

Exercice 54 page 375

Sésamath

Maths TS obligatoire



X suit une loi normale de paramètres $\mu = 10$ et σ . On sait que $P(X \leq 11) = 0,8$.

- 1 Quelle loi suit la variable aléatoire $Z = \frac{X - 10}{\sigma}$?
- 2 Déterminer la valeur de t tel que $P(Z \leq t) = 0,8$.
- 3 En déduire la valeur de σ .

1

Rappel

Soit μ et σ deux réels avec $\sigma > 0$. On dit qu'une variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu ; \sigma^2)$ si $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0 ; 1)$.

$$Z = \frac{X - 10}{\sigma} \text{ suit la loi normale centrée réduite } \mathcal{N}(0 ; 1).$$

- 2 D'après la calculatrice ($\mu = 0$ et $\sigma = 1$ pour Z),

Rappel

Calculatrice TI

- Dans le menu **distrib**, on choisit **FracNormale** (et on écrit **FracNormale(0.8,0,1)**).

Calculatrice Casio

- Dans le menu **STAT > DIST > NORM**, on choisit **InvN** et on complète puis on valide.

$$t \approx 0,842$$

3 On a :

$$X \leq 11 \Leftrightarrow X - 10 \leq 1$$

3 On a :

$$\begin{aligned} X \leq 11 &\Leftrightarrow X - 10 \leq 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{X - 10}{\sigma} \leq \frac{1}{\sigma} \end{aligned}$$

3 On a :

$$\begin{aligned}X \leq 11 &\Leftrightarrow X - 10 \leq 1 \\&\Leftrightarrow \frac{X - 10}{\sigma} \leq \frac{1}{\sigma} \\&\Leftrightarrow Z \leq \frac{1}{\sigma}\end{aligned}$$

3 On a :

$$\begin{aligned}X \leq 11 &\Leftrightarrow X - 10 \leq 1 \\&\Leftrightarrow \frac{X - 10}{\sigma} \leq \frac{1}{\sigma} \\&\Leftrightarrow Z \leq \frac{1}{\sigma}\end{aligned}$$

Alors,

$$P(X \leq 11) = 0,8 \Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{1}{\sigma}\right) = 0,8$$

3 On a :

$$\begin{aligned}X \leq 11 &\Leftrightarrow X - 10 \leq 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{X - 10}{\sigma} \leq \frac{1}{\sigma} \\ &\Leftrightarrow Z \leq \frac{1}{\sigma}\end{aligned}$$

Alors,

$$P(X \leq 11) = 0,8 \Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{1}{\sigma}\right) = 0,8$$

Par conséquent, d'après la question précédente,

$$\frac{1}{\sigma} \approx 0,842$$

3 On a :

$$\begin{aligned}X \leq 11 &\Leftrightarrow X - 10 \leq 1 \\&\Leftrightarrow \frac{X - 10}{\sigma} \leq \frac{1}{\sigma} \\&\Leftrightarrow Z \leq \frac{1}{\sigma}\end{aligned}$$

Alors,

$$P(X \leq 11) = 0,8 \Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{1}{\sigma}\right) = 0,8$$

Par conséquent, d'après la question précédente,

$$\frac{1}{\sigma} \approx 0,842$$

et

$$\sigma \approx \frac{1}{0,842} \approx 1,188$$