Activités mentales ex 9 page 312

Sésamath

Maths TS obligatoire

énoncé

Dans chacun des cas suivants, donner un vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ au plan $(\mathscr{P})$ respectant les contraintes distinctes données :

1. $(\mathscr{P})$: $x - 3y + z - 1 = 0$ avec $a = 2$.
2. $(\mathscr{P})$: $-2x + 3y + z + 8 = 0$ avec $b = 1$.
3. $(\mathscr{P})$: $-x + 4y - 5z - 7 = 0$ avec $b = -8$.
4. $(\mathscr{P})$: $2x - y + 6z - 7 = 0$ avec $c = 3$.

Rappel

Soit $M(x\,;y\,;z)$ un point de l'espace muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

Rappel

Soit $M(x\,;y\,;z)$ un point de l'espace muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

- Si M appartient à un plan $(\mathscr{P})$, alors ses coordonnées vérifient une relation du type

$$ax + by + cz + d = 0,$$

avec a, b et c des réels non simultanément nuls.

Rappel

Soit $M(x\,;y\,;z)$ un point de l'espace muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

- Si M appartient à un plan $(\mathscr{P})$, alors ses coordonnées vérifient une relation du type
$$ax+by+cz+d=0,$$
avec a, b et c des réels non simultanément nuls.
- Réciproquement :
L'ensemble des points $M(x\,;y\,;z)$ de l'espace vérifiant une relation du type $ax+by+cz+d=0$, avec a, b et c non simultanément nuls est un plan, que l'on note $(\mathscr{P})$.

Rappel

Soit $M(x\,;y\,;z)$ un point de l'espace muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

- Si M appartient à un plan $(\mathscr{P})$, alors ses coordonnées vérifient une relation du type
$$ax+by+cz+d=0,$$
avec a, b et c des réels non simultanément nuls.
- Réciproquement :
L'ensemble des points $M(x\,;y\,;z)$ de l'espace vérifiant une relation du type $ax+by+cz+d=0$, avec a, b et c non simultanément nuls est un plan, que l'on note $(\mathscr{P})$.

On dit que $(\mathscr{P})$ a pour équation $ax+by+cz+d=0$, appelée équation cartésienne du plan et de plus, $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $(\mathscr{P})$.

1. On a donc,

$$\vec{n'}\begin{pmatrix}1\\-3\\1\end{pmatrix} \text{ vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

1. On a donc,

$$\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-3\\1\end{pmatrix} \text{ vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

Par conséquent,

$$\overrightarrow{n} = 2\overrightarrow{n'} \text{ est un autre vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

1. On a donc,

$$\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}1\\-3\\1\end{pmatrix} \text{ vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

Par conséquent,

$$\vec{n} = 2\overrightarrow{n'} \text{ est un autre vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

Ainsi,

$$\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-6\\2\end{pmatrix} \text{ est un vecteur normal au plan } (\mathscr{P}) \text{ respectant la contrainte donnée.}$$

2 On a donc,

$$\vec{n'}\begin{pmatrix}-2\\3\\1\end{pmatrix} \text{ vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

2. On a donc,

$$\vec{n'}\begin{pmatrix}-2\\3\\1\end{pmatrix} \text{ vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

Par conséquent,

$$\vec{n} = \frac{1}{3}\vec{n'} \text{ est un autre vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

correction

2. On a donc,

$$\vec{n'}\begin{pmatrix}-2\\3\\1\end{pmatrix} \text{ vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

Par conséquent,

$$\vec{n} = \frac{1}{3}\vec{n'} \text{ est un autre vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

Ainsi,

$$\vec{n}\begin{pmatrix}\frac{-2}{3}\\1\\\frac{1}{3}\end{pmatrix} \text{ est un vecteur normal au plan } (\mathscr{P}) \text{ respectant la contrainte donnée.}$$

3 On a donc,

$$\vec{n'}\begin{pmatrix}-1\\4\\-5\end{pmatrix} \text{ vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

3. On a donc,

$$\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}-1\\4\\-5\end{pmatrix} \text{ vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

Par conséquent,

$$\vec{n} = -2\overrightarrow{n'} \text{ est un autre vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

3 On a donc,

$$\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}-1\\4\\-5\end{pmatrix} \text{ vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

Par conséquent,

$$\vec{n} = -2\overrightarrow{n'} \text{ est un autre vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

Ainsi,

$$\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-8\\10\end{pmatrix} \text{ est un vecteur normal au plan } (\mathscr{P}) \text{ respectant la contrainte donnée.}$$

4 On a donc,

$$\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}2\\-1\\6\end{pmatrix} \text{ vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

4. On a donc,

$$\vec{n'}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

Par conséquent,

$$\vec{n} = \frac{1}{2}\vec{n'} \text{ est un autre vecteur normal au plan } (\mathscr{P}).$$

correction

4 On a donc,

$$\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}2\\-1\\6\end{pmatrix}\text{ vecteur normal au plan }(\mathscr{P}).$$

Par conséquent,

$$\vec{n}=\frac{1}{2}\overrightarrow{n'}\text{ est un autre vecteur normal au plan }(\mathscr{P}).$$

Ainsi,

$$\vec{n}\begin{pmatrix}1\\ \frac{-1}{2}\\3\end{pmatrix}\text{ est un vecteur normal au plan }(\mathscr{P})\text{ respectant la contrainte donnée.}$$