Activités mentales ex 2 page 312

Sésamath

Maths TS obligatoire

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que

$$\|\vec{u}\| = 3,\ \|\vec{v}\| = 4 \text{ et } \vec{u}\cdot\vec{v} = 1.$$

Calculer :

1. $\vec{u}\cdot(\vec{u}+\vec{v})$
2. $\vec{v}\cdot(-\vec{u}+2\vec{v})$
3. $(\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}+\vec{v})$
4. $(2\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-2\vec{v})$

correction

Rappel : Propriétés algébriques

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs et λ un réel. Alors :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

Rappel : Propriétés algébriques

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs et λ un réel. Alors :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$

Rappel : Propriétés algébriques

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs et λ un réel. Alors :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
- $\vec{u} \cdot (\lambda \vec{v}) = \lambda(\vec{u} \cdot \vec{v})$

Rappel : Propriétés algébriques

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs et λ un réel. Alors :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
- $\vec{u} \cdot (\lambda \vec{v}) = \lambda(\vec{u} \cdot \vec{v})$
- $(\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2$

Rappel : Propriétés algébriques

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs et λ un réel. Alors :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
- $\vec{u} \cdot (\lambda \vec{v}) = \lambda(\vec{u} \cdot \vec{v})$
- $(\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2$
- $(\vec{u} - \vec{v})^2 = \vec{u}^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2$

Rappel : Propriétés algébriques

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs et λ un réel. Alors :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
- $\vec{u} \cdot (\lambda \vec{v}) = \lambda(\vec{u} \cdot \vec{v})$
- $(\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2$
- $(\vec{u} - \vec{v})^2 = \vec{u}^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2$
- $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = \vec{u}^2 - \vec{v}^2$

correction

On a donc :

On a donc :

1.

$$\vec{u} \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = \vec{u}^2 + \vec{u} \cdot \vec{v}$$

On a donc :

1

$$\vec{u} \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = \vec{u}^2 + \vec{u} \cdot \vec{v}$$
$$= \|\vec{u}\|^2 + \vec{u} \cdot \vec{v}$$

On a donc :

1

$$\begin{aligned}\vec{u}\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= \|\vec{u}\|^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= 3^2+1\end{aligned}$$

On a donc :

1

$$\begin{aligned}\vec{u}\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= \|\vec{u}\|^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= 3^2+1\\ &= 10\end{aligned}$$

On a donc :

1

$$\begin{aligned}\vec{u}\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= \|\vec{u}\|^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= 3^2+1\\ &= 10\end{aligned}$$

2

$$\vec{v}\cdot(-\vec{u}+2\vec{v}) = -\vec{v}\cdot\vec{u}+2\vec{v}^2$$

On a donc :

1

$$\begin{aligned}\vec{u}\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= \|\vec{u}\|^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= 3^2+1\\ &= 10\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}\vec{v}\cdot(-\vec{u}+2\vec{v}) &= -\vec{v}\cdot\vec{u}+2\vec{v}^2\\ &= -\vec{u}\cdot\vec{v}+2\|\vec{v}\|^2\end{aligned}$$

correction

On a donc :

1

$$\begin{aligned}\vec{u}\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= \|\vec{u}\|^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= 3^2+1\\ &= 10\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}\vec{v}\cdot(-\vec{u}+2\vec{v}) &= -\vec{v}\cdot\vec{u}+2\vec{v}^2\\ &= -\vec{u}\cdot\vec{v}+2\|\vec{v}\|^2\\ &= -1+2\times 4^2\end{aligned}$$

On a donc :

1

$$\begin{aligned}\vec{u}\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= \|\vec{u}\|^2+\vec{u}\cdot\vec{v}\\ &= 3^2+1\\ &= 10\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}\vec{v}\cdot(-\vec{u}+2\vec{v}) &= -\vec{v}\cdot\vec{u}+2\vec{v}^2\\ &= -\vec{u}\cdot\vec{v}+2\|\vec{v}\|^2\\ &= -1+2\times 4^2\\ &= 31\end{aligned}$$

correction

On a donc :

On a donc :

3

$$(\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}+\vec{v})=\vec{u}^2-\vec{v}^2$$

On a donc :

3

$$\begin{aligned}(\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2-\vec{v}^2\\ &= \|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\end{aligned}$$

On a donc :

3

$$\begin{aligned}(\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2-\vec{v}^2\\ &= \|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\\ &= 3^2-4^2\end{aligned}$$

On a donc :

3

$$\begin{aligned}(\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2-\vec{v}^2\\ &= \|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\\ &= 3^2-4^2\\ &= -7\end{aligned}$$

correction

On a donc :

3

$$\begin{aligned}(\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2-\vec{v}^2\\ &= \|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\\ &= 3^2-4^2\\ &= -7\end{aligned}$$

4

$$(2\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-2\vec{v}) = 2\vec{u}^2-4\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{v}\cdot\vec{u}-2\vec{v}^2$$

On a donc :

3

$$\begin{aligned}(\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2-\vec{v}^2\\ &= \|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\\ &= 3^2-4^2\\ &= -7\end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned}(2\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-2\vec{v}) &= 2\vec{u}^2-4\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{v}\cdot\vec{u}-2\vec{v}^2\\ &= 2\|\vec{u}\|^2-4\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\vec{v}-2\|\vec{v}\|^2\end{aligned}$$

On a donc :

3

$$\begin{aligned}(\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2-\vec{v}^2\\ &= \|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\\ &= 3^2-4^2\\ &= -7\end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned}(2\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-2\vec{v}) &= 2\vec{u}^2-4\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{v}\cdot\vec{u}-2\vec{v}^2\\ &= 2\|\vec{u}\|^2-4\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\vec{v}-2\|\vec{v}\|^2\\ &= 2\times 3^2-4\times 1+1-2\times 4^2\end{aligned}$$

On a donc :

3

$$\begin{aligned}(\vec{u}-\vec{v})\cdot(\vec{u}+\vec{v}) &= \vec{u}^2-\vec{v}^2\\ &= \|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\\ &= 3^2-4^2\\ &= -7\end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned}(2\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-2\vec{v}) &= 2\vec{u}^2-4\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{v}\cdot\vec{u}-2\vec{v}^2\\ &= 2\|\vec{u}\|^2-4\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\vec{v}-2\|\vec{v}\|^2\\ &= 2\times 3^2-4\times 1+1-2\times 4^2\\ &= -17\end{aligned}$$