Activités mentales ex 4 page 368

Sésamath

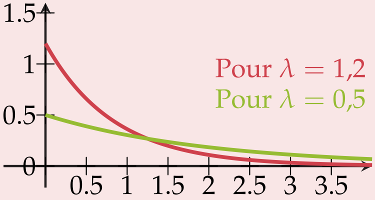
Maths TS obligatoire

Y est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}001$.
Calculer sous forme exacte :

1. $P(Y < 1\,500)$
2. $P(400 \leqslant Y \leqslant 2\,000)$
3. $P(Y \geqslant 1\,000)$
4. $P_{Y>1\,000}(Y > 2\,000)$

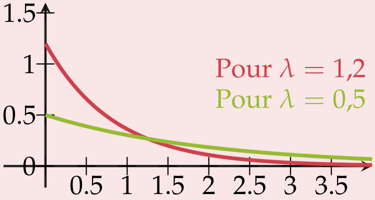
Rappel

Une variable aléatoire X suit la loi exponentielle de paramètre λ où $\lambda > 0$ si elle admet pour densité la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$.



Rappel

Une variable aléatoire X suit la loi exponentielle de paramètre λ où $\lambda > 0$ si elle admet pour densité la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}$.



Rappel

Soit X une variable aléatoire suivant la loi exponentielle de paramètre λ et a, c et d trois réels positifs. On a alors :

- $P(c \leqslant X \leqslant d) = \mathrm{e}^{-\lambda c} - \mathrm{e}^{-\lambda d}$
- $P(X \leqslant a) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda a}$
- $P(X \geqslant a) = \mathrm{e}^{-\lambda a}$

correction

1

$$P(Y < 1\,500) = P(Y \leq 1\,500)$$

1

$$\begin{aligned} P(Y < 1\,500) &= P(Y \leq 1\,500) \\ &= 1 - \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 1\ 500} \end{aligned}$$

1

$$
\begin{aligned}
P(Y < 1\,500) &= P(Y \leq 1\,500) \\
&= 1 - \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 1\ 500} \\
&= 1 - \mathrm{e}^{-1{,}5}
\end{aligned}
$$

correction

1

$$\begin{aligned} P(Y < 1\,500) &= P(Y \leq 1\,500) \\ &= 1 - \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 1\ 500} \\ &= 1 - \mathrm{e}^{-1{,}5} \end{aligned}$$

2

$$P(400 \leq Y \leq 2\,000) = \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 400} - \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 2\ 000}$$

correction

1

$$\begin{aligned} P(Y < 1\,500) &= P(Y \leq 1\,500) \\ &= 1 - \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 1\ 500} \\ &= 1 - \mathrm{e}^{-1{,}5} \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} P(400 \leq Y \leq 2\,000) &= \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 400} - \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 2\ 000} \\ &= \mathrm{e}^{-0{,}4} - \mathrm{e}^{-2} \end{aligned}$$

correction

1

$$\begin{aligned} P(Y < 1\,500) &= P(Y \leq 1\,500) \\ &= 1 - \mathrm{e}^{-0,001 \times 1\ 500} \\ &= 1 - \mathrm{e}^{-1,5} \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} P(400 \leq Y \leq 2\,000) &= \mathrm{e}^{-0,001 \times 400} - \mathrm{e}^{-0,001 \times 2\ 000} \\ &= \mathrm{e}^{-0,4} - \mathrm{e}^{-2} \end{aligned}$$

3

$$P(Y \geq 1\,000) = \mathrm{e}^{-0,001 \times 1\ 000}$$

correction

1

$$\begin{aligned} P(Y < 1\,500) &= P(Y \leq 1\,500) \\ &= 1 - \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 1\ 500} \\ &= 1 - \mathrm{e}^{-1{,}5} \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} P(400 \leq Y \leq 2\,000) &= \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 400} - \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 2\ 000} \\ &= \mathrm{e}^{-0{,}4} - \mathrm{e}^{-2} \end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned} P(Y \geq 1\,000) &= \mathrm{e}^{-0{,}001 \times 1\ 000} \\ &= \mathrm{e}^{-1} \end{aligned}$$

4

Rappel

Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ et deux nombres $t > 0$ et $h > 0$.

La probabilité conditionnelle $P_{(X>t)}(X > t + h)$ est égale à la probabilité $P(X > h)$.

On dit que la loi exponentielle est **sans vieillissement** ou **avec absence de mémoire**.

4

Rappel

Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ et deux nombres $t > 0$ et $h > 0$.

La probabilité conditionnelle $P_{(X>t)}\left(X > t + h\right)$ est égale à la probabilité $P(X > h)$.

On dit que la loi exponentielle est **sans vieillissement** ou **avec absence de mémoire**.

$$P_{Y>1\ 000}(Y > 2\ 000) = P_{Y>1\ 000}(Y > 1\ 000 + 1\ 000)$$

4

Rappel

Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ et deux nombres $t > 0$ et $h > 0$.

La probabilité conditionnelle $P_{(X>t)}(X > t + h)$ est égale à la probabilité $P(X > h)$.

On dit que la loi exponentielle est **sans vieillissement** ou **avec absence de mémoire**.

$$\begin{aligned} P_{Y>1\,000}(Y > 2\,000) &= P_{Y>1\,000}(Y > 1\,000 + 1\,000) \\ &= P(Y > 1\,000) \end{aligned}$$

4

Rappel

Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ et deux nombres $t > 0$ et $h > 0$.

La probabilité conditionnelle $P_{(X>t)}(X > t + h)$ est égale à la probabilité $P(X > h)$.

On dit que la loi exponentielle est **sans vieillissement** ou **avec absence de mémoire**.

$$\begin{aligned} P_{Y>1\,000}(Y > 2\,000) &= P_{Y>1\,000}(Y > 1\,000 + 1\,000) \\ &= P(Y > 1\,000) \\ &= P(Y \geq 1\,000) \end{aligned}$$

4

Rappel

Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ et deux nombres $t > 0$ et $h > 0$.

La probabilité conditionnelle $P_{(X>t)}(X > t + h)$ est égale à la probabilité $P(X > h)$.

On dit que la loi exponentielle est **sans vieillissement** ou **avec absence de mémoire**.

$$\begin{aligned} P_{Y>1\,000}(Y > 2\,000) &= P_{Y>1\,000}(Y > 1\,000 + 1\,000) \\ &= P(Y > 1\,000) \\ &= P(Y \geq 1\,000) \\ &= \mathrm{e}^{-1} \end{aligned}$$