Auto-évaluation ex 2 page 331

Sésamath

Maths TS obligatoire

Dans la population française, $43\,\%$ est du groupe sanguin O, $45\,\%$ du groupe A, $9\,\%$ du groupe B et $3\,\%$ du groupe AB.

Par ailleurs :

pour le groupe O, $86\,\%$ ont un rhésus positif ;

pour le groupe A, $87\,\%$ ont un rhésus positif ;

pour le groupe B, $78\,\%$ ont un rhésus positif ;

pour le groupe AB, $67\,\%$ ont un rhésus positif.

On extrait une personne au hasard dans la population française et on considère la variable aléatoire X donnant le rang de la 1re lettre de son groupe sanguin dans l'alphabet (exemple : $X = 2$ si c'est le groupe B).

1. Donner la loi de probabilité de X.
2. Calculer $P(X < 5)$.
3. Calculer l'espérance $E(X)$ et l'écart-type $\sigma(X)$ de X.

1

Rappel : Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète

Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs $\{x_1; x_2; ...; x_n\}$. Lorsqu'à chaque valeur x_i, on associe la probabilité de l'événement $(X = x_i)$, on définit **la loi de probabilité** de X.

Remarque : La loi de probabilité d'une variable aléatoire se présente à l'aide d'un tableau.

x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	$\dots$	p_n

On a $P(X = x_1) + P(X = x_2) + ... + P(X = x_n) = 1$.

1

Rappel : Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète

Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs $\{x_1; x_2; ...; x_n\}$. Lorsqu'à chaque valeur x_i, on associe la probabilité de l'événement $(X = x_i)$, on définit **la loi de probabilité** de X.

Remarque : La loi de probabilité d'une variable aléatoire se présente à l'aide d'un tableau.

x_i	x_1	x_2	$\ldots$	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	$\ldots$	p_n

On a $P(X = x_1) + P(X = x_2) + ... + P(X = x_n) = 1$.

Ici, X prend les valeurs 1 (A), 2 (B) et 15 (O).

1

Rappel : Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète

Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs $\{x_1; x_2; ...; x_n\}$. Lorsqu'à chaque valeur x_i, on associe la probabilité de l'événement $(X = x_i)$, on définit **la loi de probabilité** de X.

Remarque : La loi de probabilité d'une variable aléatoire se présente à l'aide d'un tableau.

x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	$\dots$	p_n

On a $P(X = x_1) + P(X = x_2) + ... + P(X = x_n) = 1$.

Ici, X prend les valeurs 1 (A), 2 (B) et 15 (O).

On obtient :

x_i	1	2	15
$P(X = x_i)$	0,48	0,09	0,43

correction

2

$$P(X < 5) = P(X = 1) + P(X = 2)$$

2

$$\begin{aligned} P(X < 5) &= P(X = 1) + P(X = 2) \\ &= 0{,}48 + 0{,}09 \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} P(X<5) &= P(X=1)+P(X=2) \\ &= 0{,}48+0{,}09 \\ &= 0{,}57 \end{aligned}$$

3

Rappel

Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs $x_1; x_2; ...; x_n$ avec les probabilités $p_1; p_2; ...; p_n$.

- On appelle espérance de X le nombre :

  $$E(X) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + ... + p_n x_n = \sum_{i=1}^{i=n} p_i x_i.$$

- On appelle variance de X le nombre :

  $$V(X) = p_1 (x_1 - E(X))^2 + p_2 (x_2 - E(X))^2 + ... + p_n (x_n - E(X))^2$$
  $$= \sum_{i=1}^{i=n} p_i (x_i - E(X))^2.$$

- On appelle écart-type de X le nombre $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$.

3

L'espérance de X est :

$$E(X) = 1 \times P(X = 1) + 2 \times P(X = 2) + 5 \times P(X = 5)$$

3

L'espérance de X est :

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \times P(X=1) + 2 \times P(X=2) + 5 \times P(X=5) \\ &= 0{,}48 \times 1 + 0{,}09 \times 2 + 0{,}43 \times 15 \end{aligned}$$

3

L'espérance de X est :

$$\begin{aligned}E(X) &= 1 \times P(X=1) + 2 \times P(X=2) + 5 \times P(X=5)\\ &= 0{,}48 \times 1 + 0{,}09 \times 2 + 0{,}43 \times 15\\ E(X) &= 7{,}11\end{aligned}$$

3

L'espérance de X est :

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \times P(X=1) + 2 \times P(X=2) + 5 \times P(X=5) \\ &= 0{,}48 \times 1 + 0{,}09 \times 2 + 0{,}43 \times 15 \\ E(X) &= 7{,}11 \end{aligned}$$

La variance de X est :

$$V(X) = P(X=1) \times (1 - E(X))^2 + P(X=2) \times (2 - E(X))^2 + P(X=5) \times (5 - E(X))^2$$

3

L'espérance de X est :

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \times P(X=1) + 2 \times P(X=2) + 5 \times P(X=5) \\ &= 0{,}48 \times 1 + 0{,}09 \times 2 + 0{,}43 \times 15 \\ E(X) &= 7{,}11 \end{aligned}$$

La variance de X est :

$$\begin{aligned} V(X) &= P(X=1) \times (1-E(X))^2 + P(X=2) \times (2-E(X))^2 + P(X=5) \times (5-E(X))^2 \\ &= 0{,}48 \times (1-7{,}11)^2 + 0{,}09 \times (1-7{,}11)^2 + 0{,}43 \times (15-7{,}11)^2 \end{aligned}$$

3

L'espérance de X est :

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \times P(X=1) + 2 \times P(X=2) + 5 \times P(X=5) \\ &= 0{,}48 \times 1 + 0{,}09 \times 2 + 0{,}43 \times 15 \\ E(X) &= 7{,}11 \end{aligned}$$

La variance de X est :

$$\begin{aligned} V(X) &= P(X=1) \times (1-E(X))^2 + P(X=2) \times (2-E(X))^2 + P(X=5) \times (5-E(X))^2 \\ &= 0{,}48 \times (1-7{,}11)^2 + 0{,}09 \times (1-7{,}11)^2 + 0{,}43 \times (15-7{,}11)^2 \\ V(X) &= 47{,}037\,9 \end{aligned}$$

3

L'espérance de X est :

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \times P(X=1) + 2 \times P(X=2) + 5 \times P(X=5) \\ &= 0{,}48 \times 1 + 0{,}09 \times 2 + 0{,}43 \times 15 \\ E(X) &= 7{,}11 \end{aligned}$$

La variance de X est :

$$\begin{aligned} V(X) &= P(X=1) \times (1 - E(X))^2 + P(X=2) \times (2 - E(X))^2 + P(X=5) \times (5 - E(X))^2 \\ &= 0{,}48 \times (1 - 7{,}11)^2 + 0{,}09 \times (1 - 7{,}11)^2 + 0{,}43 \times (15 - 7{,}11)^2 \\ V(X) &= 47{,}037\,9 \end{aligned}$$

L'écart-type de X est :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx 6{,}86$$