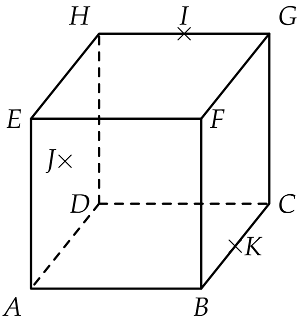
QCM d'autoévaluation, exercice 105 page 327

Sésamath

Maths TS obligatoire

On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 2 ci-contre.
On note I le milieu de $[HG]$, K celui de $[BC]$ et J le centre de la face $ADHE$.
Lorsque cela sera nécessaire, on se placera dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$.



L'intersection du plan (EKI) et du plan (BJI)

a) est (d) : $\begin{cases} x = t \\ y = 6-4t \\ z = 6-4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

b) est (d) : $\begin{cases} x = 1,5-0,25t \\ y = t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

c) est le plan $(EKI) = (BJI)$

d) n'existe pas

Méthode

Soient $(\mathscr{P}_1)$ et $(\mathscr{P}_2)$ deux plans de vecteurs normaux respectifs $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$.

1. Tester le parallélisme de $(\mathscr{P}_1)$ et $(\mathscr{P}_2)$ en testant la colinéarité de $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$.
2. Si les plan ne sont pas parallèles :
   1. écrire le système composé des équations décrivant $(\mathscr{P}_1)$ et $(\mathscr{P}_2)$;
   2. choisir une des coordonnées comme paramètre ;
   3. en déduire une représentation paramétrique de la droite d'intersection.

correction

D'après **98 p326** , un vecteur normal de (BJI) est :

$$\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$$

correction

D'après **98 p326** , un vecteur normal de (BJI) est :

$$\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$$

D'après **103 p327** , un vecteur normal de (EKI) est :

$$\overrightarrow{n_2}\begin{pmatrix}4\\-2\\3\end{pmatrix}$$

correction

D'après **98 p326** , un vecteur normal de (BJI) est :

$$\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$$

D'après **103 p327** , un vecteur normal de (EKI) est :

$$\overrightarrow{n_2}\begin{pmatrix}4\\-2\\3\end{pmatrix}$$

Les coordonnées de $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ n'étant pas proportionnelles, $\left(\dfrac{0}{4}\neq\dfrac{-2}{-2}\right)$, D'après **98 p326** , un vecteur normal de (BJI) est :

$$\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$$

D'après **103 p327** , un vecteur normal de (EKI) est :

$$\overrightarrow{n_2}\begin{pmatrix}4\\-2\\3\end{pmatrix}$$

Les coordonnées de $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ n'étant pas proportionnelles, $\left(\dfrac{0}{4}\neq\dfrac{-2}{-2}\right)$, ces vecteurs ne sont pas colinéaires

D'après **98 p326** , un vecteur normal de (BJI) est :

$$\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$$

D'après **103 p327** , un vecteur normal de (EKI) est :

$$\overrightarrow{n_2}\begin{pmatrix}4\\-2\\3\end{pmatrix}$$

Les coordonnées de $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ n'étant pas proportionnelles, $\left(\dfrac{0}{4}\neq\dfrac{-2}{-2}\right)$, ces vecteurs ne sont pas colinéaires donc les plans (BJI) et (EKI) se coupent selon une droite (d).

D'après **99 p326** , une équation cartésienne de (BJI) est : $-y+z=0$.
D'après **104 p327** , une équation cartésienne de (EKI) est :
$4x-2y+3z-6=0$

D'après **99 p326** , une équation cartésienne de (BJI) est : $-y+z=0$.
D'après **104 p327** , une équation cartésienne de (EKI) est :
$4x-2y+3z-6=0$
Un point M appartient à (d) si et seulement si ses coordonnées $(x\,;y\,;z)$ vérifient le système :

D'après **99 p326** , une équation cartésienne de (BJI) est : $-y+z=0$.
D'après **104 p327** , une équation cartésienne de (EKI) est :
$4x-2y+3z-6=0$
Un point M appartient à (d) si et seulement si ses coordonnées $(x\,;y\,;z)$ vérifient le système :

$$\begin{cases} -y+z=0 \\ 4x-2y+3z-6=0 \end{cases}$$

correction

$$\begin{cases} -y + z = 0 \\ 4x - 2y + 3z - 6 = 0 \end{cases}$$

correction

$$\begin{cases} -y+z=0 \\ 4x-2y+3z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ 4x-2z+3z-6=0 \end{cases}$$

correction

$$\begin{cases} -y+z=0 \\ 4x-2y+3z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ 4x-2z+3z-6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ x=-\dfrac{1}{4}z+\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

correction

$$\begin{cases} -y+z=0 \\ 4x-2y+3z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ 4x-2z+3z-6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ x=-\dfrac{1}{4}z+\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

(BJI) et (EKI) se coupent selon une droite (d) d'équation paramétrique :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x & = & -\dfrac{1}{4}t+\dfrac{3}{2} \\ y & = & t \\ z & = & t \end{array} \right. , \quad t \in \mathbb{R}.$$

$$\begin{cases} -y+z=0 \\ 4x-2y+3z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ 4x-2z+3z-6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ x=-\dfrac{1}{4}z+\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

(BJI) et (EKI) se coupent selon une droite (d) d'équation paramétrique :

$$\begin{cases} x &=& -\dfrac{1}{4}t+\dfrac{3}{2} \\ y &=& t \\ z &=& t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

réponse **a)**

correction

$$\begin{cases} -y + z = 0 \\ 4x - 2y + 3z - 6 = 0 \end{cases}$$

correction

$$\begin{cases} -y+z=0 \\ 4x-2y+3z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ 4x-2z+3z-6=0 \end{cases}$$

correction

$$\begin{cases} -y+z=0 \\ 4x-2y+3z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ 4x-2z+3z-6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-4x+6 \\ z=-4x+6 \end{cases}$$

correction

$$\begin{cases} -y+z=0 \\ 4x-2y+3z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ 4x-2z+3z-6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-4x+6 \\ z=-4x+6 \end{cases}$$

(BJI) et (EKI) se coupent selon une droite (d) d'équation paramétrique :

$$\begin{cases} x &=& t \\ y &=& -4t+6 \ , \quad t \in \mathbb{R}. \\ z &=& -4t+6 \end{cases}$$

correction

$$\begin{cases} -y+z=0 \\ 4x-2y+3z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ 4x-2z+3z-6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-4x+6 \\ z=-4x+6 \end{cases}$$

(BJI) et (EKI) se coupent selon une droite (d) d'équation paramétrique :

$$\begin{cases} x = t \\ y = -4t+6 \\ z = -4t+6 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

réponse **b)**