QCM d’autoévaluation, exercice 58 page 348

Sésamath

Maths TS obligatoire

Vaïdeguy a pris l'habitude de laisser à manger devant chez elle pour un joli petit renard, qui vient parfois lui rendre visite. On considère ainsi que :

- si le renard vient un jour, il vient le lendemain avec une probabilité de $\dfrac{1}{3}$;
- s'il ne vient pas un jour, il vient le lendemain avec une probabilité de $\dfrac{11}{12}$.

Aujourd'hui (le 1er jour), le renard est venu et, pour tout entier $n \geqslant 1$, on appelle p_n la probabilité de l'évènement R_n : « le renard vient le ne jour ».

Pour tout entier $n \geqslant 1$, p_{n+1} est égal à :

a) $\dfrac{1}{3}$

b) $\dfrac{11}{12}$

c) $p_n \times \dfrac{1}{3} + (1 - p_n) \times \dfrac{11}{12}$

d) $\dfrac{11}{12} - \dfrac{7}{12} p_n$

Rappel

Si $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$, alors $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = P(B) \times P_B(A)$.

Cette formule permet de justifier l'une des règles d'utilisation des arbres pondérés :
la probabilité de l'évènement correspondant à un chemin de l'arbre est le produit des probabilités inscrites sur les branches de ce chemin.

correction

Rappel

Si $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$, alors $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = P(B) \times P_B(A)$.

Cette formule permet de justifier l'une des règles d'utilisation des arbres pondérés :
la probabilité de l'évènement correspondant à un chemin de l'arbre est le produit des probabilités inscrites sur les branches de ce chemin.

Rappel : Formule des probabilités totales

- Si $P(A) \neq 0$ et $P(A) \neq 1$ alors

$$P(B) = P(A \cap B) + P\left(\overline{A} \cap B\right) = P(A) \times P_A(B) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(B).$$

- D'une manière plus générale, si A_1, A_2, ... et A_n forment une partition de Ω, c'est-à-dire sont n évènements disjoints, de probabilités non nulles et tels que $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \Omega$ alors

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \ldots + P(A_n \cap B) \\ &= P(A_1) \times P_{A_1}(B) + P(A_2) \times P_{A_2}(B) + \ldots + P(A_n) \times P_{A_n}(B). \end{aligned}$$

correction

Rappel

Si $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$, alors $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = P(B) \times P_B(A)$.

Cette formule permet de justifier l'une des règles d'utilisation des arbres pondérés :
la probabilité de l'évènement correspondant à un chemin de l'arbre est le produit des probabilités inscrites sur les branches de ce chemin.

Rappel : Formule des probabilités totales

- Si $P(A) \neq 0$ et $P(A) \neq 1$ alors

$$P(B) = P(A \cap B) + P\left(\overline{A} \cap B\right) = P(A) \times P_A(B) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(B).$$

- D'une manière plus générale, si $A_1, A_2, \ldots$ et A_n forment une partition de Ω, c'est-à-dire sont n évènements disjoints, de probabilités non nulles et tels que $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \Omega$ alors

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \ldots + P(A_n \cap B) \\ &= P(A_1) \times P_{A_1}(B) + P(A_2) \times P_{A_2}(B) + \ldots + P(A_n) \times P_{A_n}(B). \end{aligned}$$

Cette formule permet de justifier une autre règle d'utilisation des arbres pondérés :

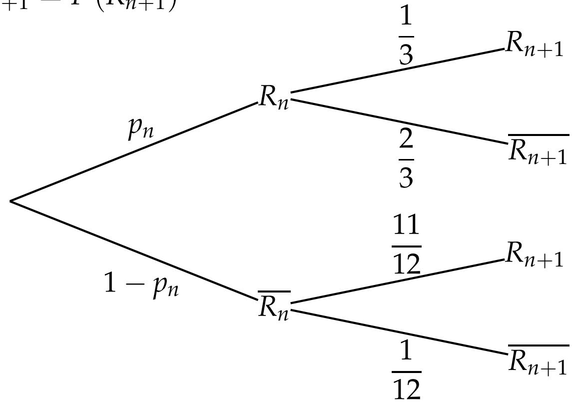
la probabilité d'un évènement est la somme des probabilités associées aux chemins qui permettent de réaliser cet évènement.

