Exercice 37 page 316

Sésamath

Maths TS obligatoire

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$, déterminer une équation cartésienne du

plan $(\mathscr{P})$ passant par $A(-1\,;2\,;-1)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$.

Méthode

Dans le cas où le plan $(\mathscr{P})$ est défini par un point A et un vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$:

1. écrire l'équation de $(\mathscr{P})$ sous la forme $ax + by + cz + d = 0$ où le réel d reste à déterminer ;
2. déterminer d en utilisant les coordonnées du point A.

correction

$\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de $(\mathscr{P})$ donc une équation cartésienne de $(\mathscr{P})$ est de la forme :

$$1x + 2y - 3z + d = 0.$$

correction

$\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de $(\mathscr{P})$ donc une équation cartésienne de $(\mathscr{P})$ est de la forme :

$$1x+2y-3z+d=0.$$

Or, $A(-1\,;2\,;-1)$ est un point de $(\mathscr{P})$ donc :

$$x_A+2y_A-3z_A+d=0.$$

$\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de $(\mathscr{P})$ donc une équation cartésienne de $(\mathscr{P})$ est de la forme :

$$1x+2y-3z+d=0.$$

Or, $A(-1\,;2\,;-1)$ est un point de $(\mathscr{P})$ donc :

$$x_A+2y_A-3z_A+d=0.$$

Ainsi,

$$x_A+2y_A-3z_A+d=0 \Leftrightarrow -1+2\times 2-3\times(-1)+d=0$$

$\vec{n}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal de $(\mathscr{P})$ donc une équation cartésienne de $(\mathscr{P})$ est de la forme :

$$1x + 2y - 3z + d = 0.$$

Or, $A(-1\,;2\,;-1)$ est un point de $(\mathscr{P})$ donc :

$$x_A + 2y_A - 3z_A + d = 0.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} x_A + 2y_A - 3z_A + d = 0 &\Leftrightarrow -1 + 2 \times 2 - 3 \times (-1) + d = 0 \\ &\Leftrightarrow d = -6 \end{aligned}$$

$\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de $(\mathscr{P})$ donc une équation cartésienne de $(\mathscr{P})$ est de la forme :

$$1x+2y-3z+d=0.$$

Or, $A(-1\,;2\,;-1)$ est un point de $(\mathscr{P})$ donc :

$$x_A+2y_A-3z_A+d=0.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}x_A+2y_A-3z_A+d=0 &\Leftrightarrow -1+2\times 2-3\times(-1)+d=0\\ &\Leftrightarrow d=-6\end{aligned}$$

Une équation cartésienne de $(\mathscr{P})$ est donc :

$$x+2y-3z-6=0.$$