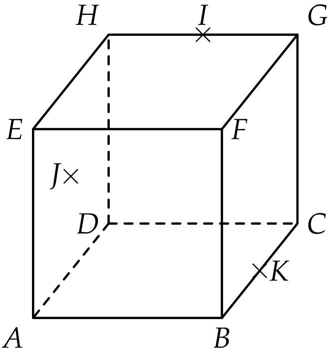
QCM d’autoévaluation, exercice 88 page 325

Sésamath

Maths TS obligatoire

On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 2 ci-contre.
On note I le milieu de $[HG]$, K celui de $[BC]$ et J le centre de la face $ADHE$.
Lorsque cela sera nécessaire, on se placera dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$.



Pour calculer le produit scalaire $\overrightarrow{IE}\cdot\overrightarrow{IF}$, il est préférable d'utiliser :

a) la formule avec le cosinus

b) une projection

c) une formule avec les carrés scalaires

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

correction

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.
La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

correction

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.
La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.

correction

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
  Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.
La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
  Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où $\vec{v}_1$ est le projeté orthogonal de $\vec{v}$ sur une droite dirigée par $\vec{u}$.

correction

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.
La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
  Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où $\vec{v}_1$ est le projeté orthogonal de $\vec{v}$ sur une droite dirigée par $\vec{u}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2\right)$

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.
La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
  Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où $\vec{v}_1$ est le projeté orthogonal de $\vec{v}$ sur une droite dirigée par $\vec{u}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2\right)$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2}\left(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.
La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
  Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où $\vec{v}_1$ est le projeté orthogonal de $\vec{v}$ sur une droite dirigée par $\vec{u}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2\right)$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dfrac{1}{2}\left(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$
- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$, où A, B et C sont trois points distincts du plan.

De façon évidente, nous n'avons pas de projeté orthogonal, ni l'angle $\widehat{EIF}$ donc :

correction

De façon évidente, nous n'avons pas de projeté orthogonal, ni l'angle $\widehat{EIF}$ donc :

réponse **c)**