

QCM d'autoévaluation, exercice 95 page 326

Sésamath

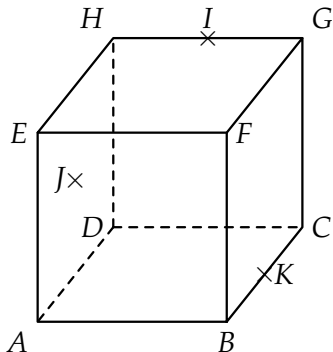
Maths TS obligatoire



On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 2 ci-contre.

On note I le milieu de $[HG]$, K celui de $[BC]$ et J le centre de la face $ADHE$.

Lorsque cela sera nécessaire, on se placera dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{2}\vec{AB}, \frac{1}{2}\vec{AD}, \frac{1}{2}\vec{AE}\right)$.



$$\vec{JB} \cdot \vec{JI} =$$

a) -4

b) 0

c) 4

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où \vec{v}_1 est le projeté orthogonal de \vec{v} sur une droite dirigée par \vec{u} .

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où \vec{v}_1 est le projeté orthogonal de \vec{v} sur une droite dirigée par \vec{u} .

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où \vec{v}_1 est le projeté orthogonal de \vec{v} sur une droite dirigée par \vec{u} .
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où \vec{v}_1 est le projeté orthogonal de \vec{v} sur une droite dirigée par \vec{u} .
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$
- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$, où A, B et C sont trois points distincts du plan.

En utilisant les **coordonnées** :

dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, on a :

En utilisant les **coordonnées** :

dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, on a :

$$B(2; 0; 0) \quad , \quad I(1; 2; 2) \quad \text{et} \quad J(0; 1; 1)$$

En utilisant les **coordonnées** :

dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, on a :

$$B(2; 0; 0) \quad , \quad I(1; 2; 2) \quad \text{et} \quad J(0; 1; 1)$$

Ainsi,

$$\vec{JB} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{JI} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

En utilisant les **coordonnées** :

dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, on a :

$$B(2; 0; 0) \quad , \quad I(1; 2; 2) \quad \text{et} \quad J(0; 1; 1)$$

Ainsi,

$$\vec{JB} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{JI} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Par conséquent,

$$\vec{JB} \cdot \vec{JI} = -2 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 1$$

En utilisant les **coordonnées** :

dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, on a :

$$B(2; 0; 0) \quad , \quad I(1; 2; 2) \quad \text{et} \quad J(0; 1; 1)$$

Ainsi,

$$\vec{JB} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{JI} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned} \vec{JB} \cdot \vec{JI} &= -2 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

En utilisant les **coordonnées** :

dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, on a :

$$B(2; 0; 0) \quad , \quad I(1; 2; 2) \quad \text{et} \quad J(0; 1; 1)$$

Ainsi,

$$\vec{JB} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{JI} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned} \vec{JB} \cdot \vec{JI} &= -2 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

réponse **b)**