correction

On cherche $p_{n+1} = P\left(R_{n+1}\right)$

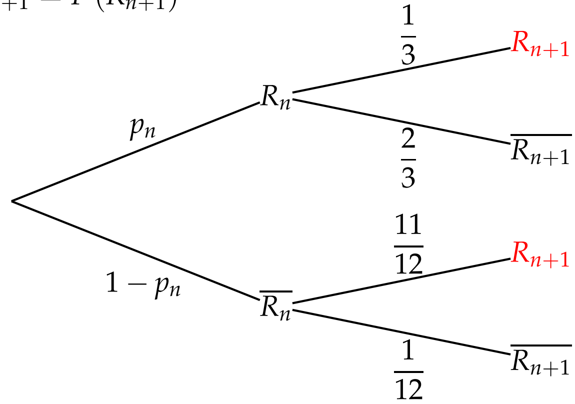
correction

On cherche $p_{n+1} = P\left(R_{n+1}\right)$



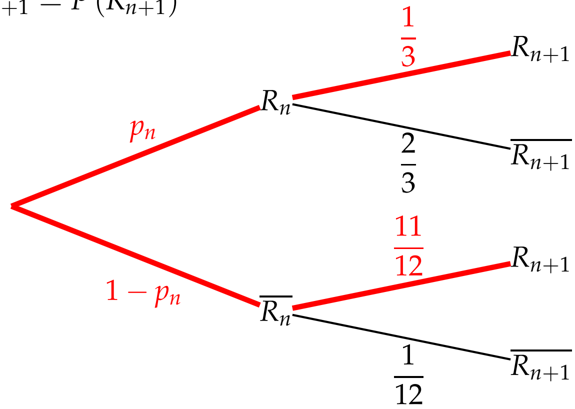
correction

On cherche $p_{n+1} = P\left(R_{n+1}\right)$



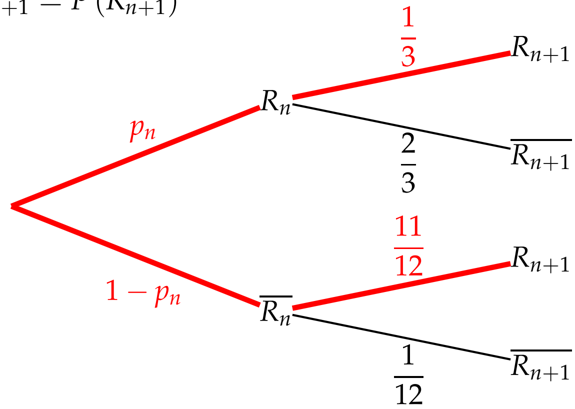
correction

On cherche $p_{n+1} = P\left(R_{n+1}\right)$



correction

On cherche $p_{n+1} = P\left(R_{n+1}\right)$

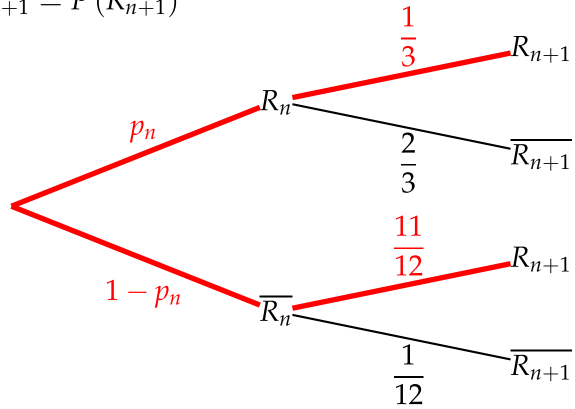


Ainsi,

$$p_{n+1} = p_n \times \frac{1}{3} + (1-p_n) \times \frac{11}{12}$$

correction

On cherche $p_{n+1} = P\left(R_{n+1}\right)$

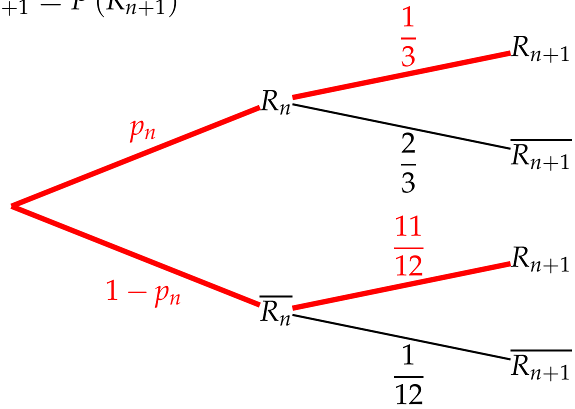


Ainsi,

$$p_{n+1} = p_n \times \frac{1}{3} + (1 - p_n) \times \frac{11}{12} = \frac{11}{12} - \frac{7}{12} p_n$$

correction

On cherche $p_{n+1} = P\left(R_{n+1}\right)$



Ainsi,

$$p_{n+1} = p_n \times \frac{1}{3} + (1 - p_n) \times \frac{11}{12} = \frac{11}{12} - \frac{7}{12} p_n$$

réponses **c)** et **d)**