

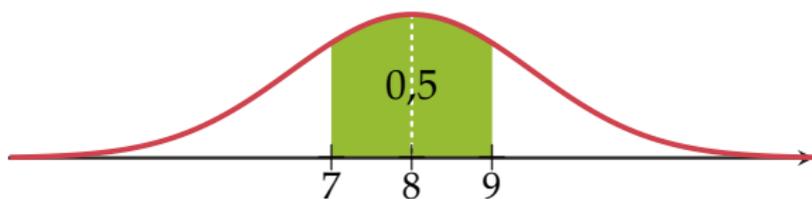
Activités mentales ex 8 page 368

Sésamath

Maths TS obligatoire



Dans les exercices 8 à 10, on a tracé les courbes représentatives des fonctions de densité de variables aléatoires X , Y et Z suivant des lois $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ ainsi que leur axe de symétrie respectif et écrit l'aire des domaines colorés.



Déterminer les probabilités suivantes.

- 1 $P(8 < X < 9)$
- 2 $P(X \geq 9)$
- 3 $P(X \leq 9)$
- 4 $P_{(X > 7)}(X \leq 8)$

Rappel

Soit μ et σ deux réels avec $\sigma > 0$.

On dit qu'une variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ si $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$.

Rappel

Soit μ et σ deux réels avec $\sigma > 0$.

On dit qu'une variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ si $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$.

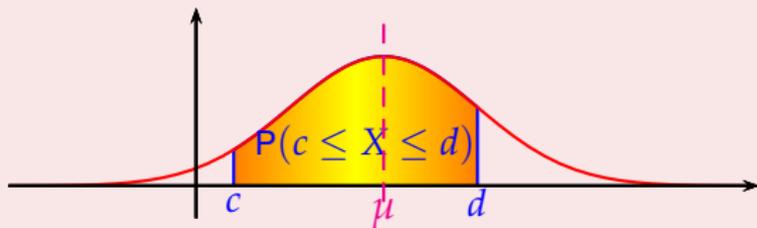
Rappel

Soit μ et σ deux réels avec $\sigma > 0$.

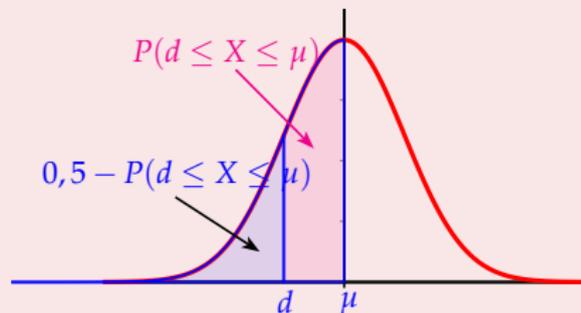
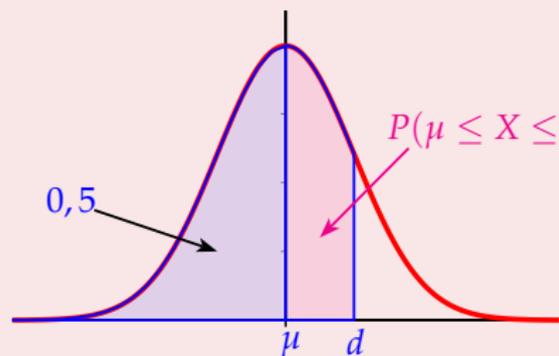
On dit qu'une variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ si $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$.

Sa densité f est alors donnée par $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$.

La courbe de f est appelée **gaussienne** et est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$ ce qui permet d'en déduire des probabilités par symétrie autour de μ .

