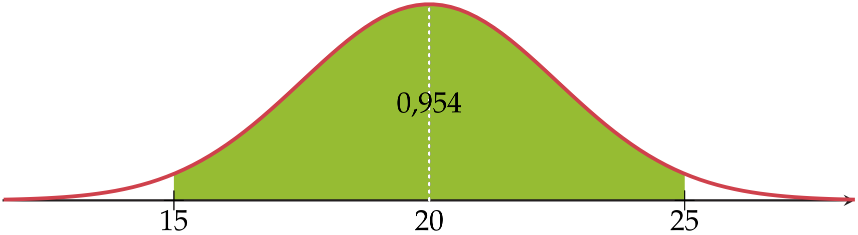
Activités mentales ex 10 page 368

Sésamath

Maths TS obligatoire



Déterminer une valeur approchée de μ et de σ.

correction

Rappel

Soit μ et σ deux réels avec $\sigma > 0$.

On dit qu'une variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu\ ;\ \sigma^2)$ si $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\ ;\ 1)$.

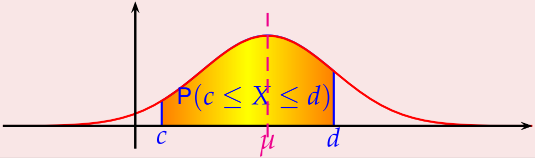
Rappel

Soit μ et σ deux réels avec $\sigma > 0$.

On dit qu'une variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu\,;\,\sigma^2)$ si $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\,;\,1)$.

Sa densité f est alors donnée par $f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,\mathrm{e}^{-\dfrac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$.

La courbe de f est appelée **gaussienne** et est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$ ce qui permet d'en déduire des probabilités par symétrie autour de μ.



On a ici comme axe de symétrie $x = 20$ donc

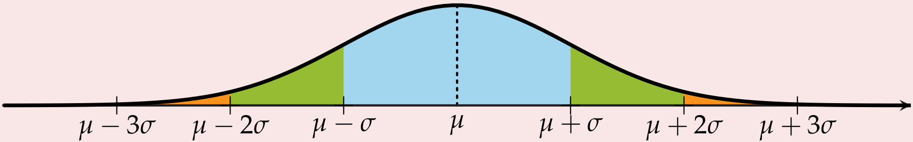
$$\mu = 20$$

Rappel : Quelques intervalles remarquables

Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale $\mathcal{N}(\mu\ ;\ \sigma^2)$. On a alors :

- $P(X \in [\mu - \sigma\ ;\ \mu + \sigma]) = P(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0{,}68$;
- $P(X \in [\mu - 2\sigma\ ;\ \mu + 2\sigma]) = P(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0{,}954$;
- $P(X \in [\mu - 3\sigma\ ;\ \mu + 3\sigma]) = P(\mu - 3\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 3\sigma) \approx 0{,}997$.

Graphiquement, on a alors :



où l'aire du domaine en bleu est environ 0,68, l'aire du domaine en bleu et vert est environ 0,954 et l'aire du domaine en bleu, vert et orange (jusqu'à $\mu - 3\sigma$ et $\mu + 3\sigma$) est environ 0,997.

correction

On a ici :

$$\mu + 2\sigma \approx 25$$

soit

$$20 + 2\sigma \approx 25$$

et

$$\sigma \approx 2,5$$