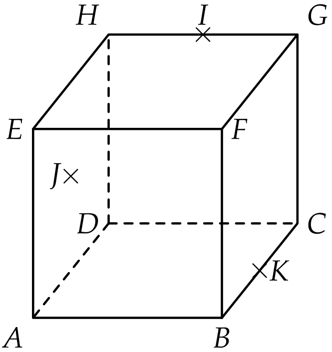
QCM d’autoévaluation, exercice 97 page 326

Sésamath

Maths TS obligatoire

On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 2 ci-contre.
On note I le milieu de $[HG]$, K celui de $[BC]$ et J le centre de la face $ADHE$.
Lorsque cela sera nécessaire, on se placera dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$.



Déterminer un vecteur normal au plan (BJI) revient à résoudre le système :

a) $\begin{cases} -2a+b+c=0 \\ -a+2b+2c=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2a+b+c=0 \\ a+b+c=0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -a+2b+2c=0 \\ a+b+c=0 \end{cases}$

Rappel

Si un vecteur est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires d'un plan alors c'est un vecteur normal à ce plan.

correction

Rappel

Si un vecteur est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires d'un plan alors c'est un vecteur normal à ce plan.

Soit $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan (BIJ).

$\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BJ}$ sont deux vecteurs non colinéaires du plan (BIJ).

Rappel

Si un vecteur est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires d'un plan alors c'est un vecteur normal à ce plan.

Soit $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan (BIJ).

$$\overrightarrow{BI} \text{ et } \overrightarrow{BJ} \text{ sont deux vecteurs non colinéaires du plan } (BIJ).$$

Or, dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, on a :

$$B(2\,;0\,;0) \qquad , \qquad I(1\,;2\,;2) \qquad \text{et} \qquad J(0\,;1\,;1)$$

Rappel

Si un vecteur est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires d'un plan alors c'est un vecteur normal à ce plan.

Soit $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan (BIJ).

$\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BJ}$ sont deux vecteurs non colinéaires du plan (BIJ).

Or, dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, on a :

$$B(2\,;0\,;0) \qquad , \qquad I(1\,;2\,;2) \qquad \text{et} \qquad J(0\,;1\,;1)$$

Ainsi,

$$\overrightarrow{BI}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{BJ}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

correction

$\vec{n}$ est un vecteur normal du plan (BIJ) si, et seulement si

correction

$\vec{n}$ est un vecteur normal du plan (BIJ) si, et seulement si

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{BI} = 0 \qquad \text{et} \qquad \vec{n} \cdot \overrightarrow{BJ} = 0,$$

correction

$\vec{n}$ est un vecteur normal du plan (BIJ) si, et seulement si

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{BI} = 0 \qquad \text{et} \qquad \vec{n} \cdot \overrightarrow{BJ} = 0,$$

ce qui donne les équations

$$-a + 2b + 2c = 0 \qquad \text{et} \qquad -2a + b + c = 0,$$

$\vec{n}$ est un vecteur normal du plan (BIJ) si, et seulement si

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{BI} = 0 \qquad \text{et} \qquad \vec{n} \cdot \overrightarrow{BJ} = 0,$$

ce qui donne les équations

$$-a + 2b + 2c = 0 \qquad \text{et} \qquad -2a + b + c = 0,$$

réponse **a)**

Or en soustrayant la deuxième ligne à la première et en conservant la première ligne, on obtient :

correction

Or en soustrayant la deuxième ligne à la première et en conservant la première ligne, on obtient :

$$\begin{cases} -2a+b+c=0 \\ -a+2b+2c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+b+c=0 \\ a+b+c=0 \end{cases}$$

Or en soustrayant la deuxième ligne à la première et en conservant la première ligne, on obtient :

$$\begin{cases} -2a+b+c=0 \\ -a+2b+2c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+b+c=0 \\ a+b+c=0 \end{cases}$$

réponse **b)**

Or en soustrayant la deuxième ligne à la première et en conservant la première ligne, on obtient :

$$\begin{cases} -2a+b+c=0 \\ -a+2b+2c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+b+c=0 \\ a+b+c=0 \end{cases}$$

réponse **b)**

De même, en repartant du premier système, en soustrayant la deuxième ligne à la première et en conservant la deuxième ligne, on obtient :

Or en soustrayant la deuxième ligne à la première et en conservant la première ligne, on obtient :

$$\begin{cases} -2a+b+c=0 \\ -a+2b+2c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+b+c=0 \\ a+b+c=0 \end{cases}$$

réponse **b)**

De même, en repartant du premier système, en soustrayant la deuxième ligne à la première et en conservant la deuxième ligne, on obtient :

$$\begin{cases} -2a+b+c=0 \\ -a+2b+2c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+2b+2c=0 \\ a+b+c=0 \end{cases}$$

Or en soustrayant la deuxième ligne à la première et en conservant la première ligne, on obtient :

$$\begin{cases} -2a+b+c=0 \\ -a+2b+2c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+b+c=0 \\ a+b+c=0 \end{cases}$$

réponse **b)**

De même, en repartant du premier système, en soustrayant la deuxième ligne à la première et en conservant la deuxième ligne, on obtient :

$$\begin{cases} -2a+b+c=0 \\ -a+2b+2c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+2b+2c=0 \\ a+b+c=0 \end{cases}$$

réponse **c)**