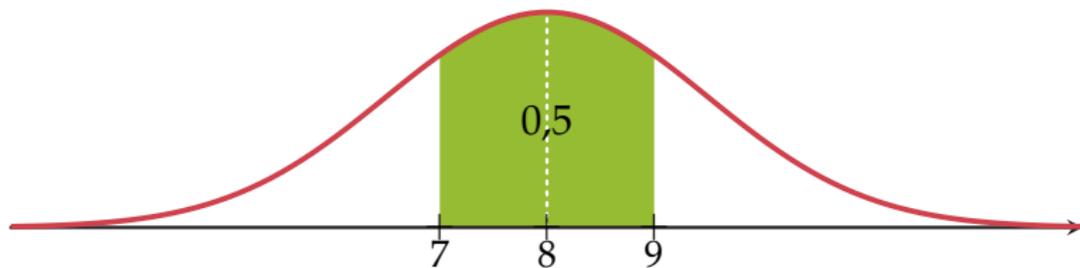


Rappel

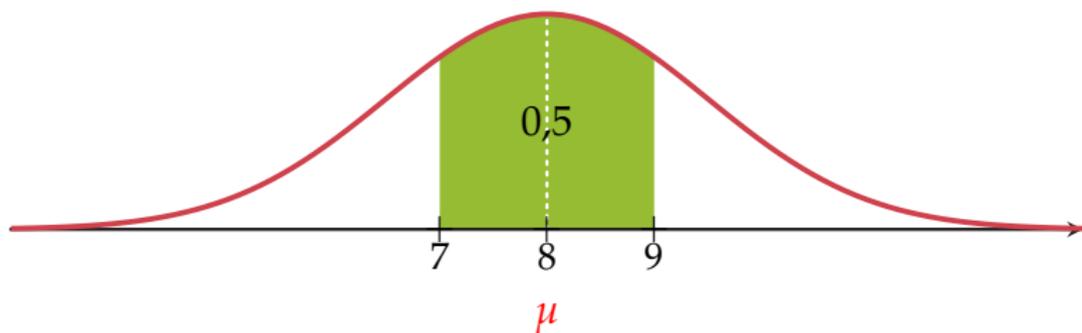


On a ici comme axe de symétrie $x = 8$ donc $\mu = 8$.

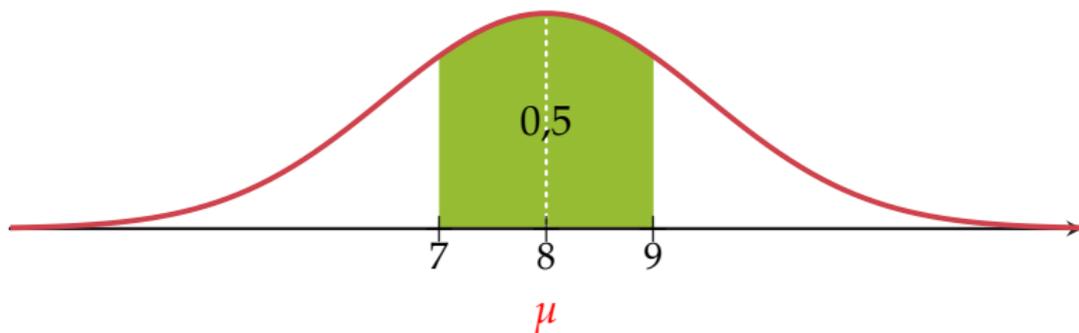
On a ici comme axe de symétrie $x = 8$ donc $\mu = 8$.



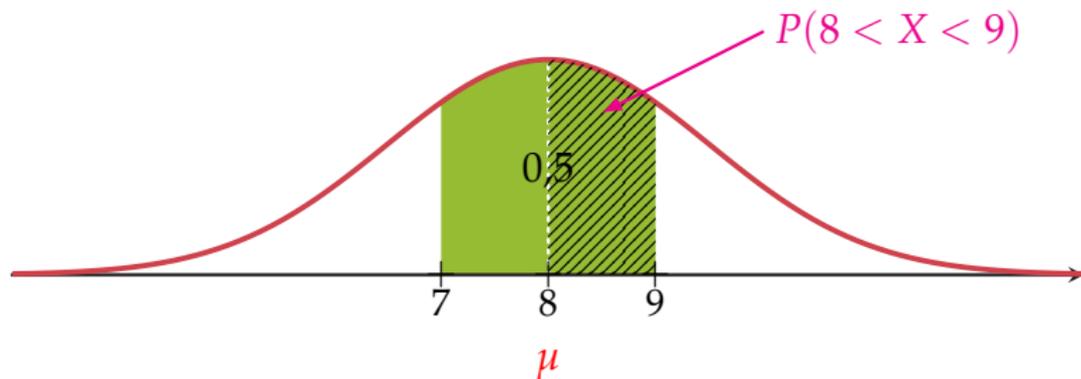
On a ici comme axe de symétrie $x = 8$ donc $\mu = 8$.



