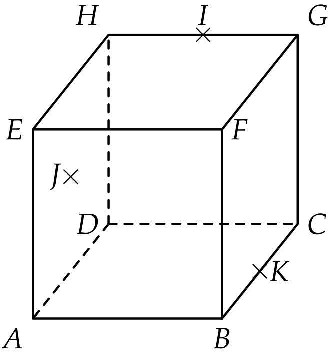
QCM d'autoévaluation, exercice 102 page 326

Sésamath

Maths TS obligatoire

On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 2 ci-contre.
On note I le milieu de $[HG]$, K celui de $[BC]$ et J le centre de la face $ADHE$.
Lorsque cela sera nécessaire, on se placera dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$.



Soit L le centre de $DCGH$. L'intersection de la droite (KL) et du plan (BJI)

a) est $K(2\,;1\,;0)$ b) est $M(2\,;1\,;1)$ c) est la droite (KL) d) n'existe pas

Méthode

Soient (d) une droite dirigée par $\vec{u}$ et $(\mathscr{P})$ un plan de vecteur normal $\vec{n}$.

1. Tester le parallélisme de (d) et $(\mathscr{P})$ en calculant $\vec{u} \cdot \vec{n}$:
   1. si $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$, alors (d) est parallèle, strictement ou non, à $(\mathscr{P})$;
   2. si $\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0$, alors (d) et $(\mathscr{P})$ se coupent en un point M.
2. Si l'intersection existe, résoudre le système composé des équations décrivant (d) et $(\mathscr{P})$ afin de calculer les coordonnées de M.

correction

Dans le repère orthonormé $\left(A\,;\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, d'après le **98 p326** , un vecteur normal au plan (BJI) est : $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$

Dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, d'après le **98 p326** , un vecteur normal au plan (BJI) est : $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$

De plus, on a : L(1 ; 2 ; 1) et $\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ vecteur directeur de la droite (KL)

correction

Dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, d'après le **98 p326** , un vecteur normal au plan (BJI) est : $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$

De plus, on a : $L(1\,;2\,;1)$ et $\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ vecteur directeur de la droite (KL)

Alors,

$$\vec{v}\cdot\overrightarrow{KL}=0\times(-1)+(-2)\times1+2\times1=0$$

La droite (KL) et le plan (BJI) sont donc parallèles.

correction

D'après le **99 p326** , une équation du plan (BJI) est :

$$-y + z = 0$$

correction

D'après le **99 p326** , une équation du plan (BJI) est :

$$-y+z=0$$

Or,

$$-y_L+z_L=-2+1=-1\neq 0$$

correction

D'après le **99 p326** , une équation du plan (BJI) est :

$$-y+z=0$$

Or,

$$-y_L+z_L=-2+1=-1\neq 0$$

Ainsi,

$$L \text{ n'appartient pas au plan } (BJI)$$

correction

D'après le **99 p326** , une équation du plan (BJI) est :

$$-y + z = 0$$

Or,

$$-y_L + z_L = -2 + 1 = -1 \neq 0$$

Ainsi,

L n'appartient pas au plan (BJI)

donc

la droite (KL) et le plan (BJI) sont strictement parallèles.

correction

D'après le **99 p326** , une équation du plan (BJI) est :

$$-y+z=0$$

Or,

$$-y_L+z_L=-2+1=-1\neq 0$$

Ainsi,

L n'appartient pas au plan (BJI)

donc

la droite (KL) et le plan (BJI) sont strictement parallèles.

réponse **d)**