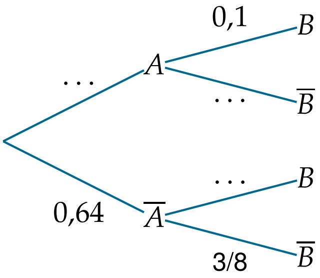
Activités mentales ex 2 page 338

Sésamath

Maths TS obligatoire

énoncé

Calculer les pondérations manquantes dans l'arbre ci-dessous puis en déduire $P(B)$.

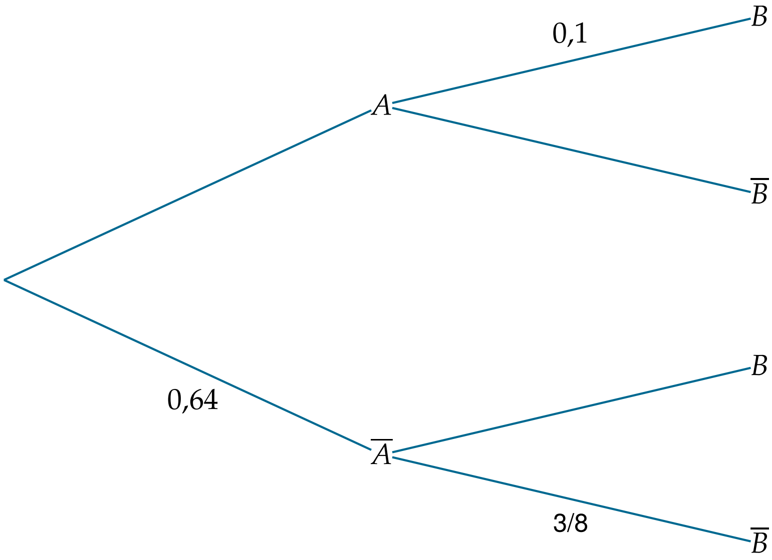


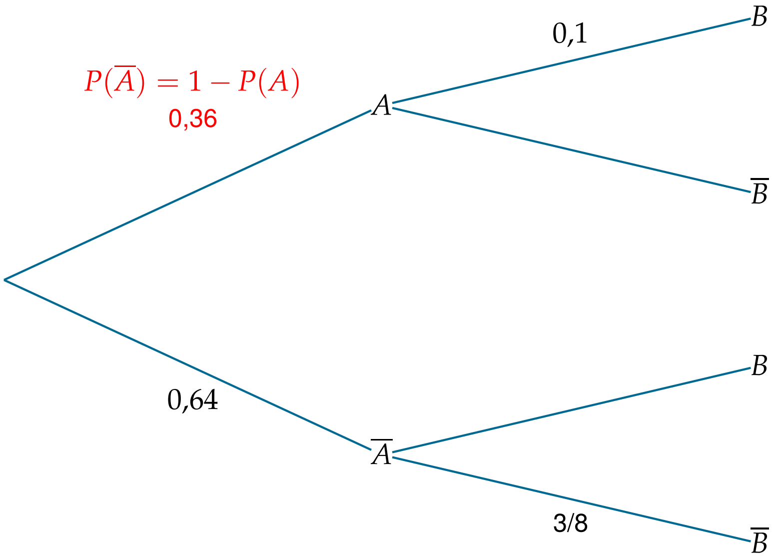
Rappel

Les principales règles de construction des arbres pondérés (ou arbres probabilistes) sont :

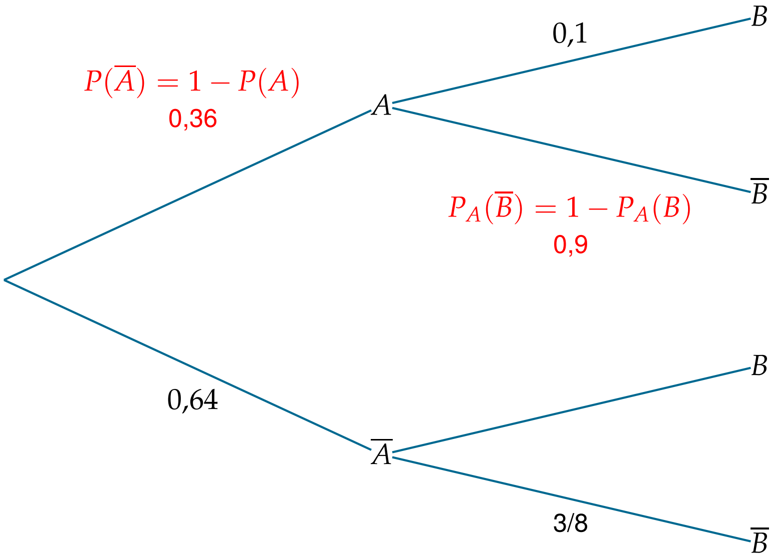
- la somme des probabilités des évènements (disjoints) correspondant aux branches partant d'un même nœud est 1 ;
- les probabilités présentes sur les 2^{e}, 3^{e}, etc. branches d'un chemin sont des probabilités conditionnelles.

