QCM d'autoévaluation, exercice 59 page 348

Sésamath

Maths TS obligatoire

Vaïdeguy a pris l'habitude de laisser à manger devant chez elle pour un joli petit renard, qui vient parfois lui rendre visite. On considère ainsi que :

- si le renard vient un jour, il vient le lendemain avec une probabilité de $\frac{1}{3}$;
- s'il ne vient pas un jour, il vient le lendemain avec une probabilité de $\frac{11}{12}$.

Aujourd'hui (le 1^er jour), le renard est venu et, pour tout entier $n \geqslant 1$, on appelle p_n la probabilité de l'évènement R_n : « le renard vient le n^{e} jour ».

La suite (u_n) définie par $u_n = p_n - \frac{11}{19}$ pour tout $n \geqslant 1$ est géométrique de raison :

a) $\frac{11}{19}$ b) 1 c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{11}{12}$ e) $\frac{7}{12}$ f) $-\frac{7}{12}$

correction

Rappel

On dit qu'une suite (u_n) est géométrique s'il existe un réel q non nul tel que pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = u_n \times q = qu_n$.
Le réel q est appelé la **raison** de la suite géométrique (u_n).

$$u_{n+1} = p_{n+1} - \frac{11}{19}$$

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= p_{n+1} - \frac{11}{19} \\ &= \frac{11}{12} - \frac{7}{12}p_n - \frac{11}{19} \end{aligned}$$

correction

$$
\begin{aligned}
u_{n+1} &= p_{n+1} - \frac{11}{19} \\
&= \frac{11}{12} - \frac{7}{12}p_n - \frac{11}{19} \\
&= \frac{77}{228} - \frac{7}{12}p_n
\end{aligned}
$$

correction

$$
\begin{aligned}
u_{n+1} &= p_{n+1} - \frac{11}{19} \\
&= \frac{11}{12} - \frac{7}{12}p_n - \frac{11}{19} \\
&= \frac{77}{228} - \frac{7}{12}p_n \\
&= -\frac{7}{12}\left(p_n - \frac{12}{7} \times \frac{77}{228}\right)
\end{aligned}
$$

correction

$$
\begin{aligned}
u_{n+1} &= p_{n+1} - \frac{11}{19} \\
&= \frac{11}{12} - \frac{7}{12}p_n - \frac{11}{19} \\
&= \frac{77}{228} - \frac{7}{12}p_n \\
&= -\frac{7}{12}\left(p_n - \frac{12}{7} \times \frac{77}{228}\right) \\
&= -\frac{7}{12}\left(p_n - \frac{11}{19}\right)
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
u_{n+1} &= p_{n+1} - \frac{11}{19} \\
&= \frac{11}{12} - \frac{7}{12}p_n - \frac{11}{19} \\
&= \frac{77}{228} - \frac{7}{12}p_n \\
&= -\frac{7}{12}\left(p_n - \frac{12}{7} \times \frac{77}{228}\right) \\
&= -\frac{7}{12}\left(p_n - \frac{11}{19}\right) \\
&= -\frac{7}{12}u_n
\end{aligned}$$

correction

$$
\begin{aligned}
u_{n+1} &= p_{n+1} - \frac{11}{19} \\
&= \frac{11}{12} - \frac{7}{12}p_n - \frac{11}{19} \\
&= \frac{77}{228} - \frac{7}{12}p_n \\
&= -\frac{7}{12}\left(p_n - \frac{12}{7} \times \frac{77}{228}\right) \\
&= -\frac{7}{12}\left(p_n - \frac{11}{19}\right) \\
&= -\frac{7}{12}u_n
\end{aligned}
$$

Ainsi, (u_n) est une suite géométrique de raison $-\dfrac{7}{12}$

correction

$$
\begin{aligned}
u_{n+1} &= p_{n+1} - \frac{11}{19} \\
&= \frac{11}{12} - \frac{7}{12}p_n - \frac{11}{19} \\
&= \frac{77}{228} - \frac{7}{12}p_n \\
&= -\frac{7}{12}\left(p_n - \frac{12}{7} \times \frac{77}{228}\right) \\
&= -\frac{7}{12}\left(p_n - \frac{11}{19}\right) \\
&= -\frac{7}{12}u_n
\end{aligned}
$$

Ainsi, (u_n) est une suite géométrique de raison $-\dfrac{7}{12}$

réponse **f)**