QCM d’autoévaluation, exercice 52 page 401

Sésamath

Maths TS obligatoire

Dans une usine, une machine fabrique des tiges métalliques. L'ingénieur chargé du réglage affirme que les tiges fabriquées présentent un défaut dans $0{,}8\,\%$ des cas.
On s'intéresse à un échantillon de 800 tiges prélevées au hasard dans le stock. On suppose que le stock est suffisamment grand pour assimiler cela à un tirage au sort avec remise. On note X le nombre de tiges sans défaut.

À 10^{-3} près, un intervalle de fluctuation asymptotique de la fréquence des tiges sans défaut au seuil de $95\,\%$ est :

a) $[0{,}985\ ;\ 0{,}999]$ b) $[0{,}983\ ;\ 1]$ c) $[0\ ;\ 0{,}95]$

Rappel

L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% pour une variable aléatoire X_n suivant une loi binomiale $\mathscr{B}(n,p)$ est l'intervalle :

$$I_n = \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$$

En pratique, cet intervalle permet des **prises de décisions** au seuil de $95\,\%$ sous les conditions suivantes :

$$n \geqslant 30,\ np \geqslant 5 \text{ et } n(1-p) \geqslant 5.$$

correction

On a :

$$n = 800 \geq 30$$

On a :

$$n = 800 \geq 30$$

$$np = 793,6 \geq 5$$

On a :

$$n = 800 \geq 30$$

$$np = 793,6 \geq 5$$

$$n(1-p) = 6,4 \geq 5$$

correction

On a :

$$n = 800 \geq 30$$

$$np = 793,6 \geq 5$$

$$n(1-p) = 6,4 \geq 5$$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

correction

On a :

$$n = 800 \geq 30$$

$$np = 793,6 \geq 5$$

$$n(1-p) = 6,4 \geq 5$$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

$$p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,992 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,992 \times 0,008}}{\sqrt{800}} \approx 0{,}985$$

On a :

$$n = 800 \geq 30$$

$$np = 793,6 \geq 5$$

$$n(1-p) = 6,4 \geq 5$$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

$$p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,992 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,992 \times 0,008}}{\sqrt{800}} \approx 0{,}985$$

$$p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,992 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,992 \times 0,008}}{\sqrt{800}} \approx 0{,}999$$

On a :

$$n = 800 \geq 30$$

$$np = 793,6 \geq 5$$

$$n(1-p) = 6,4 \geq 5$$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

$$p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,992 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,992 \times 0,008}}{\sqrt{800}} \approx 0{,}985$$

$$p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,992 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,992 \times 0,008}}{\sqrt{800}} \approx 0{,}999$$

L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de $95\,\%$ est à 10^{-3} près :

$$I_F = [0{,}985\ ;\ 0{,}999]$$

correction

On a :

$$n = 800 \geq 30$$

$$np = 793,6 \geq 5$$

$$n(1-p) = 6,4 \geq 5$$

Les conditions d'utilisation de l'intervalle de fluctuation sont donc réunies.

$$p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,992 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,992 \times 0,008}}{\sqrt{800}} \approx 0{,}985$$

$$p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} = 0,992 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,992 \times 0,008}}{\sqrt{800}} \approx 0{,}999$$

L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de $95\,\%$ est à 10^{-3} près :

$$I_F = [0{,}985\ ;\ 0{,}999]$$

réponse **a)**