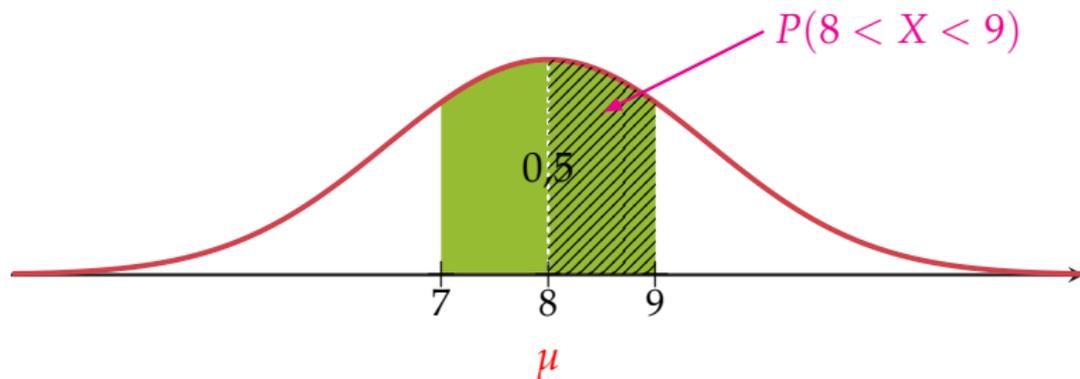
1



1



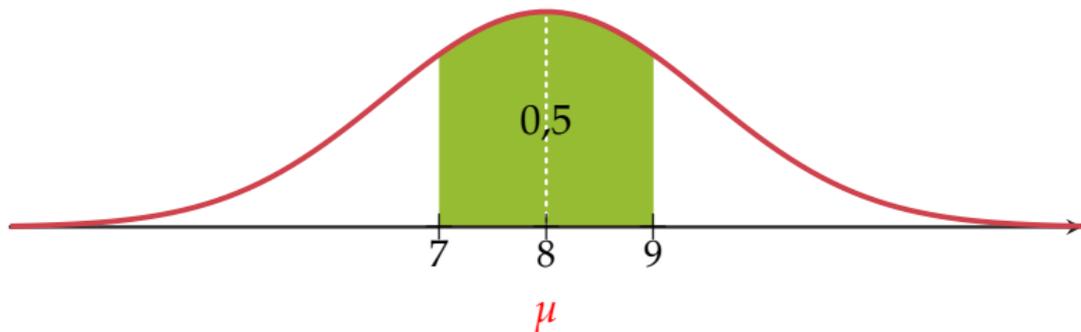
1



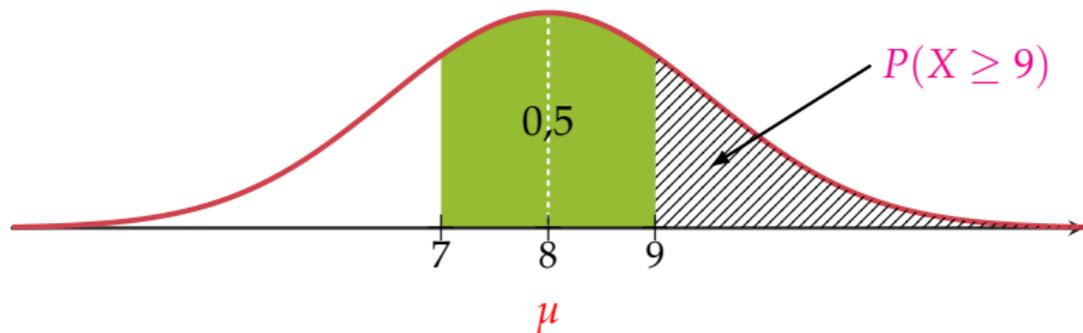
Par symétrie,

$$P(8 < X < 9) = \frac{0,5}{2} = 0,25$$

