

QCM d'autoévaluation, exercice 87 page 325

Sésamath

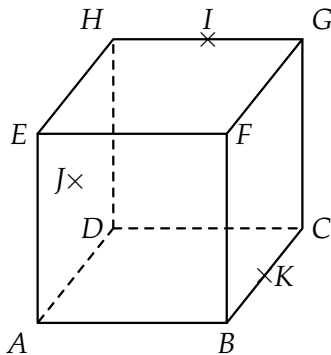
Maths TS obligatoire



On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 2 ci-contre.

On note I le milieu de $[HG]$, K celui de $[BC]$ et J le centre de la face $ADHE$.

Lorsque cela sera nécessaire, on se placera dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{2}\vec{AB}, \frac{1}{2}\vec{AD}, \frac{1}{2}\vec{AE}\right)$.



Pour calculer le produit scalaire $\vec{EH} \cdot \vec{EI}$, il est préférable d'utiliser :

- une projection
- une formule avec les carrés scalaires
- les coordonnées

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où \vec{v}_1 est le projeté orthogonal de \vec{v} sur une droite dirigée par \vec{u} .

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où \vec{v}_1 est le projeté orthogonal de \vec{v} sur une droite dirigée par \vec{u} .

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0} \text{ ou } \vec{v} = \vec{0} \text{ ou } (\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où \vec{v}_1 est le projeté orthogonal de \vec{v} sur une droite dirigée par \vec{u} .

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$

Rappel

Le produit scalaire de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans l'espace est leur produit scalaire dans un plan les contenant.

La définition donnée et les propriétés établies en classe de Première S dans le plan sont donc aussi valables dans l'espace. À savoir :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{u}$, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ ou $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
Dans ce cas, on dit que les vecteurs sont orthogonaux.
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v}_1$ où \vec{v}_1 est le projeté orthogonal de \vec{v} sur une droite dirigée par \vec{u} .
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$
- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$, où A, B et C sont trois points distincts du plan.

De façon évidente, H est le projeté orthogonal de I sur la droite (EH) donc \overrightarrow{EH} est le projeté orthogonal de \overrightarrow{EI} sur la droite (EH) .

De façon évidente, H est le projeté orthogonal de I sur la droite (EH) donc \overrightarrow{EH} est le projeté orthogonal de \overrightarrow{EI} sur la droite (EH) .

réponse **a)**