

Activités mentales ex 11 page 368

Sésamath

Maths TS obligatoire



On considère une variable aléatoire X suivant une loi normale de paramètres $\mu = 5$ et σ inconnu telle que $P(-7 \leq X \leq 17) \approx 0,997$.

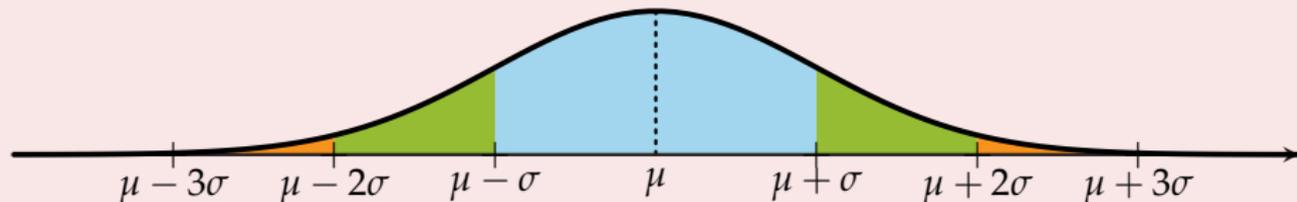
- 1 Déterminer une valeur approchée de σ .
- 2 En déduire les probabilités suivantes sans utiliser une calculatrice.
 - a) $P(1 \leq X < 9)$
 - b) $P(5 < X < 9)$

Rappel : Quelques intervalles remarquables

Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale $\mathcal{N}(\mu ; \sigma^2)$. On a alors :

- $P(X \in [\mu - \sigma ; \mu + \sigma]) = P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,68$;
- $P(X \in [\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]) = P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,954$;
- $P(X \in [\mu - 3\sigma ; \mu + 3\sigma]) = P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0,997$.

Graphiquement, on a alors :



où l'aire du domaine en bleu est environ 0,68, l'aire du domaine en bleu et vert est environ 0,954 et l'aire du domaine en bleu, vert et orange (jusqu'à $\mu - 3\sigma$ et $\mu + 3\sigma$) est environ 0,997.

1 On a ici :

$$\mu + 3\sigma \approx 17$$

soit

$$5 + 3\sigma \approx 17$$

et

$$\sigma \approx 4$$

2 a) On a

$$1 = 5 - 4 \approx \mu - \sigma \quad \text{et} \quad 9 = 5 + 4 \approx \mu + \sigma$$

2 a) On a

$$1 = 5 - 4 \approx \mu - \sigma \quad \text{et} \quad 9 = 5 + 4 \approx \mu + \sigma$$

donc

$$P(1 \leq X < 9) \approx P(\mu - \sigma \leq X < \mu + \sigma) \approx 0,68$$

2 a) On a

$$1 = 5 - 4 \approx \mu - \sigma \quad \text{et} \quad 9 = 5 + 4 \approx \mu + \sigma$$

donc

$$P(1 \leq X < 9) \approx P(\mu - \sigma \leq X < \mu + \sigma) \approx 0,68$$

b) On a

$$P(5 \leq X < 9) \approx P(\mu \leq X < \mu + \sigma)$$

2 a) On a

$$1 = 5 - 4 \approx \mu - \sigma \quad \text{et} \quad 9 = 5 + 4 \approx \mu + \sigma$$

donc

$$P(1 \leq X < 9) \approx P(\mu - \sigma \leq X < \mu + \sigma) \approx 0,68$$

b) On a

$$P(5 \leq X < 9) \approx P(\mu \leq X < \mu + \sigma)$$

soit par symétrie

$$P(5 \leq X < 9) \approx \frac{P(\mu - \sigma \leq X < \mu + \sigma)}{2} \approx 0,34$$