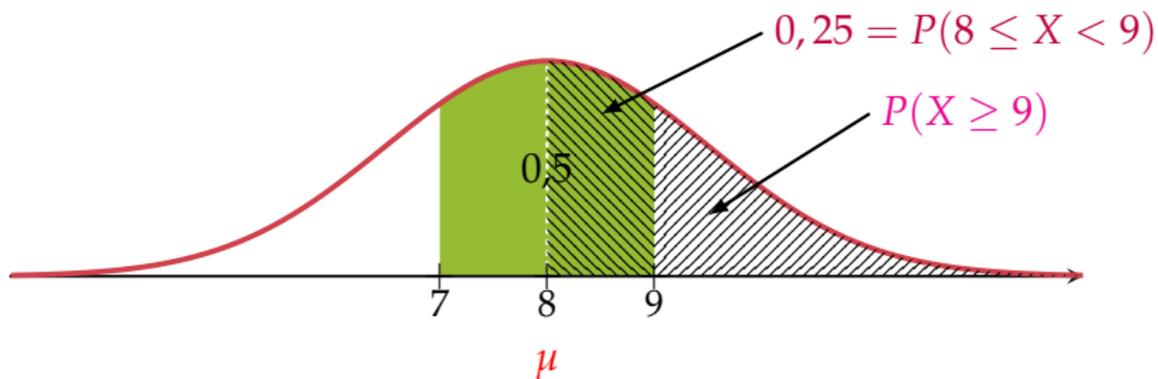
2



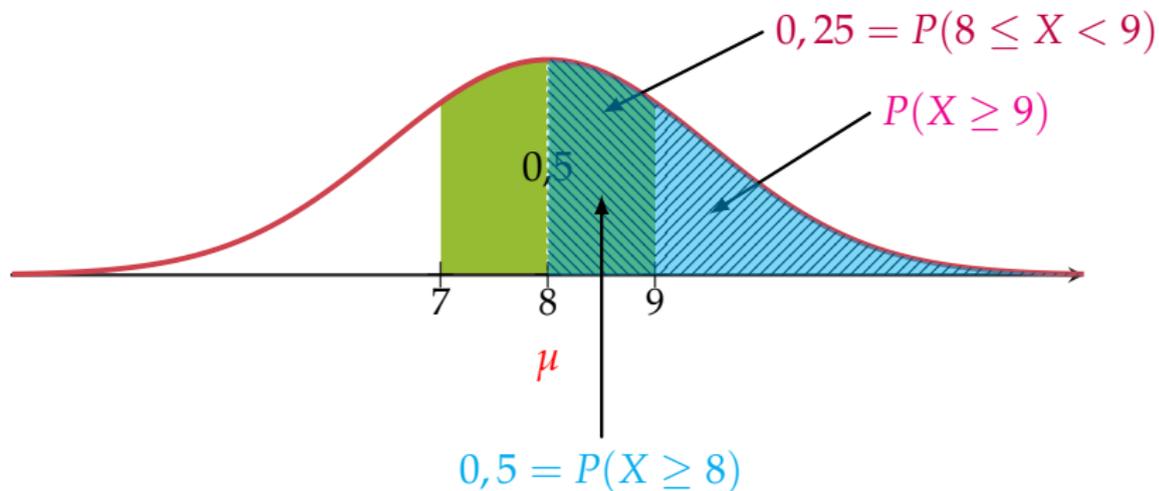
2



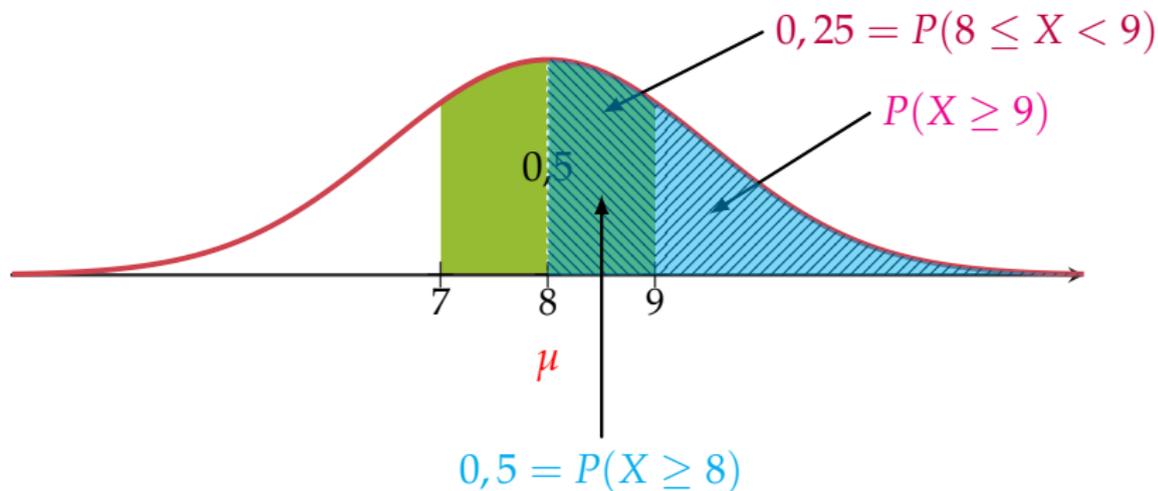
2



2

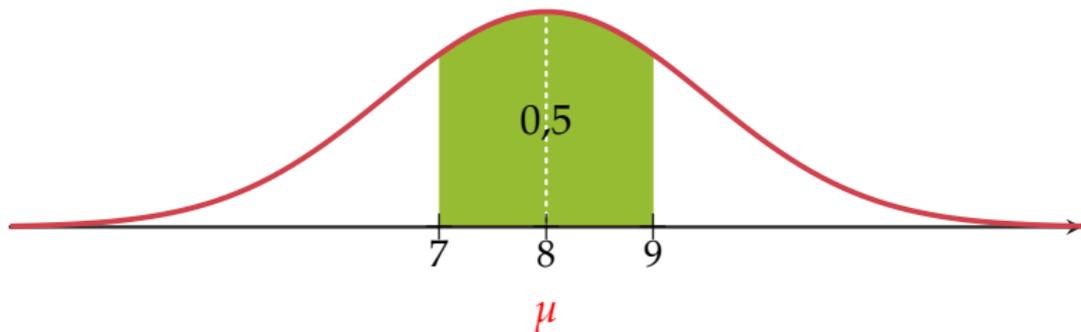


2

