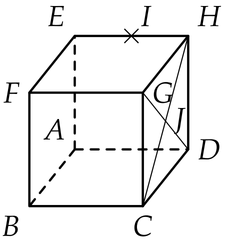
Auto-évaluation ex 3 page 299

Sésamath

Maths TS obligatoire

On considère un cube $ABCDEFGH$ de côté 1. Soient I le milieu de $[EH]$ et J le centre de la face $CDHG$.



1. Donner les coordonnées du point G dans le repère :
   a) $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$
   b) $(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG})$
   c) $(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG})$
   d) $(F\,;\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FG},\overrightarrow{FE})$
2. Même question avec le point B.
3. Même question avec le point J.

Rappel

Si O est un point de l'espace et $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{k}$ trois vecteurs non coplanaires, alors pour tout point M de l'espace, il existe un unique triplet de réels $(x\,;y\,;z)$ tels que :

$$\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{i} + y\,\overrightarrow{j} + z\,\overrightarrow{k}.$$

$(x\,;y\,;z)$ est le triplet de coordonnées du point M dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
x est l'abscisse de M, y est l'ordonnée de M et z est la cote de M.

correction

1 a) On a, en utilisant la relation de Chasles,

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG}$$

1 a) On a, en utilisant la relation de Chasles,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}\end{aligned}$$

correction

1 a) On a, en utilisant la relation de Chasles,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}\end{aligned}$$

Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a donc

$$G(1\,;1\,;1)$$

b) On a :

$$\overrightarrow{CG} = 0\overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$$

b) On a :

$$\overrightarrow{CG} = 0\overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG})$, on a donc

$$G(0\,;0\,;1)$$

b) On a :

$$\overrightarrow{CG} = 0\overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG})$, on a donc

$$G(0\,;0\,;1)$$

c) On a :

$$\overrightarrow{HG} = 0\overrightarrow{HE} + 0\overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG}$$

correction

b) On a :

$$\overrightarrow{CG} = 0\overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $\left(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG}\right)$, on a donc

$$G(0\,;0\,;1)$$

c) On a :

$$\overrightarrow{HG} = 0\overrightarrow{HE} + 0\overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG}$$

Dans le repère $\left(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG}\right)$, on a donc

$$G(0\,;0\,;1)$$

b) On a :

$$\overrightarrow{CG} = 0\overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $\left(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG}\right)$, on a donc

$$G(0\,;0\,;1)$$

c) On a :

$$\overrightarrow{HG} = 0\overrightarrow{HE} + 0\overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG}$$

Dans le repère $\left(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG}\right)$, on a donc

$$G(0\,;0\,;1)$$

d) On a :

$$\overrightarrow{FG} = 0\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FG} + 0\overrightarrow{FE}$$

b) On a :

$$\overrightarrow{CG} = 0\overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG})$, on a donc

G(0 ; 0 ; 1)

c) On a :

$$\overrightarrow{HG} = 0\overrightarrow{HE} + 0\overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG}$$

Dans le repère $(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG})$, on a donc

G(0 ; 0 ; 1)

d) On a :

$$\overrightarrow{FG} = 0\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FG} + 0\overrightarrow{FE}$$

Dans le repère $(F\,;\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FG},\overrightarrow{FE})$, on a donc

G(0 ; 1 ; 0)

2 a) On a :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$$

2 a) On a :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$$

Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, on a donc B(1 ; 0 ; 0)

2 a) On a :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$$

Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a donc B(1 ; 0 ; 0)

b) On a :

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + 0\overrightarrow{CG}$$

correction

2 a) On a :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$$

Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, on a donc B(1 ; 0 ; 0)

b) On a :

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + 0\overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $(C\,;\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CG})$, on a donc B(1 ; 0 ; 0)

2 a) On a :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$$

Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a donc $B(1\,;0\,;0)$

b) On a :

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + 0\overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG})$, on a donc $B(1\,;0\,;0)$

c) On a, en utilisant la relation de Chasles,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{HB} &= \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}\\ &= \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HE}\\ &= \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG}\end{aligned}$$

2 a) On a :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$$

Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a donc B(1 ; 0 ; 0)

b) On a :

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + 0\overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG})$, on a donc B(1 ; 0 ; 0)

c) On a, en utilisant la relation de Chasles,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{HB} &= \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}\\ &= \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HE}\\ &= \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG}\end{aligned}$$

