Auto-évaluation ex 3 page 331

Sésamath

Maths TS obligatoire

Dans la population française, $43\,\%$ est du groupe sanguin O, $45\,\%$ du groupe A, $9\,\%$ du groupe B et $3\,\%$ du groupe AB.

Par ailleurs :

pour le groupe O, $86\,\%$ ont un rhésus positif ;

pour le groupe A, $87\,\%$ ont un rhésus positif ;

pour le groupe B, $78\,\%$ ont un rhésus positif ;

pour le groupe AB, $67\,\%$ ont un rhésus positif.

On prélève au hasard 100 personnes dans la population française et on considère la variable aléatoire Y donnant le nombre de personnes du groupe A.

1. Expliquer pourquoi l'on peut considérer que Y suit une loi binomiale et donner ses paramètres.
2. Calculer l'espérance $E(Y)$ et l'écart-type $\sigma(Y)$ de Y.
3. Calculer (arrondir à 10^{-3} près) :

a) $P(Y = 42)$

b) $P(Y = E(Y))$

c) $P(Y \leqslant 55)$

d) $P(Y < 47)$

e) $P(Y > 43)$

f) $P(Y \geqslant 40)$

1

Rappel : loi de Bernouilli

On dit qu'une expérience aléatoire à deux issues est une épreuve de Bernoulli. Par convention, une des deux issues, de probabilité p avec $0 < p < 1$, est appelée succès (notée S) et l'autre est appelée échec (notée $\overline{S}$).

1

Rappel : loi de Bernouilli

On dit qu'une expérience aléatoire à deux issues est une épreuve de Bernoulli. Par convention, une des deux issues, de probabilité p avec $0 < p < 1$, est appelée succès (notée S) et l'autre est appelée échec (notée $\overline{S}$).

Rappel : Schéma de Bernoulli

On considère une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est p. La répétition n fois (où $n \in \mathbb{N}^*$), de façon indépendante, de cette épreuve de Bernoulli est appelée schéma de Bernoulli de paramètres n et p.

1

Rappel : loi de Bernouilli

On dit qu'une expérience aléatoire à deux issues est une épreuve de Bernoulli.
Par convention, une des deux issues, de probabilité p avec $0 < p < 1$, est appelée succès (notée S) et l'autre est appelée échec (notée $\overline{S}$).

Rappel : Schéma de Bernoulli

On considère une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est p.
La répétition n fois (où $n \in \mathbb{N}^*$), de façon indépendante, de cette épreuve de Bernoulli est appelée schéma de Bernoulli de paramètres n et p.

Rappel : loi binomiale

On considère un schéma de Bernoulli de paramètres n et p.
On dit que la variable aléatoire X donnant le nombre de succès obtenus sur les n épreuves suit la loi binomiale de paramètres n et p, notée $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.

1 *L'expérience* est constituée de $n = 100$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car la population française est très grande)

correction

1 *L'expérience* est constituée de $n = 100$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car la population française est très grande)
Chaque épreuve élémentaire n'a que deux issues possibles :

correction

1. *L'expérience* est constituée de $n = 100$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car la population française est très grande)
Chaque épreuve élémentaire n'a que deux issues possibles :
   - soit l'épreuve est un succès lorsque la personne prélevée est du groupe A de probabilité $p = 0,45$

correction

1. *L'expérience* est constituée de $n = 100$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car la population française est très grande)
Chaque épreuve élémentaire n'a que deux issues possibles :
   - soit l'épreuve est un succès lorsque la personne prélevée est du groupe A de probabilité $p = 0,45$
   - soit l'épreuve est un échec lorsque la personne prélevée n'est pas du groupe A de probabilité $1 - p = 0,55$

1 *L'expérience* est constituée de $n = 100$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car la population française est très grande)
Chaque épreuve élémentaire n'a que deux issues possibles :

- soit l'épreuve est un succès lorsque la personne prélevée est du groupe A de probabilité $p = 0,45$
- soit l'épreuve est un échec lorsque la personne prélevée n'est pas du groupe A de probabilité $1 - p = 0,55$

Nous sommes donc en présence d'un schéma de Bernoulli de paramètre $n = 100$ et $p = 0,45$

correction

1 *L'expérience* est constituée de $n = 100$ épreuves élémentaires identiques et indépendantes puisque les tirages sont assimilables à des tirages avec remise (car la population française est très grande)

Chaque épreuve élémentaire n'a que deux issues possibles :

- soit l'épreuve est un succès lorsque la personne prélevée est du groupe A de probabilité $p = 0,45$
- soit l'épreuve est un échec lorsque la personne prélevée n'est pas du groupe A de probabilité $1 - p = 0,55$

Nous sommes donc en présence d'un schéma de Bernoulli de paramètre $n = 100$ et $p = 0,45$

Ainsi, la variable aléatoire Y comptant le nombre de succès suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,45$

2

Rappel

Soit X une variable aléatoire suivant une loi $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.

- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

2

Rappel

Soit X une variable aléatoire suivant une loi $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.

- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

L'espérance de Y est :

$$E(Y) = n \times p = 100 \times 0{,}45 = 45$$

2

Rappel

Soit X une variable aléatoire suivant une loi $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.

- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

L'espérance de Y est :

$$E(Y) = n \times p = 100 \times 0{,}45 = 45$$

La variance de Y est :

$$V(Y) = n \times p \times (1-p) = 100 \times 0{,}45 \times 0{,}55 = 24,75$$

2

Rappel

Soit X une variable aléatoire suivant une loi $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.

- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$
- $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

L'espérance de Y est :

$$E(Y) = n \times p = 100 \times 0{,}45 = 45$$

La variance de Y est :

$$V(Y) = n \times p \times (1-p) = 100 \times 0{,}45 \times 0{,}55 = 24,75$$

Ainsi, l'écart-type de Y est :

$$\sigma(Y) = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{24,75} \approx 4{,}97$$

3

Déterminer une probabilité $P(X = k)$ à l'aide de la calculatrice

La calculatrice permet d'obtenir directement $P(X = k)$ où X suit la loi $\mathscr{B}(n\ ;\ p)$.

Calculatrice TI

- On accède au menu **distrib** en appuyant sur la touche 2nde puis la touche var
- On choisit "`0:binomFdp(`" puis on entre dans l'ordre la valeur des paramètres n, p et k séparés par des virgules.

Calculatrice Casio

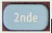
- Dans le menu **RUN**, on appuie sur OPTN puis ▷ puis **STAT** puis **DIST** puis **BINM** puis **Bpd**.
- On saisit dans l'ordre la valeur des paramètres k, n et p séparés par des virgules.

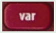
3

Déterminer une probabilité $P(X \leqslant k)$ à l'aide de la calculatrice

La calculatrice permet d'obtenir directement $P(X \leqslant k)$ où X suit la loi $\mathscr{B}(n\,;\,p)$.

Calculatrice TI

- On accède au menu **distrib** en appuyant sur la touche 

puis la touche 

- On choisit `"A:binomFRép("` puis on entre dans l'ordre la valeur des paramètres n, p et k séparés par des virgules.

Calculatrice Casio

- Dans le menu **RUN**, on appuye sur 

puis  puis **STAT** puis **DIST** puis **BINM** puis **Bcd**.
- On saisit dans l'ordre la valeur des paramètres k, n et p séparés par des virgules.

3 On utilise la calculatrice :

3. On utilise la calculatrice :

   a) $P(Y = 42) \approx 0{,}067$

3. On utilise la calculatrice :

   a) $P(Y = 42) \approx 0{,}067$

   b) $P(Y = E(Y)) = P(Y = 45) \approx 0{,}08$

correction

3. On utilise la calculatrice :

   a) $P(Y = 42) \approx 0{,}067$

   b) $P(Y = E(Y)) = P(Y = 45) \approx 0{,}08$

   c) $P(Y \leqslant 55) \approx 0{,}982$

correction

3 On utilise la calculatrice :

a) $P(Y = 42) \approx 0{,}067$

b) $P(Y = E(Y)) = P(Y = 45) \approx 0{,}08$

c) $P(Y \leqslant 55) \approx 0{,}982$

d) $P(Y < 47) = P(Y \leqslant 46) \approx 0{,}62$

correction

3. On utilise la calculatrice :

   a) $P(Y = 42) \approx 0{,}067$
   b) $P(Y = E(Y)) = P(Y = 45) \approx 0{,}08$
   c) $P(Y \leqslant 55) \approx 0{,}982$
   d) $P(Y < 47) = P(Y \leqslant 46) \approx 0{,}62$
   e) $P(Y > 43) = 1 - P(X \leqslant 43) \approx 0{,}617$

correction

3. On utilise la calculatrice :

a) $P(Y=42) \approx 0{,}067$

b) $P(Y=E(Y)) = P(Y=45) \approx 0{,}08$

c) $P(Y \leqslant 55) \approx 0{,}982$

d) $P(Y < 47) = P(Y \leqslant 46) \approx 0{,}62$

e) $P(Y > 43) = 1 - P(X \leqslant 43) \approx 0{,}617$

f) $P(Y \geqslant 40) = 1 - P(X \leqslant 39) \approx 0{,}866$