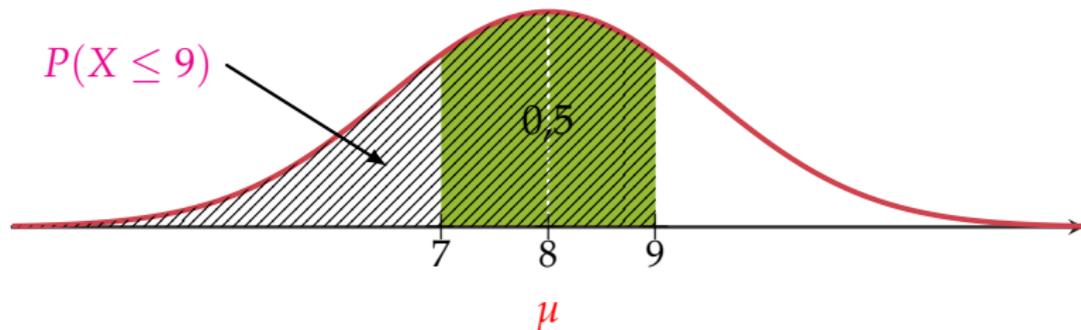


$$P(X \geq 9) = 0,5 - 0,25 = 0,25$$

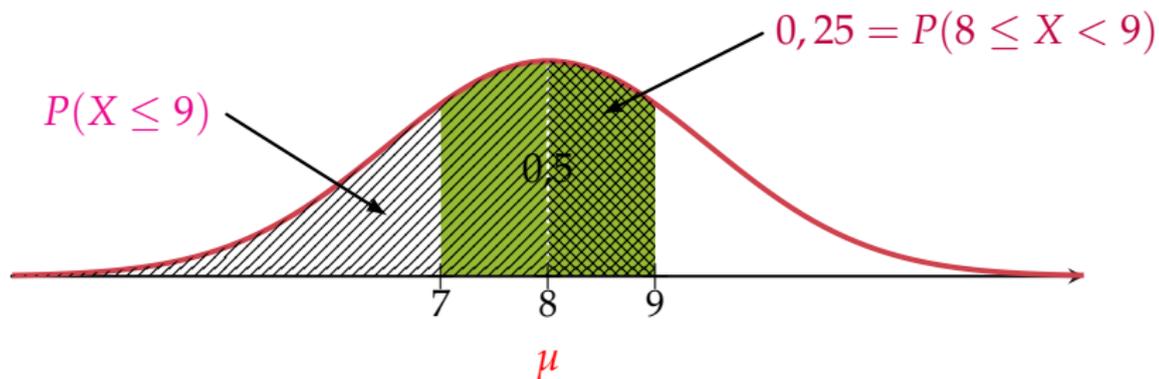
3



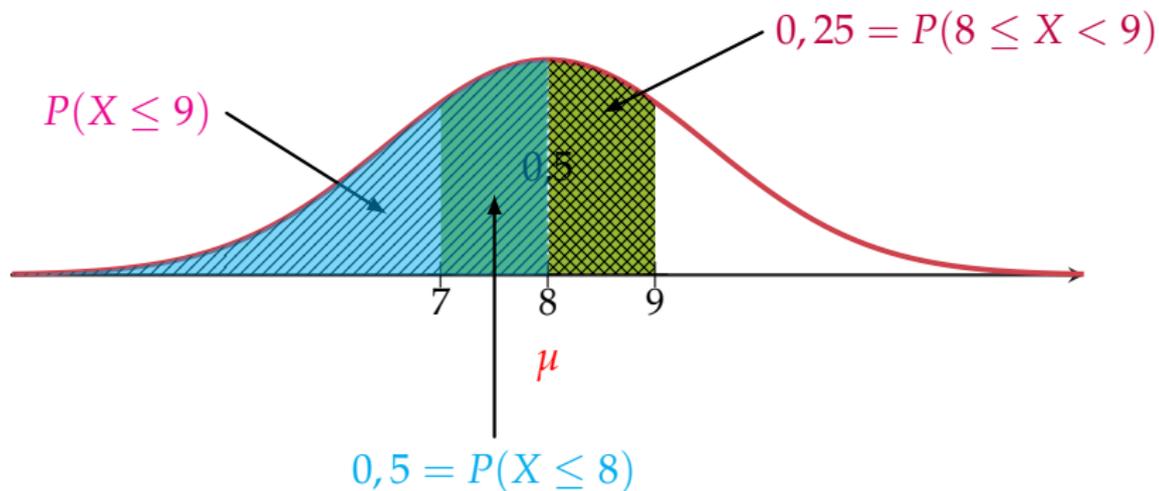
3



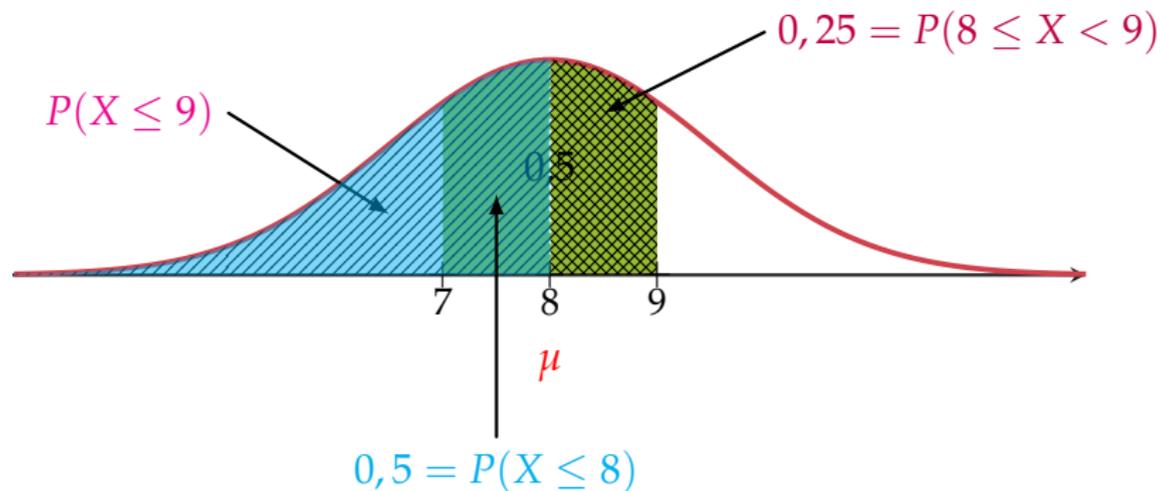
3



3



3



$$P(X \leq 9) = 0,5 + 0,25 = 0,75$$

4

Rappel

Si $P(B) \neq 0$, la probabilité de A sachant B , notée $P_B(A)$, est définie par :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