Dans le repère $(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG})$, on a donc B(1 ; 1 ; 1)

2 a) On a :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$$

Dans le repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$, on a donc B(1 ; 0 ; 0)

b) On a :

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + 0\overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $\left(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG}\right)$, on a donc B(1 ; 0 ; 0)

c) On a, en utilisant la relation de Chasles,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{HB} &= \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}\\ &= \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HE}\\ &= \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG}\end{aligned}$$

Dans le repère $\left(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG}\right)$, on a donc B(1 ; 1 ; 1)

d) On a :

$$\overrightarrow{FB} = 1\overrightarrow{FB} + 0\overrightarrow{FG} + 0\overrightarrow{FE}$$

correction

2 a) On a :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$$

Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a donc $B(1\,;0\,;0)$

b) On a :

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + 0\overrightarrow{CD} + 0\overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG})$, on a donc $B(1\,;0\,;0)$

c) On a, en utilisant la relation de Chasles,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{HB} &= \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}\\ &= \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HE}\\ &= \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG}\end{aligned}$$

Dans le repère $(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG})$, on a donc $B(1\,;1\,;1)$

d) On a :

$$\overrightarrow{FB} = 1\overrightarrow{FB} + 0\overrightarrow{FG} + 0\overrightarrow{FE}$$

Dans le repère $(F\,;\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FG},\overrightarrow{FE})$, on a donc $B(1\,;0\,;0)$

3. J est le centre de la face $CDHG$ donc le milieu de $[DG]$.

3 J est le centre de la face $CDHG$ donc le milieu de $[DG]$.

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$. Alors le milieu K de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right).$$

3 J est le centre de la face $CDHG$ donc le milieu de $[DG]$.

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$. Alors le milieu K de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right).$$

a) On a $\overrightarrow{AD}=0\overrightarrow{AB}+1\overrightarrow{AD}+0\overrightarrow{AE}$

3 J est le centre de la face $CDHG$ donc le milieu de $[DG]$.

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$. Alors le milieu K de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right).$$

a) On a $\overrightarrow{AD} = 0\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$
Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a donc

$$D(0\,;1\,;0)$$

3 J est le centre de la face $CDHG$ donc le milieu de $[DG]$.

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$. Alors le milieu K de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right).$$

a) On a $\overrightarrow{AD} = 0\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$
Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a donc

D(0 ; 1 ; 0) et d'après **1)** G(1 ; 1 ; 1)

3 J est le centre de la face $CDHG$ donc le milieu de $[DG]$.

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$. Alors le milieu K de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right).$$

a) On a $\overrightarrow{AD} = 0\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$
Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a donc

D(0 ; 1 ; 0) et d'après **1)** G(1 ; 1 ; 1)

Alors, dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a donc

$$J\left(\frac{0+1}{2};\frac{1+1}{2};\frac{0+1}{2}\right)$$

3 J est le centre de la face $CDHG$ donc le milieu de $[DG]$.

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$. Alors le milieu K de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right).$$

a) On a $\overrightarrow{AD}=0\overrightarrow{AB}+1\overrightarrow{AD}+0\overrightarrow{AE}$

Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a donc

$D(0\,;1\,;0)$ et d'après **1)** $G(1\,;1\,;1)$

Alors, dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$, on a donc

$$J\left(\frac{0+1}{2};\frac{1+1}{2};\frac{0+1}{2}\right)$$

soit

$$J\left(\frac{1}{2};1;\frac{1}{2}\right)$$

correction

b) On a

$$\overrightarrow{CD} = 0\overrightarrow{CB} + 1\overrightarrow{CD} + 0\overrightarrow{CG}$$

b) On a

$$\overrightarrow{CD} = 0\overrightarrow{CB} + 1\overrightarrow{CD} + 0\overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG})$, on a donc

$$D(0\,;1\,;0)$$

b) On a

$$\overrightarrow{CD} = 0\overrightarrow{CB} + 1\overrightarrow{CD} + 0\overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG})$, on a donc

$D(0\,;1\,;0)$ et d'après **1)** $G(0\,;0\,;1)$

b) On a

$$\overrightarrow{CD} = 0\overrightarrow{CB} + 1\overrightarrow{CD} + 0\overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $(C\,; \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CG})$, on a donc