correction

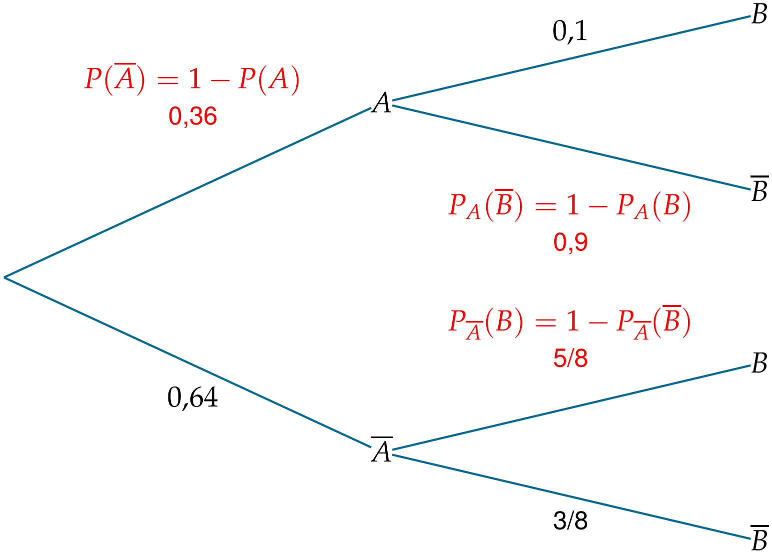




0,1
B
$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
0,36
A
$\overline{B}$
B
0,64
$\overline{A}$
3/8
$\overline{B}$



B
0,1
$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
0,36
A
$\overline{B}$
$P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B)$
0,9
B
0,64
$\overline{A}$
3/8
$\overline{B}$



B
$0{,}1$
$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
0,36
A
$\overline{B}$
$P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B)$
0,9
$P_{\overline{A}}(B) = 1 - P_{\overline{A}}(\overline{B})$
5/8
B
$0{,}64$
$\overline{A}$
3/8
$\overline{B}$

correction

Rappel : Formule des probabilités totales

- Si $P(A) \neq 0$ et $P(A) \neq 1$ alors

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P\left(\overline{A} \cap B\right) \\ &= P(A) \times P_A(B) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(B) \end{aligned}$$

Rappel : Formule des probabilités totales

- Si $P(A) \neq 0$ et $P(A) \neq 1$ alors
$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P\left(\overline{A} \cap B\right) \\ &= P(A) \times P_A(B) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(B) \end{aligned}$$
- D'une manière plus générale, si $A_1, A_2, \ldots$ et A_n forment une partition de Ω, c'est-à-dire sont n évènements disjoints, de probabilités non nulles et tels que $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \Omega$ alors
$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1 \cap B) + P\left(A_2 \cap B\right) + \ldots + P\left(A_n \cap B\right) \\ &= P(A_1) \times P_{A_1}(B) + P\left(A_2\right) \times P_{A_2}(B) + \ldots + P\left(A_n\right) \times P_{A_n}(B). \end{aligned}$$

Rappel : Formule des probabilités totales

- Si $P(A) \neq 0$ et $P(A) \neq 1$ alors
$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P\left(\overline{A} \cap B\right) \\ &= P(A) \times P_A(B) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(B) \end{aligned}$$
- D'une manière plus générale, si $A_1, A_2, \ldots$ et A_n forment une partition de Ω, c'est-à-dire sont n évènements disjoints, de probabilités non nulles et tels que $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \Omega$ alors
$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1 \cap B) + P\left(A_2 \cap B\right) + \ldots + P\left(A_n \cap B\right) \\ &= P(A_1) \times P_{A_1}(B) + P\left(A_2\right) \times P_{A_2}(B) + \ldots + P\left(A_n\right) \times P_{A_n}(B). \end{aligned}$$

Conséquence

La formule des probabilités totales permet de justifier une autre règle d'utilisation des arbres pondérés :
la probabilité d'un évènement est la somme des probabilités associées aux chemins qui permettent de réaliser cet évènement.

$$P(B) = P(A) \times P_A(B) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(B)$$

correction

$$
\begin{aligned}
P(B) &= P(A) \times P_A(B) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(B) \\
&= 0{,}36 \times 0{,}1 + 0{,}64 \times \frac{5}{8}
\end{aligned}
$$

correction

$$
\begin{aligned}
P(B) &= P(A) \times P_A(B) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(B) \\
&= 0{,}36 \times 0{,}1 + 0{,}64 \times \frac{5}{8} \\
&= 0{,}436
\end{aligned}
$$