4

Rappel

Si $P(B) \neq 0$, la probabilité de A sachant B , notée $P_B(A)$, est définie par :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Ici, on a :

$$P_{(X>7)}(X \leq 8) = \frac{P((X > 7) \cap (X \leq 8))}{P(X > 7)}$$

4

Rappel

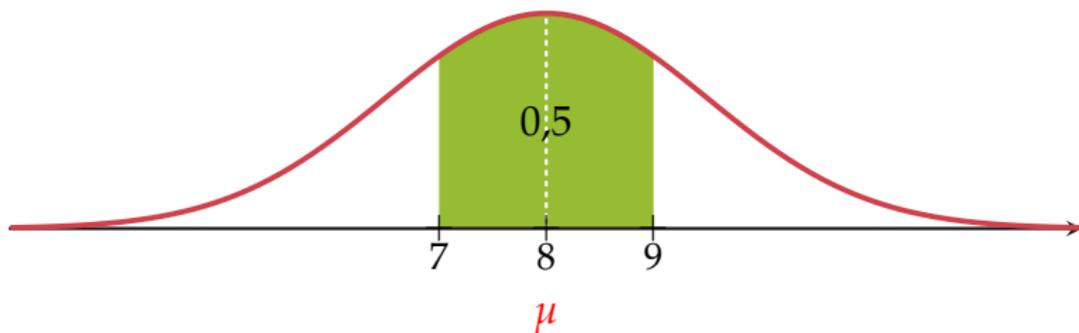
Si $P(B) \neq 0$, la probabilité de A sachant B , notée $P_B(A)$, est définie par :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Ici, on a :

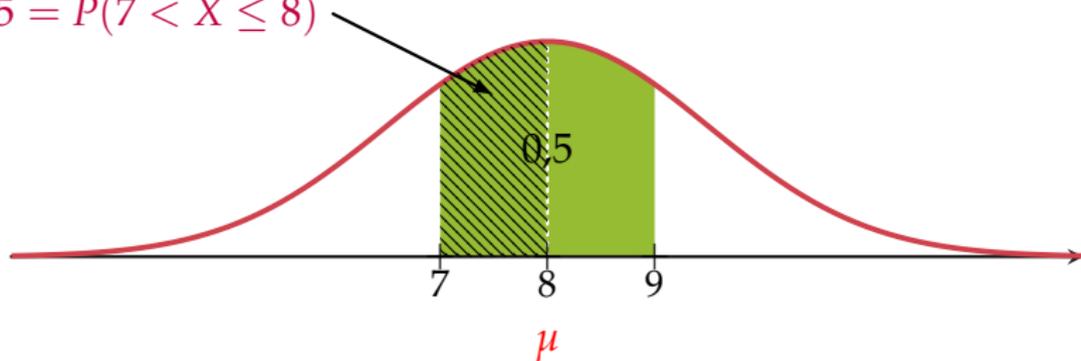
$$\begin{aligned} P_{(X>7)}(X \leq 8) &= \frac{P((X > 7) \cap (X \leq 8))}{P(X > 7)} \\ &= \frac{P(7 < X \leq 8)}{P(X > 7)} \end{aligned}$$