D(0 ; 1 ; 0) et d'après **1)** G(0 ; 0 ; 1)

Alors, dans le repère $(C\,; \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CG})$, on a donc

$$J\left(\frac{0+0}{2}; \frac{1+0}{2}; \frac{0+1}{2}\right)$$

b) On a

$$\overrightarrow{CD} = 0\overrightarrow{CB} + 1\overrightarrow{CD} + 0\overrightarrow{CG}$$

Dans le repère $(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG})$, on a donc

D(0 ; 1 ; 0) et d'après **1)** G(0 ; 0 ; 1)

Alors, dans le repère $(C\,;\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CG})$, on a donc

$$J\left(\frac{0+0}{2};\frac{1+0}{2};\frac{0+1}{2}\right)$$

soit

$$J\left(0;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$$

c) On a

$$\overrightarrow{HD} = 0\overrightarrow{HE} + 1\overrightarrow{HD} + 0\overrightarrow{HG}$$

c) On a

$$\overrightarrow{HD} = 0\overrightarrow{HE} + 1\overrightarrow{HD} + 0\overrightarrow{HG}$$

Dans le repère $(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG})$, on a donc

$$D(0\,;1\,;0)$$

c) On a

$$\overrightarrow{HD} = 0\overrightarrow{HE} + 1\overrightarrow{HD} + 0\overrightarrow{HG}$$

Dans le repère $(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG})$, on a donc

D(0 ; 1 ; 0) et d'après **1)** G(0 ; 0 ; 1)

c) On a

$$\overrightarrow{HD} = 0\overrightarrow{HE} + 1\overrightarrow{HD} + 0\overrightarrow{HG}$$

Dans le repère $(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG})$, on a donc

$$D(0\,;1\,;0) \text{ et d'après } \mathbf{1)}\ G(0\,;0\,;1)$$

Alors, dans le repère $(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG})$, on a donc

$$J\left(\frac{0+0}{2};\frac{1+0}{2};\frac{0+1}{2}\right)$$

c) On a

$$\overrightarrow{HD} = 0\overrightarrow{HE} + 1\overrightarrow{HD} + 0\overrightarrow{HG}$$

Dans le repère $(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG})$, on a donc

$D(0\,;1\,;0)$ et d'après **1)** $G(0\,;0\,;1)$

Alors, dans le repère $(H\,;\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HG})$, on a donc

$$J\left(\frac{0+0}{2};\frac{1+0}{2};\frac{0+1}{2}\right)$$

soit

$$J\left(0;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$$

correction

d) On a

$$\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$$

d) On a

$$\begin{aligned}\overrightarrow{FD} &= \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \\ &= \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FE}\end{aligned}$$

d) On a

$$\begin{aligned}\overrightarrow{FD} &= \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \\ &= \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FE}\end{aligned}$$

Dans le repère $\left(F\,;\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FG},\overrightarrow{FE}\right)$, on a donc

$D(1\,;1\,;1)$

d) On a

$$\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$$
$$= \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FE}$$

Dans le repère $(F\,;\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FG},\overrightarrow{FE})$, on a donc

D(1 ; 1 ; 1) et d'après **1)** G(0 ; 1 ; 0)

d) On a

$$\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$$
$$= \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FE}$$

Dans le repère $(F\,;\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FG},\overrightarrow{FE})$, on a donc

$$D(1\,;1\,;1) \text{ et d'après } \mathbf{1)}\ G(0\,;1\,;0)$$

Alors, dans le repère $(F\,;\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FG},\overrightarrow{FE})$, on a donc

$$J\left(\frac{0+1}{2};\frac{1+1}{2};\frac{1+0}{2}\right)$$

d) On a

$$\begin{aligned}\overrightarrow{FD} &= \overrightarrow{FB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}\\ &= \overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{FE}\end{aligned}$$

Dans le repère $\left(F\,;\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FG},\overrightarrow{FE}\right)$, on a donc

$D(1\,;\,1\,;\,1)$ et d'après **1)** $G(0\,;\,1\,;\,0)$

Alors, dans le repère $\left(F\,;\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FG},\overrightarrow{FE}\right)$, on a donc

$$J\left(\frac{0+1}{2};\frac{1+1}{2};\frac{1+0}{2}\right)$$

soit

$$J\left(\frac{1}{2};1;\frac{1}{2}\right)$$