Activités mentales ex 6 page 312

Sésamath

Maths TS obligatoire

On se place dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.
Dans chacun des cas suivants, dire si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux :

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\3\\-1\end{pmatrix}$
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\-2\sqrt{2}\\1\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\\sqrt{2}\\2\end{pmatrix}$
3. $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-3\\1\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\4\\24\end{pmatrix}$
4. $\vec{u}\begin{pmatrix}-\sqrt{3}\\1\\2\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\\sqrt{3}\\\sqrt{3}\end{pmatrix}$

Rappel

- Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}$. Alors

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = xx' + yy' + zz'.$$

correction

Rappel

- Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$. Alors

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'.$$

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Longleftrightarrow \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}\,,\vec{v}) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

  Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.

correction

On a donc :

correction

On a donc :

1

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \times 3 + (-2) \times 3 + 3 \times (-1)$$

On a donc :

1

$$\begin{aligned}\vec{u}\cdot\vec{v} &= 1\times 3+(-2)\times 3+3\times(-1)\\ &= -6\end{aligned}$$

On a donc :

1

$$\begin{aligned}\vec{u}\cdot\vec{v} &= 1\times 3+(-2)\times 3+3\times(-1)\\ &= -6\\ \vec{u}\cdot\vec{v} &\neq 0\end{aligned}$$

correction

On a donc :

1

$$\begin{aligned}\vec{u}\cdot\vec{v} &= 1\times 3+(-2)\times 3+3\times(-1)\\ &= -6\\ \vec{u}\cdot\vec{v} &\neq 0\end{aligned}$$

Par conséquent,

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas orthogonaux.

4

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \times (-3) + (-3) \times 4 + 1 \times 24$$

4

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \times (-3) + (-3) \times 4 + 1 \times 24$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

4

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \times (-3) + (-3) \times 4 + 1 \times 24$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Par conséquent,

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

4

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \times (-3) + (-3) \times 4 + 1 \times 24$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Par conséquent,

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

5

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} + \left(-2\sqrt{2}\right) \times \sqrt{2} + 1 \times 2$$

4

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \times (-3) + (-3) \times 4 + 1 \times 24$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Par conséquent,

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

5

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} + \left(-2\sqrt{2}\right) \times \sqrt{2} + 1 \times 2$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

4

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \times (-3) + (-3) \times 4 + 1 \times 24$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Par conséquent,

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

5

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} + \left(-2\sqrt{2}\right) \times \sqrt{2} + 1 \times 2$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Par conséquent,

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

correction

2

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \left(-\sqrt{3}\right) \times 1 + 1 \times \sqrt{3} + 2 \times \sqrt{3}$$

2

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \left(-\sqrt{3}\right) \times 1 + 1 \times \sqrt{3} + 2 \times \sqrt{3}$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 2\sqrt{3}$$

2

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \left(-\sqrt{3}\right) \times 1 + 1 \times \sqrt{3} + 2 \times \sqrt{3}$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 2\sqrt{3}$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} \neq 0$$

2

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \left(-\sqrt{3}\right) \times 1 + 1 \times \sqrt{3} + 2 \times \sqrt{3}$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 2\sqrt{3}$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} \neq 0$$

Par conséquent,

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas orthogonaux.