overline{S}$).

Rappel : Schéma de Bernoulli

On considère une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est p.
La répétition n fois (où $n \in \mathbb{N}^*$), de façon indépendante, de cette épreuve de Bernoulli est appelée schéma de Bernoulli de paramètres n et p.

Rappel : loi binomiale

On considère un schéma de Bernoulli de paramètres n et p.
On dit que la variable aléatoire X donnant le nombre de succès obtenus sur les n épreuves suit la loi binomiale de paramètres n et p, notée $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.

1 *L'expérience* est constituée de $n = 10\ 000$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car le nombre de clous est très grand)

1 *L'expérience* est constituée de $n = 10\ 000$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car le nombre de clous est très grand)
Chaque épreuve élémentaire n'a que deux issues possibles :

1 *L'expérience* est constituée de $n = 10\,000$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car le nombre de clous est très grand)
Chaque épreuve élémentaire n'a que deux issues possibles :

- soit l'épreuve est un succès lorsque le clou est défectueux de probabilité $p = 0,03$

1 *L'expérience* est constituée de $n = 10\,000$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car le nombre de clous est très grand)
Chaque épreuve élémentaire n'a que deux issues possibles :

- soit l'épreuve est un succès lorsque le clou est défectueux de probabilité $p = 0,03$
- soit l'épreuve est un échec lorsque le clou est sans défaut de probabilité $1 - p = 0,97$

1 *L'expérience* est constituée de $n = 10\,000$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car le nombre de clous est très grand)
Chaque épreuve élémentaire n'a que deux issues possibles :

- soit l'épreuve est un succès lorsque le clou est défectueux de probabilité $p = 0,03$
- soit l'épreuve est un échec lorsque le clou est sans défaut de probabilité $1 - p = 0,97$

Nous sommes donc en présence d'un schéma de Bernoulli de paramètre $n = 10\,000$ et $p = 0,03$

correction

1 *L'expérience* est constituée de $n = 10\,000$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car le nombre de clous est très grand)
Chaque épreuve élémentaire n'a que deux issues possibles :

- soit l'épreuve est un succès lorsque le clou est défectueux de probabilité $p = 0,03$
- soit l'épreuve est un échec lorsque le clou est sans défaut de probabilité $1 - p = 0,97$

Nous sommes donc en présence d'un schéma de Bernoulli de paramètre $n = 10\,000$ et $p = 0,03$
Ainsi, la variable aléatoire X comptant le nombre de succès suit la loi binomiale de paramètres $n = 10\,000$ et $p = 0,03$

correction

2

Rappel

On dit que $[a\ ;\ b]$ est un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$ du nombre de succès si $P(X \in [a\ ;\ b]) \geqslant 0{,}95$.

2

Rappel

On dit que $[a\ ;\ b]$ est un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$ du nombre de succès si $P(X \in [a\ ;\ b]) \geqslant 0{,}95$.

Rappel

L'intervalle $[a\ ;\ b]$ où :

- a est le plus petit entier tel que $P(X \leqslant a) > 0{,}025$
- b est le plus petit entier tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0{,}975$

est un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$.
Tabuler la loi binomiale avec la calculatrice permet de déterminer a et b.

2

Calculatrice TI

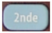
Appuyer sur f(x) puis sur 2nde et stats pour accéder au menu **distrib** et saisir `Y1=binomFRép(10000,0.03,X)`.

Calculatrice CASIO

Dans le menu **TABLE**, appuyer sur OPTN puis ▷ puis **STAT** puis **DIST** puis **BINM** et saisir `Y1=BinomialCD(X,10000,0.03)`.

2

Calculatrice TI

Appuyer sur  puis sur  et  pour accéder au menu **distrib** et saisir `Y1=binomFRép(10000,0.03,X)`. Tabuler la fonction.

Calculatrice CASIO

Dans le menu **TABLE**, appuyer sur  puis  puis **STAT** puis **DIST** puis **BINM** et saisir `Y1=BinomialCD(X,10000,0.03)`. Tabuler la fonction .

2

Calculatrice TI

Appuyer sur f(x) puis sur 2nde et stats pour accéder au menu **distrib** et saisir `Y1=binomFRép(10000,0.03,X)`.
Tabuler la fonction.
Déterminer les valeurs de `X` pour lesquelles `Y1` dépasse pour la première fois 0,025 et 0,975 : on obtient $a = 267$ et $b = 334$.

Calculatrice CASIO

Dans le menu **TABLE**, appuyer sur OPTN puis ▷ puis **STAT** puis **DIST** puis **BINM** et saisir `Y1=BinomialCD(X,10000,0.03)`.
Tabuler la fonction .
Déterminer les valeurs de `X` pour lesquelles `Y1` dépasse pour la première fois 0,025 et 0,975 : on obtient $a = 267$ et $b = 334$.

correction

2

Calculatrice TI

Appuyer sur f(x) puis sur 2nde et stats pour accéder au menu **distrib** et saisir `Y1=binomFRép(10000,0.03,X)`.
Tabuler la fonction.
Déterminer les valeurs de `X` pour lesquelles `Y1` dépasse pour la première fois 0,025 et 0,975 : on obtient $a = 267$ et $b = 334$.

Calculatrice CASIO

Dans le menu **TABLE**, appuyer sur OPTN puis ▷ puis **STAT** puis **DIST** puis **BINM** et saisir `Y1=BinomialCD(X,10000,0.03)`.
Tabuler la fonction .
Déterminer les valeurs de `X` pour lesquelles `Y1` dépasse pour la première fois 0,025 et 0,975 : on obtient $a = 267$ et $b = 334$.

L'intervalle $[267\ ;\ 334]$ est donc un intervalle de fluctuation au seuil de $95\,\%$ de X.

3 Comme $399 \in [267\,;\,334]$ donc on peut penser que l'affirmation est fausse au risque d'erreur de $5\,\%$.