4



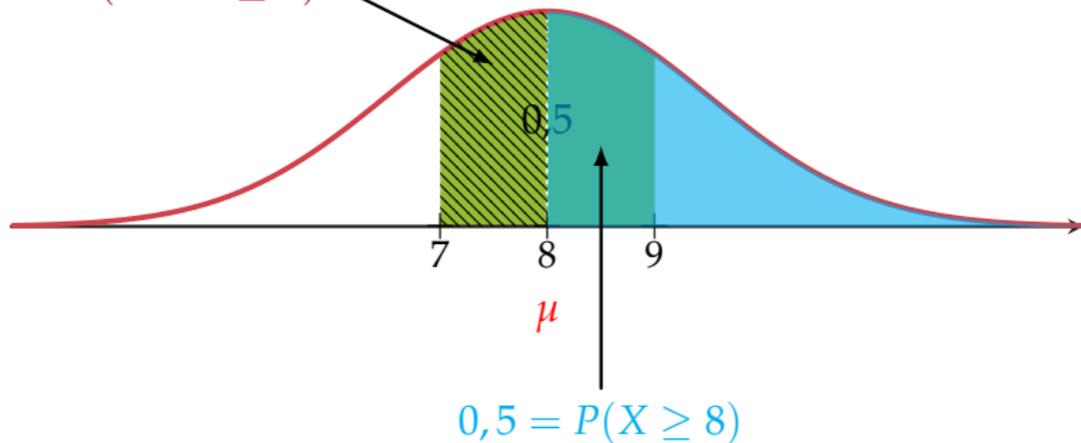
4

$$0,25 = P(7 < X \leq 8)$$

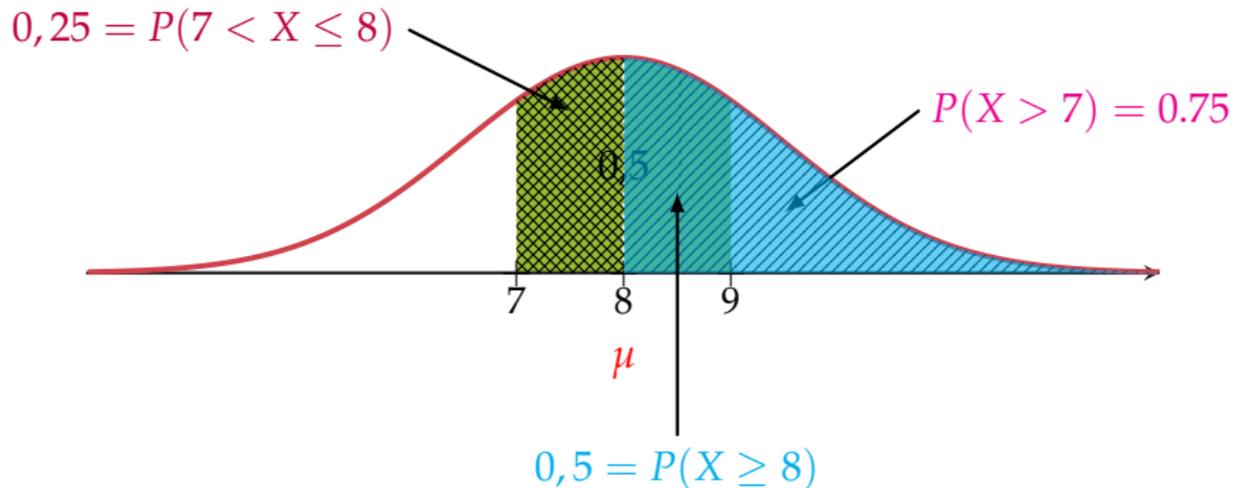


4

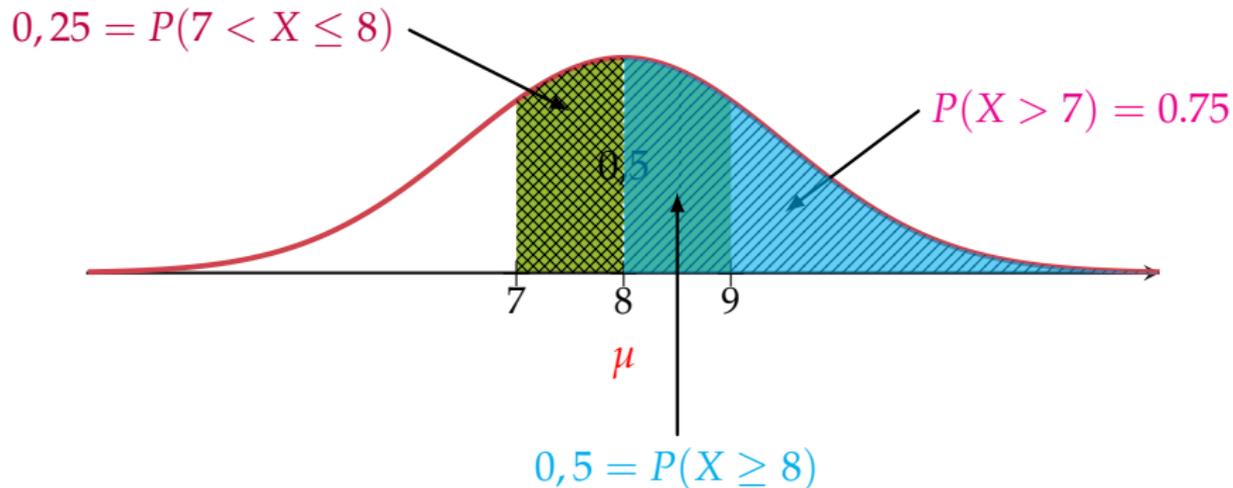
$$0,25 = P(7 < X \leq 8)$$



4



4



Ainsi,

$$P_{(X>7)}(X \leq 8) = \frac{0,25}{0,75} = \frac{1}{3}$$